

الدارات الكهربائية

ELECTRICAL CIRCUITS

د. رعد حمدان ظاهر

دكتوراه في الهندسة الإلكترونية والاتصالات



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الدارات الكهربائية
ELECTRICAL CIRCUITS

الدارات الكهربائية

ELECTRICAL CIRCUITS

د. رعد حمدان ظاهر

دكتوراه في الهندسة الإلكترونية والاتصالات



الإهداء

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿رَبَّنَا هَبْ لَنَا مِنْ أَزْوَاجِنَا وَذُرِّيَّاتِنَا قُرَّةَ أَعْيُنٍ وَاجْعَلْنَا لِلْمُتَّقِينَ إِمَامًا﴾

[الفرقان آية 74]

إلى زوجتي و أولادي حبا و احتراماً و اعتزازاً

الفهرس

المقدمة.....17

الفصل الأول

التيار والفولتية، الموصلات، العوازل، أشباه الموصلات، مصادر الجهد

المقدمة.....21

1-1 طبيعة الكهرباء.....22

1-2 الذرة.....27

1-3 اتحاد الذرات.....31

1-4 مخططات الدائرة.....34

1-5 التيار الكهربائي.....35

1-6 الكولوم.....38

1-7 الأمبير.....39

1-8 فرق الجهد.....42

1-9 توليد فرق الجهد.....45

1-10 الفولت.....48

1-11 القوة الدافعة الكهربائية، فرق الجهد و الفولتية.....49

1-12 اتجاه التيار التقليدي.....52

1-13 الموصلات.....53

1-14 العوازل.....55

1-15 مخططات حزم الطاقة.....57

1-16 انهيار العازل.....61

62	المقدمة
70	1-17 النظريات
72	أسئلة للمراجعة
	الأسئلة

الفصل الثاني

المقاومة الشغل والقدرة

77	المقدمة
78	2-1 قانون اوم للتناميه الثابت
81	2-2 طبيعة المقاومة
83	2-3 عوامل تحكم المقاومة للموصلات المعدنية
84	2-4 المقاومة النوعية
87	2-5 تأثير الحرارة على المقاومة
92	2-6 المعاملات الحرارية للمقاومة
95	2-7 المقاومة الخطية
98	2-8 المقاومات غير الخطية
102	2-9 خواص الفولتية-امبير
105	2-10 قانون اوم التطبيقي
106	2-11 الطاقة والشغل
108	2-12 القدرة
111	2-13 الكفاءة
113	2-14 الكيلو واط ساعة
115	2-15 العلاقة الداخلية للوحدات الكهربائية الأساسية
117	أسئلة للمراجعة
120	الأسئلة

الفصل الثالث

دوائر التوالي والتوازي

131	3-1 دوائر التوالي والتوازي
134	3-2 قطبية هبوط الجهد في دوائر التوالي
135	3-3 قانون كيرشوف للجهد
136	3-4 خصائص دوائر التوالي
138	3-5 المقاومة الداخلية
142	3-6 نقل أعظم قدرة
146	3-7 المقاومات على التوازي
147	3-8 قانون كيرشوف للتيار
148	3-9 التوصيلية
151	3-10 خصائص دوائر التوالي والتوازي
154	3-11 دوائر التوالي والتوازي
155	3-12 طريقة الدائرة المكافئة
161	3-13 طريقة قوانين كيرشوف
163	3-14 قاعدة مجزئ الجهد
165	3-15 مقسمات الجهد (الفولتية)
172	3-16 قاعدة مجزئ التيار
175	الأسئلة
185	اختبار المعلومات

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

المقدمة

193	1-4 المقاومات على التوالي والتوازي
194	2-4 تحليل الشبكة باستخدام مكافئات التوالي و التوازي
200	3-4 دوائر مجزئ الجهد و مجزئ التيار
206	4-4 تحليل جهد العقدة
213	5-4 تحليل تيار الحلقة
234	6-4 دوائر ثيفنن و نورتن المكافئة
248	7-4 تحويل المصادر
260	8-4 نقل اعظم قدرة
263	9-4 مبدأ نظرية التراكيب
266	10-4 قنطرة ويتستون
271	الأسئلة
275	

الفصل الخامس

السعة

المقدمة

299	1-5 الكهرباء الساكنة
299	2-5 طبيعة المجال الكهربائي
300	3-5 الحث الكهروستاتيكي
307	4-5 الموازل
308	5-5 السعة

المقدمة

تعتبر الدارات الكهربائية حجر الاساس لعلم الهندسة الكهربائية والهندسة الالكترونية و هندسة الاتصالات و هندسة الحاسوب وهناك نوعان من الدارات الكهربائية وهي الدارات الكهربائية للتيار المستمر والدارات الكهربائية للتيار المتناوب ويتناول هذا الكتاب المواضيع المهمة والشاملة للدارات الكهربائية من الاسس العلمية البسيطة الى استجابة الدارات الكهربائية للاشارات المتناوبة . ويتكون هذا الكتاب من عشرة فصول حيث نظرقنا في الفصل الاول عن نظرية اشباه الموصلات والتيار الكهربائي والفولتية ومصادر الفولتية ويحتوي الفصل الثاني على تعريف المقاومة والشغل والقدرة اما ربط هذه المقاومات على التوالي وكذلك الربط على التوازي والربط المختلط (توالي - توازي او توازي - توالي) فهو موضوع الفصل الثالث . ويتطرق الفصل الرابع الى نظريات الشبكات الكهربائية التي تنطبق على حد سواء لدارات التيار المستمر و دارات التيار المتناوب وهي من المواضيع المهمة في الدارات الكهربائية حيث بواسطتها يمكن تبسيط الشبكات الكهربائية المعقدة الى شبكات بسيطة وكذلك يمكن حساب التيار او الجهد او القدرة في اي فرع من فروع الشبكة . ونظرقنا في الفصل الخامس الى المشعات وسلوكها في دارات التيار المستمر وكذلك ربط المشعات على التوالي والتوازي والربط المختلف كما تطرق الفصل السادس الى المحاثات (inductance) وكذلك ربط المحاثات على التوالي والتوازي وسلوكها في دارات التيار المستمر . ويتطرق الفصل السابع الى العبارات المتناوبة واييجاد المعادلات التفاضلية الخاصة بها وحلها ودراسة استجابة هذه الدارات للاشارات المختلفة (مربعة ، جيبية) وغيرها كما يتطرق الفصل الثامن الى تحليل الحالة المستقرة للدارات الكهربائية (steady state analysis) وتضمن الفصل التاسع شرح مفصل للاستجابة الترددية للدارات الكهربائية (Frequency Response) ومخططات

من خلال هذا الكتاب نأمل أن يكون في القدرات الكهربائية من جهة ومن التوافق بين هذه القدرات
 هذا الموضوع المتعلق بالهندسة الكهربائية ذات مقادير 1000000
 (Lecture) وطرق التعبير عن هذه القدرات المختلفة والعلاقة بين هذه القدرات
 في هذا الموضوع من أهمية في تحليل القدرات الكهربائية والالكترونية ونسبة
 بين هذا ان كانا نعتبر ان الكتاب يتضمن اشارة ثم صيغة محسنة وكذلك اسئلة للتحقق
 في نهاية كل فصل

من هو ان يكون قد وفينا في تقديم هذا الكتاب بأسلوب مبسط ومفهوم لكل
 القارئ من المهندسين في الهندسة الكهربائية والالكترونية وهندسة الحاسوب
 ولا يتردد ان يشكر كل من ساهم في اعداد هذا الكتاب بشكله النهائي وأرجو
 من القارئ الكريم ترويضه بملاحظات ومقترحات لكي يتم اعدادها بنظر الاعتبار عند
 اصدار الكتاب

والله ولي التوفيق !!!

المؤلف

فصل الأول

المبار و الفولانية الموصلة، الموصلة، الموصلة، الموصلة

الموصلة ومصادر الموصلة

1 1	الموصلة
1 2	الموصلة
1 3	الموصلة
1 4	الموصلة
1 5	الموصلة
1 6	الموصلة
1 7	الموصلة
1 8	الموصلة
1 9	الموصلة
1 10	الموصلة
1 11	الموصلة
1 12	الموصلة
1 13	الموصلة
1 14	الموصلة
1 15	الموصلة
1 16	الموصلة
1 17	الموصلة
1 18	الموصلة
1 19	الموصلة
1 20	الموصلة
1 21	الموصلة
1 22	الموصلة
1 23	الموصلة
1 24	الموصلة
1 25	الموصلة
1 26	الموصلة
1 27	الموصلة
1 28	الموصلة
1 29	الموصلة
1 30	الموصلة
1 31	الموصلة
1 32	الموصلة
1 33	الموصلة
1 34	الموصلة
1 35	الموصلة
1 36	الموصلة
1 37	الموصلة
1 38	الموصلة
1 39	الموصلة
1 40	الموصلة
1 41	الموصلة
1 42	الموصلة
1 43	الموصلة
1 44	الموصلة
1 45	الموصلة
1 46	الموصلة
1 47	الموصلة
1 48	الموصلة
1 49	الموصلة
1 50	الموصلة
1 51	الموصلة
1 52	الموصلة
1 53	الموصلة
1 54	الموصلة
1 55	الموصلة
1 56	الموصلة
1 57	الموصلة
1 58	الموصلة
1 59	الموصلة
1 60	الموصلة
1 61	الموصلة
1 62	الموصلة
1 63	الموصلة
1 64	الموصلة
1 65	الموصلة
1 66	الموصلة
1 67	الموصلة
1 68	الموصلة
1 69	الموصلة
1 70	الموصلة
1 71	الموصلة
1 72	الموصلة
1 73	الموصلة
1 74	الموصلة
1 75	الموصلة
1 76	الموصلة
1 77	الموصلة
1 78	الموصلة
1 79	الموصلة
1 80	الموصلة
1 81	الموصلة
1 82	الموصلة
1 83	الموصلة
1 84	الموصلة
1 85	الموصلة
1 86	الموصلة
1 87	الموصلة
1 88	الموصلة
1 89	الموصلة
1 90	الموصلة
1 91	الموصلة
1 92	الموصلة
1 93	الموصلة
1 94	الموصلة
1 95	الموصلة
1 96	الموصلة
1 97	الموصلة
1 98	الموصلة
1 99	الموصلة
1 100	الموصلة

الفصل الأول

التيار والفولتية، الموصلات، العوازل، أشباه الموصلات، مصادر الجهد

The Current And Voltage, Conductors, Insulators,
Semiconductors, And Voltage Sources.

أحمد يحيى، لمحي

المقدمة: Introduction

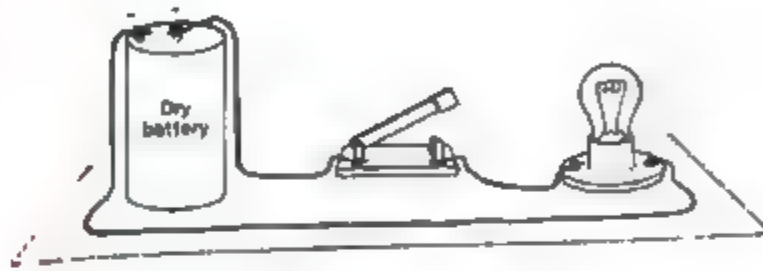
إن مقاييسنا المحددة للمجتمع التكنولوجي الراهن الذي نعيش فيه تعتمد بشكل كبير على وجود مصدر للطاقة بكافة أشكالها وفيه ومناسب بشكل اقتصادي وكذلك على سهولة تحويلها من شكل إلى آخر.

نحتاج الطاقة للتسخين و للتبريد ولإنارة منازلنا، ولإدارة محركات سياراتنا ولتشغيل الآلات الصناعية، ولتشغيل كثير من الأجهزة المنزلية الموجودة. حتى الآن معظم الطاقة ناتجة من احتراق الوقود الحفري مثل (البترول، الغاز الطبيعي، الفحم، الخ). إن التزايد السريع في تكلفة الحصول على الطاقة بطريقة تقليص احتياطي مصادر الطاقة الغير متجددة تعتبر تهديد كبير لنمط حياتنا الحالية. نأمل أن نكون قادرين على التقليل من هذا الخطر عن طريق الحرص الشديد في استخداماتنا لمصادر الطاقة الثمينة هذه.

تعتبر الكهرباء أحد أشكال الطاقة والتي كانت ليست أكثر من اعجوبة علمية في القرن التاسع عشر. لكن عندما وجد الإنسان الطريقة لتحويل كميات من الطاقة الطبيعية الضخمة إلى شكل كهربائي ومن ثم تحويلها إلى حرارة، ضوء، حركة، أو إلى أشكال أخرى من الطاقة، أصبحت الكهرباء أساس التكنولوجيا الحديثة.

إن الميزة الأكثر أهمية هي السهولة والدقة التي تمكنا من التحكم بالطاقة الكهربائية.

للبحث عن الخاصية الكهربائية للمادة التي ستسمح بالمجاز شغل مفيد في الدائرة الكهربائية الأساسية المبينة في الشكل (1-1)، فإنه يجب البحث عن قوة كهربائية وكذلك حركة جزيء تحت تأثير هذه القوة ذرات المادة في حالتها الطبيعية متعادلة كهربائياً. لذلك لا نلاحظ بسرعة تأثير القوة الكهربائية عليها مثلما لاحظنا تأثير قوة الجاذبية الأرضية.

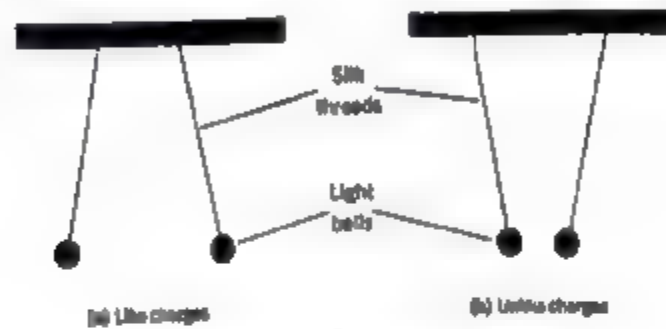


الشكل (1-1) تمثيل عملي للدائرة الكهربائية الأساسية

منذ 2500 سنة، طاليس ميليتوس أحد أوائل الباحثين عن اكتشاف طرق تغيير التوازن الكهربائي الاعتيادي للمادة. أشار إلى أنه عند ذلك قطعة من الكهرمان امتلكت قدرة على جذب القطع الخفيفة من القش والغبار. منذ ذلك الحين وحتى القرن التاسع عشر حيث أجريت تجارب جادة لمحاولة تعلم طبيعة هذه القوة التي تجذب القش والغبار. يمكننا عمل تجربة مماثلة لتجربة طاليس بذلك قضيب من الزجاج بواسطة قماش من الكتان أو الحرير أو ذلك قضيب من الإيونيكايت بواسطة الفرو. هذه القضبان يمكنها بعد ذلك جذب قصاصات الورق في اتجاه عكس اتجاه الجاذبية الأرضية وهذا يعني أن هناك عمل ينجز وأن هناك طاقة تستهلك. إن ذلك القضبان لا بد وأن زودها بشكل من أشكال الطاقة والتي لم تكن لتبدي عنه في حالتها الاعتيادية. يمكننا القول بأننا وضعنا شحنة كهربائية على القضيب، استخدام مصطلح الشحنة للدلالة على الطاقة المحملة له نفس المعنى الذي نتكلم به عن شحنة من الديناميت نوضع في فوهة شق وذلك لعملية الانفجار.

يمكننا التحقق من تأثير القوة الناتجة من ذلك قضيب الزجاج أو قضيب الإيونيكايت وذلك باستخدام كرات خفيفة الوزن معلقة بحبال حريرية كما هو موضح

في الشكل (1-2)، يمكننا القول جزء من الشحنة من قضيب الزجاج أو قضيب الإيونايت إلى الكرات وذلك بلامستها بالقضيب المشحون، إذا لامسنا قضيب زجاجي مشحون بكلتا الكرتين فإننا سنلاحظ بأنها تتنافر من بعضها البعض كما هو موضح في الشكل (1-2 a) و إذا لامسنا قضيب زجاجي مشحون بالكرة اليسرى وقضيب إيونايت مشحون بالكرة اليمنى فنلاحظ أن الكرتين تنجاذب مع بعضها البعض كما موضح في الشكل (1-2 b).



الشكل (1-2) الشحنات المتشابهة تتنافر، والشحنات المختلفة تنجاذب

من هذه الملاحظات يمكننا القول بأن القوة بين الكرتين المشحونتين هي قوة المجال وذلك لأن الكرتين غير متلامستان، وهذه القوة ليست قوة الجاذبية لأن قوة الجاذبية هي دائماً قوة جذب ولا تكون إطلاقاً قوة تنافر. ثانياً القوة في القضيب الزجاجي مختلفة عن القوة في قضيب الإيونايت وذلك لأننا أنتجنا قوة تنافر في أحد المثالين وقوة جذب في المثال الآخر. الكرتان الموضحتان في الشكل (1-2 a) شحنتا بنفس القضيب الزجاجي لذلك فكلا الكرتان تمتلكان شحنات متشابهة.

بسبب عدم معرفة طبيعة هذه الشحنات بالضبط، فإن علماء القرن الثامن عشر استطاعوا فقط الإطلاق على الشحنات الموضحة في الشكل (1-2 b) بأنها شحنات غير متشابهة وصرحوا بأن 'الشحنات المتشابهة تنافر والشحنات المختلفة تنجاذب'.

أما الآن فإننا نفرق بين النوعين المختلفين للشحنة الكهربائية باستخدام المصطلحين شحنة موجبة وشحنة سالبة، وأول من أطلق هاتين التسميتين هو بنجامين فرانكلين.

... عدد. كثير دقة جهاز القياس في الشكل (112) فإن الفيزيائي
... من أن القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين نقطيتين
... مع مربع المسافة بينهما. هذا هو قانون كولوم. وهو يعبر
... عن القوة بين شحنتين نقطيتين. وهو يعبر عن القوة
... بين شحنتين نقطيتين. وهو يعبر عن القوة
... بين شحنتين نقطيتين. وهو يعبر عن القوة

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2}$$

حيث F هي القوة بين الجسمين المشحونين كهربائياً Q_1, Q_2 هما الشحنتين
نقطيتين. k ثابت كولوم. r المسافة بين الجسمين المشحونين. k ثابت
هو الذي يحمل المعادلة متوازنة مع الوحدات المستخدمة للكميات الأخرى.

... حقيقة مهمة التي تسمح للأجسام بأن تصبح مشحونة كهربائياً بقيت لغزاً على
مدى قريب من أن من حسن الحظ أن لورد وفورد قد توصلوا إلى الإشعاعات والتي قادته إلى
مفهوه مشحون عليه لأن عن تركيب المادة بأنها تحتوي على نواة تدور الإلكترونات
حول صورة مشبهه لكواكب نظامنا الشمسي التي تتبع مدارات حول الشمس.

من دراسة الكيمياء عرفنا بأن كل المواد يمكن أن تشكل عن طريق اتحاد كيميائي
من حوالي مئة عنصر معروف، كل عنصر من هذه العناصر يمتلك خصائصه المميزة له.
مد أكثر من ألفين سنة "democritus of thrace" اقترحوا بأننا إذا قسمنا عينة من
عنصر ما إلى أجزاء أصغر فأصغر فإننا نصل إلى حد يكون من المستحيل عنده أن
نواصل التقسيم بدون فقد الخصائص المميزة لذلك العنصر. أطلق Democritus على
عينة العنصر القابلة للتقسيم هذه اسم ذرة.

نموذج "ذرة فورد" عن الذرة بأنها تتكون من جزيئات ذرية صغيرة مترابطة مع
بعضها البعض بقوة كهربائية، هذه الجزيئات متشابهة في كل العناصر. ذرات العنصر
الواحد تختلف عن ذرات العناصر الأخرى في عدد و تركيب الجزيئات الذرية الصغيرة

في النموذج فقط، إذا استطعنا تحديد طبيعة هذه الجزيئات والقوة المؤثرة عليها في ذرة ما فإننا سنعرف بعض الشيء عن الخاصية الكهربائية للمادة.

1-2 الذرة: The Atom

إن سلوك الدوائر الكهربائية يعتمد على سلوك الإلكترونات (the electrons)، وهي الجزيئات الذرية الصغيرة التي تتنقل في المدارات الكوكبية حول النواة في ذرة ما، من الحركة المدارية للإلكترونات في ذرة ما يمكننا استنتاج مميزات إلكترون كثيرة:

1. يجب أن يمتلك طاقة.
2. يظهر أنه يمتلك كتلة تساوي كتلة صغيرة من كتلة النواة التي يدور حولها.
3. يجب أن توجد قوة جذب بين الإلكترون والنواة لكي يتنقل في مدار منحنٍ.

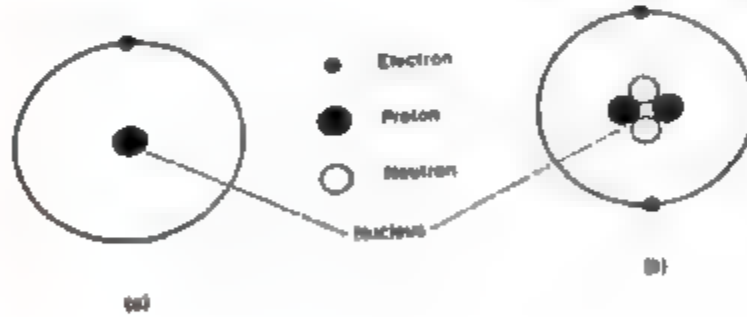
لا يوجد تشابه بين القوة التي تحكم في مدارات الكواكب في النظام الشمسي والقوة بين الإلكترون والنواة والتي هي ليست قوة جذب أرضية تعتمد على الكتلة لأنه بإمكاننا أن نوضح بأن الإلكترونات تتنافر مع بعضها البعض، قوة الجذب بين الإلكترونات المدارية والنواة في ذرة ما هي قوة كهربائية مشابهة لتلك الموضحة في الشكل (1-2 b).

لأن النظرية الذرية لا تسمح بتقسيم الإلكترون إلى أجزاء، لذلك فإن كل إلكترون يجب أن يمتلك كجزء من طبيعته وحدة شحنة كهربائية، الشحنة في كل الإلكترونات متشابهة.

لكي نجد قوة الجذب الكهربائية بين الإلكترون والنواة، فإن النواة يجب أن تحتوي على جزيئات ذات شحنة كهربائية معاكسة أو غير مشابهة لشحنة الإلكترون، هذه الجزيئات تسمى البروتونات (protons). باستخدام تسمية فرانكلين لتحديد الشحنات المتعاكسة للإلكترونات والبروتونات، وجدنا أن الإلكترونات تمتلك شحنة كهربائية سالبة والبروتونات تمتلك شحنة كهربائية موجبة. الشحنة في البروتون تساوي في المقدار شحنة الإلكترون، النواة في ذرة ما تحتوي على عدد من البروتونات يساوي عدد الإلكترونات المدارية الموجودة في الذرة في حالتها الطبيعية. وبالتيجة فإن الشحنة الكلية للذرة كاملة في

حالتها الاعيادية تساوي صفر وتكون الذرة في حالة تعادل كهربائي. كتلة البروتون تساوي 1837 مرة من كتلة الإلكترون.

الالكترونات في أي ذرة متشابهة. الذرات في العنصر الواحد تختلف من الذرات للعناصر الأخرى في عدد الالكترونات المدارية وعدد البروتونات في النواة. من الدلائل التجريبية يظهر بان أخف عنصر هو الهيدروجين لديه إلكترون واحد كما هو موضح في الشكل (1-3 a). العنصر الأخف بعده هو الهليوم لديه إلكترونان كما موضح في الشكل (1-3 b). إذا رتبنا كل العناصر حسب زيادة الكتلة فإن كل عنصر يمتلك إلكترون زيادة عن العنصر الذي يسبقه مباشرة في القائمة. فعلى سبيل المثال اليورانيوم العنصر الثاني والتسعين في القائمة، ذرة اليورانيوم لديها 92 إلكترون و 92 بروتون. بحساب الوزن الذري للعناصر المختلفة في القائمة وجدنا بان كل نواة العناصر ما عدا الهيدروجين تمتلك جزيئات أثقل بقليل من البروتون. هذه الجزيئات لا تتجاذب ولا تتنافر مع البروتونات أو الالكترونات، إنها متعادلة كهربائياً ويطلق عليها النيوترونات (neutrons).

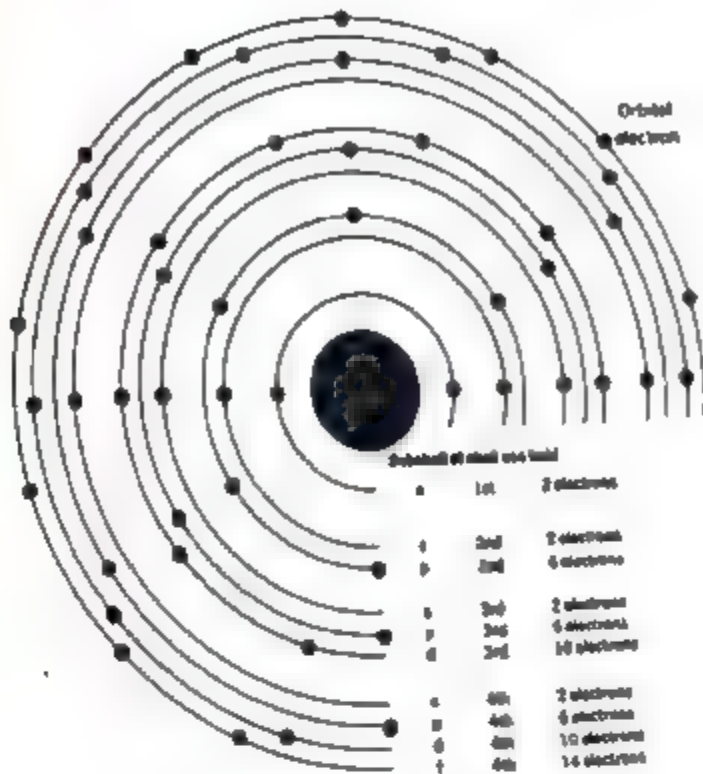


الشكل (1-3) النموذج الذري (a) ذرة الهيدروجين . (b) ذرة الهليوم.

بسبب وجود قوة الجذب بين أي إلكترون مداري والنواة، فلكي يحافظ الإلكترون على مدار معين يجب أن يتحرك بسرعة في المدار الذي يقوم بإنتاج قوة طاردة لازمة لتوازن هذا الجذب. ولأن الإلكترون لديه كتلة معينة فإن الإلكترون المتحرك يجب أن يمتلك طاقة حركية تتناسب مع كتلته ومربع سرعته ($W = \frac{1}{2}mv^2$).

وعليه لكي يحتل مدار معين، فإن أي إلكترون يجب أن يمتلك كمية محددة من الطاقة، يمكننا مناقشة مدارات الإلكترونات باستخدام مصطلحات مستويات الطاقة للإلكترونات فيها، لزيادة نصف قطر مدار إلكترون ما فإن الإلكترون يجب أن يكتسب طاقة كافية إضافية ليتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه قوة الجذب بين الإلكترون والنواة، لذلك أقل مستوى طاقة في ذرة ما هو المدار الإلكتروني القريب من النواة.

الإلكترونات تنصرف في بعض الأحيان كأنها موجات الكتر ومغناطيسية أفضل من كونها جزيئات، لكي تنصرف بهذا الأسلوب فإن المدارات التي تحرك على طولها الإلكترونات يجب أن تكون عدد صحيح من الأطوال الموجية، من أجل طول موجي معين، فإن أنصاف أقطار معينة فقط ستسمح لمجتمعات الدوائر بتحقيق هذا الشرط. لذلك فإن الإلكترونات في ذرة ما تستطيع الظهور فقط في مستويات طاقة محددة ومعينة. الفراغ بين مستويات الطاقة شبيه بعملية فهرسة الخصائص الكيميائية للعناصر المختلفة. من المتعارف عليه تجزئة عدد من مستويات الطاقة المتقاربة التي تفصلها فراغات إلى مجموعات تتكون من أغلفة إلكترونية وأغلفة الكترونية فرعية كما هو موضح في الشكل (4-1). الفراغ في أي مستوى طاقة بين غلاف ما والذي يليه أكبر بكثير من الغلاف بين مستويات الطاقة في أي غلاف.



الشكل (1-4) موقع الإلكترونات في المستويات الأربعة الأولى للطاقة في الذرة.

الحُد الأعلى لعدد الإلكترونات التي يمكن أن يحتويها كل مستوى طاقة أو غلاف فرعي هو نفسه في كل الذرات، الغلاف الأول يستطيع أن يحتوي إلكترونين فقط، والغلاف الثاني يحتوي على ثمانية إلكترونات، والثالث يحتوي على ثمانية عشر إلكترونًا وهكذا حتى الغلاف السابع عشر للذرات الثقيلة. الغلاف الداخلي الأقرب للنواة هو أقل مستوى طاقة، الأغلفة تبدأ في الامتلاء تصاعدياً من النواة حسب زيادة العدد الذري للعنصر، لهذا لا تستطيع الإلكترونات الظهور في الغلاف الثاني حتى يمتلك الغلاف الأول الحُد الأعلى من الإلكترونات الخاص به وهو إلكترونان، وكذلك لن يظهر أي إلكترون في الغلاف الثالث حتى يمتلك الغلاف الثاني ثمانية إلكترونات، بعد أن يمتلئ الغلافان الفرعيان الداخليان للغلاف الثالث فإنه إما أن يظهر إلكترون أو إلكترونان في الغلاف الرابع قبل أن يكتسب الغلاف الفرعي الخارجي للغلاف الثالث أي إلكترون. الاختلافات من هذا النوع تصبح أكثر تشابكاً في المستويات الرابع والخامس والسادس. بالرغم من هذا فإنه يتبع نموذج محدد.

من أجل بحثنا في خاصية المادة الكهربائية فإننا نحتاج فقط أن نأخذ بعين الاعتبار تلك الإلكترونات في مستوى الطاقة الأعلى في التركيب الغلاف لذرة معينة، هذه الإلكترونات تسمى بالإلكترونات التكافؤ (valence electrons). بإضافة كمية صغيرة من الطاقة للإلكترونات التكافؤ في ذرة ما يكون من السهل زيادة نصف قطر مداراتها وبذلك تستطيع الإفلات من قوة جذب النواة. عند إزالة الإلكترونات التكافؤ من ذرة ما فإن الذرة تحتوي على عدد من البروتونات أكثر من عدد الإلكترونات وبالتالي لا تكون متعادلة كهربائياً ولكنها تبدي شحنة موجبة.

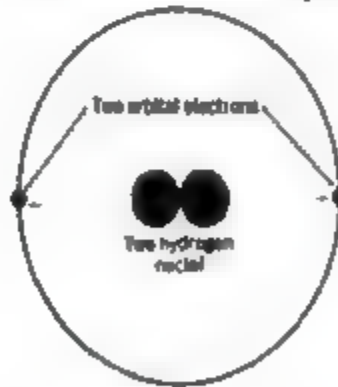
من السهل أيضاً إضافة إلكترون إلى مستوى تكافؤ فرعي في ذرة ما، مثل هذه الذرات تبدي شحنة سالبة. في القسم (1-3)، سوف نكتشف كيف تزود الطاقة اللازمة لإعادة توزيع الإلكترونات التكافؤ بواسطة التفاعل الكيميائي، ونستطيع أيضاً في بعض الحالات تزويد الطاقة اللازمة لذلك باستخدام الاحتكاك. من هذا فإن الكرة اليسرى في الشكل (1-2 b) تعطي شحنة موجبة وذلك بإزالة بعض الإلكترونات من ذراتها، الكرة اليمنى تعطي شحنة سالبة وذلك بإضافة الإلكترونات إلى ذراتها المتعادلة اعتيادياً.

1-3 اتحاد الذرات: Combination Of Atoms

إن عدد الإلكترونات التكافؤ الذي تمتلكه ذرة عنصر معين يتحكم في الطريقة التي تتركب بها الذرات كيميائياً لتكوين جزيء مستقر، تكون الذرة في حالتها الأكثر استقراراً عندما يكون عدد الإلكترونات المرتبطة بكل نواة في جزيء ما ممتلئاً بالضبط غلاف فرعي في التركيب المداري. عناصر مثل الهليوم بإلكتروناته المداريان وعناصر لنيون ذو الإلكترونات العشرة لا تظهر ميلاً لتتحد كيميائياً مع العناصر الأخرى لأنها تمتلك أغلفة ممتلئة كاملاً، لذلك فإن الهليوم والنيون غازات خاملة (inert gases)، ومع ذلك توجد عناصر كثيرة ذراتها تمتلك إما الإلكترونات قليلة أقل من العدد اللازم لاكتمال غلاف فرعي أو تمتلك عدد قليل من الإلكترونات زيادة عن العدد اللازم لاكتمال مستوى فرعي، هذه الذرات تميل إلى الاتحاد في مركبات كيميائية بطريقة تسمح لكل الذرات في جزيء ما من جزيئات المركب بأن تمتلك أغلفة فرعية ممتلئة. توجد ثلاثة أنواع من الروابط الذرية التي تستطيع تحقيق هذه المتطلبات.

كلوريد الصوديوم (ملح معروف) مثال من احدى اشكال الربط الذري، ذرة الصوديوم لها احدى عشر إلكترونًا، الغلافان الأوليان من هذه الذرة تملا كمالاً ويعطيان إلكترون واحد في الغلاف الثالث. ذرات الكلور تمتلك سبعة عشر إلكترونًا، اقل بواحد من اكتمال مستوى فرعي، عند الاتحاد فان ذرة الصوديوم تعطي إلكترون التكافؤ إلى ذرة الكلور لذلك فان كلا الذرتين تمتلك أغلفة ذرية ممتلئة كمالاً، لان ذرة الصوديوم فقدت إلكترون فإنها غير متعادلة كهربائياً. إن الذرة التي فقدت أو اكتسبت إلكترونان لا تمتلك نفس الخواص الكيميائية مثل الذرة المتعادلة لذلك يطلق عليها ايون (ion)، عندما تفقد ذرة الصوديوم إلكترون فان شحنة نواتها الموجبة تكون هي المسيطرة و تكون ايون صوديوم موجب، نفس الحالة تطبق على ذرة الكلور التي أصبحت ايون كلور سالب. إن قوة الجذب بين شحنتي ايوني الصوديوم و الكلور الغير متشابهة تربطهما مع بعض لتكوين جزيء مستقر من كلوريد الصوديوم. هذا النوع من الارتباط يسمى رابطة أيونية (ionic bonding).

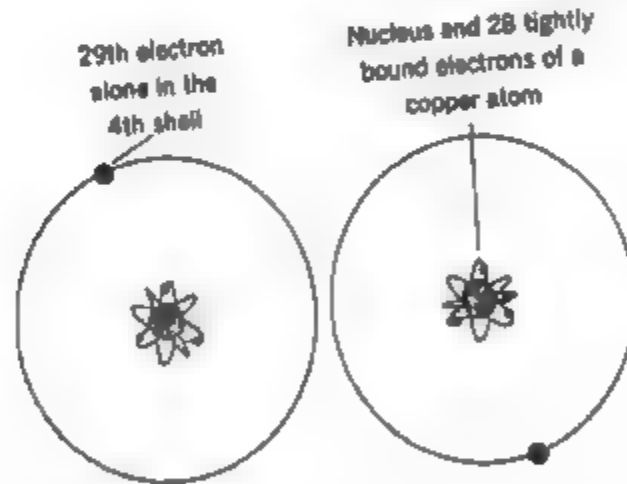
الهيدروجين يمتلك إلكترون واحد فقط وهو عنصر نشط جداً، إذا لم يستطع أن يكتسب إلكترون لكي يوفر إلكترونان لغلافه الأول فانه يعطي الإلكترون الذي يمتلكه. وبالنسبة للكثير من المركبات الأيونية تحتوي على أيون هيدروجين موجب، و لجزي الهيدروجين لتكوين جزيء مستقر من غاز الهيدروجين النقي فان ذرتا هيدروجين تستطيع أن تتحد بطريقة بحيث تشتركان في



الشكل (1-5) النموذج الذري

إلكترون واحد كما هو متوقع في الشكل (1-5)، بالنتيجة كل ذرة هيدروجين في الجزيء تمتلك إلكترونان (غلاف أولي ممتلئ تماماً)، لذلك فالجزيء ككل متعادل كهربائياً، هذا الإلكترون المشترك يسمى رابطة تساهمية (covalent bonding).

ذرات مجموعة من العناصر تدمى بالفلزات ترتبط مع بعضها بواسطة نوع ثالث من الروابط، الفلزات التي تهتمنا لديها إلكترون تكافؤ مفرد. على سبيل المثال ذرات النحاس تمتلك 29 إلكترونات في مدارات حول كل نواة، بعد أن تمتلئ الأغلفة الثلاثة الأولى ($2+8+8=18$)، يبقى إلكترون ابوني واحد في الغلاف الرابع، ولأن ذرة النحاس ستكون أكثر استقراراً بدون إلكترون التكافؤ هذا، فإن قوة جذب صغيرة ضعيفة جداً يمكن أن تحمله وتضعه في مدار حول النواة (بصورة لا تشابه 28 إلكترونات المرتبطة بإحكام التي تملأ الأغلفة الثلاثة الأولى)، ونتيجة فإن إلكترون التكافؤ دائماً يوجد لوحده في المنطقة التي تتوسط بين نواتين كما هو موضح في الشكل (1-6). في منطقة الجذب المتوازن هذه فإن إلكترون التكافؤ يكون حراً لترك النواة الأم وأن يتحرك إلى الغلاف الرابع للذرة المجاورة.



الشكل (1-6) النموذج الذري لذرتي نحاس متجاورتان

التأثير الكلي للإلكترونات التكافؤ في فلز ما التي أصبحت حرة بأن تتحرك من ذرة إلى أخرى، فإنه شبيه بقطعة نحاس صلبة تكون الهيكل الفولاذي لناطحات السحاب تمر الريح من خلالها. تشير ذرات النحاس إلى الإلكتروناتها الذرية لتكوين

معدلة واحدة من لاكترونات الحرة، وبذلك تصبح أيونات نحاس موجبة مستقرة
موجودة 28 إلكترونات المدارية المرتبطة بإحكام، ولأن بوسات الفلز الموجبة تتناثر مع
بعضها البعض فإنها تشكل موقع هيدروجيني ثابت في السحابة الإلكترونية وبذلك
تعتبر الجسم عازلي شكله الخاص للذرات تتراكم مع بعضها البعض بواسطة قوة
الجذب بين الإلكترونات الحرة الموجبة وسحابة الإلكترونات العامة ونسعى بالرابطة
الفلزية (المعدنية) (metallic bonding) بمعرفة كتلة ذرة نحاس مفردة يمكننا تقدير أنه
يوجد (2.9×10^{23}) من الإلكترونات الحرة في سنتيمتر مكعب من النحاس تقريباً إن
الطريقة التي تصرف بها المواد المختلفة في الدوائر الكهربائية تعتمد على أي من
الأنواع الثلاثة من الروابط الذرية التي تضم الذرات مع بعضها البعض في كل جزيء.
وعليه نستطيع الآن تحديد طبيعة الجزيئات التي تتدفق خلال الموصلات النحاسية
للدائرة الكهربائية البسيطة الموضحة في الشكل (1-1)، مثل الرياح تماماً التي تجعل
الهواء يتدفق خلال الهيكل العولاذي للعمارة، يمكننا إجبار الإلكترونات الحرة على
التحرك خلال شبكة الأيونات الفلزية الموجبة كما موضح في موصلات النحاس
الصلبة، انسياب هذه الجزيئات المشحونة كهربائياً تحت تأثير قوة كهربائية يكون
المتطلبات الضرورية لإرسال الطاقة بشكل كهربائي. إن انسياب الإلكترونات الحرة في
موصل كهربائي يمثل التيار الكهربائي (electric current).

1-4 مخططات الدائرة، Circuit Diagrams

نستطيع أن نعرض التوصيل الحقيقي للمركبات المختلفة لدائرة كهربائية بشكل
تخطيطي أوضح بكثير من الوصف العام، لذلك سنشع التطبيق المعتاد في رسم مخطط
الدائرة لكل دائرة كهربائية نناقشها، وكلما تقدمنا نحو دوائر أكثر تعقيداً، فإن التمثيل
المصور للشكل (1-1) سيمثلك محددات هامة لإبقاء مخططات الدائرة بسيطة وواضحة
قدر الإمكان، تمثل العناصر المختلفة للدائرة باستخدام رموز بيانية قياسية أفضل من
استخدام مخططات تصويرية. بالرغم من وجود بعض الاختلافات في الرموز البيانية في
الماضي، فإن تلك الموضحة في الشكل (1-1) هي المقاييس المقبولة في الوقت الحاضر.



إن مخطط الدائرة للدائرة الكهربائية الأساسية في الشكل (1-1) موضح في الشكل (1-7)



الشكل (1-7) مخطط الدائرة للدائرة الكهربائية الأساسية.

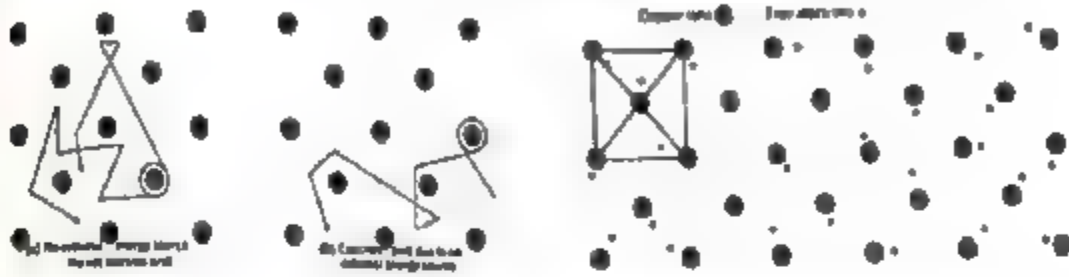
1-5 التيار الكهربائي، The Electric Current

في الجزء السابق اكتشفنا بأن الطاقة تُحمل في دائرة كهربائية بواسطة انسياب جزيئات مشحونة كهربائياً، واكتشفنا أيضاً بأن ذرات الفلزات تتحرك بطريقة بحيث تكون إلكتروناتها الكثافة حرة للعمل كحاملات شحنة لنقل الطاقة. قبل أن نعبّر عن قيمة التيار الكهربائي عددياً، سنقوم بأخذ نظرة عن قرب إلى طبيعة انسياب هذه الإلكترونات.

في القسم (1-3) اشرنا إلى أن ذرات النحاس ترتب نفسها في تركيب بلوري، لذلك فإن أيون النحاس الموجب يتركب من نواة و28 إلكترون مثبتة بإحكام موضوعة في شكل يسمح للإلكترون 29 أو إلكترون التكافؤ ليتحرك حراً من ذرة إلى ذرة أخرى. النموذج الشبكي للفلزات مثل النحاس يكون في شكل مكعب وأيضاً في مركز كل وجه من الوجوه الستة للمكعب، الشكل (1-8) يعرض مقطع عرضي لشكل هذا التركيب الشبكي مع وجود وحدة بلورية واحدة لتحديد الشكل الخارجي له.

بالرغم من وجود إلكترون حر لكل أيون نحاس، فإن الشكل (1-9) يعرض أحد هذه الإلكترونات الحرة فقط، لذلك يمكننا رسم مخطط لحركته خلال التركيب الشبكي. في قطعة من موصل نحاسي موضوعه على طاولة فإن هذا الإلكترون الحر يتحرك من ذرة إلى أخرى، اتجاهه عند أي لحظة يعتمد على جزيئات الطاقة العشوائية التي يلتقطها خلال انتقاله من التناثر من الإلكترونات الأخرى، أو من جذبها من

أيونات النحاس أو من الطاقة الحرارية التي تجعل الأيونات تهتز من مواقعها الشبكية الثابتة. هذه الحركات العشوائية يزيد عن المتوسط خلال فترة من الزمن لذلك لا توجد حركة شبكة في أي اتجاه في الشكل (1-9 a).

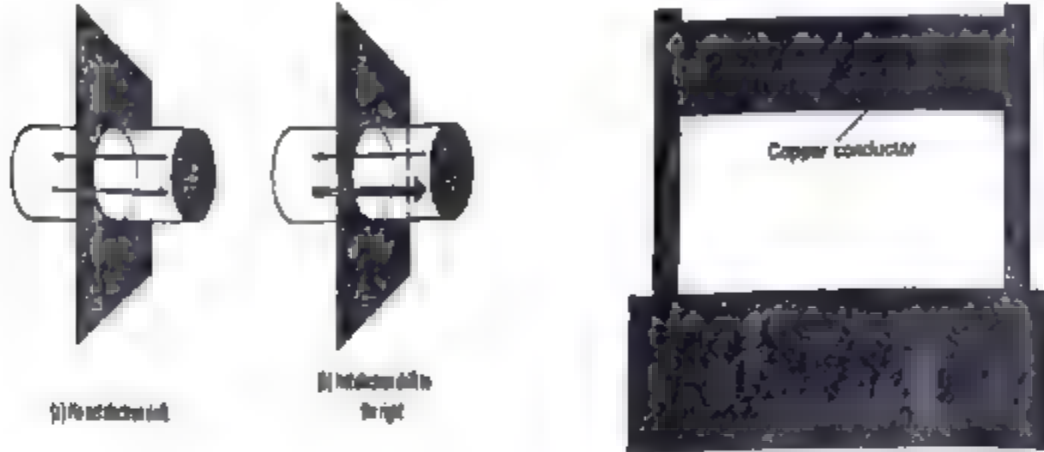


الشكل (1-8) مقطع عرضي لموصل نحاسي الشكل (1-9) الحركة العشوائية للإلكترون حر في موصل نحاسي

الشكل (1-9 b) يوضح نفس الموصل مربوط بدائرة كهربائية بحيث ينقل طاقة البطارية في الدائرة الكهربائية الأساسية الموضحة في الشكل (1-1) تمثل مصدر طاقة خارجي للإلكترونات الحرة في الموصل. الطاقة التي تكتسبها الإلكترونات من هذا المصدر الإضافي تزيد من تكديس الإلكترونات الكلي إلى يمين الحركة العشوائية للإلكترونات الحرة.

لإنتاج هذا التكدس الإلكتروني، فإن البطارية في الشكل (1-10) تضيف الإلكترونات زيادة عند النهاية اليسرى للموصل وفي نفس الوقت تزيل عدد مماثل من الإلكترونات من النهاية اليمنى للموصل. عند الطاقة الكيميائية الزائدة فإن البطارية قادرة على إبقاء فيضان الإلكترونات (شبكة شحنة سالبة) عند نهايتها السالبة، ونقص الإلكترونات (شبكة شحنة موجبة) عند نهايتها الموجبة. كما أشرنا سابقاً، بأن قوة تنافر كهربائية توجد بين شحنتين كهربائيتين متشابهتين، وقوة تجاذب كهربائية توجد بين شحنتين كهربائيتين مختلفتين. الإلكترونات الحرة في الموصل تمتلك شحنات أولية سالبة، لذلك تنافر بواسطة الشحنة السالبة عند النهاية السالبة للبطارية و تجذب بواسطة الشحنة الموجبة عند النهاية الموجبة للبطارية. ولأن هذه الإلكترونات حرة الحركة من ذرة إلى أخرى في شبكة أيونات النحاس، فإن النتيجة هي التكدس

الالكترونوني من اليسار إلى اليمين في الموصل الموضح في الشكل (1-10). كما سنكتشف في القسم (1-9)، إن العمل الكيميائي في البطارية سيملاً تزويد فيضان الالكترونات عند النهاية السالبة بسرعة، مثلما الالكترونات الحرة في الموصل تنساب إلى النهاية الموجبة للبطارية.



الشكل (1-10) حركة إلكترون حر . الشكل (1-11) التأثير الكلي بعد تزويده بطاقة كهربائية من بطارية لحركة بلايين من الالكترونات الحرة

لتحديد الحركة الكلية للالكترونات الحرة في موصل كهربائي، يمكننا افتراض مستوى تخيلي يقطع الموصل في اتجاه زوايا قائمة من طوله كما هو موضح في الشكل (1-11). إذا كنا قادرين على مشاهدة الالكترونات الحرة في انتقالها العشوائي سنكتشف إن بلايين من الالكترونات تعبر المستوى في كلا الاتجاهين خلال فترات زمنية معينة. الشكل (1-11 b) يمثل الموصل الموضوع على طاولة بدون تزويده بمصدر طاقة خارجي، في هذه الحالة عدد الالكترونات التي تعبر المستوى في اتجاه واحد خلال فترة زمنية معينة يساوي العدد الذي يعبر في الاتجاه المعاكس في نفس الفترة الزمنية. لذا لا يوجد تكديس إلكترون، وأيضاً لا يوجد انتقال طاقة على طول الموصل، من هنا باستخدام التعريف لا يوجد تيار كهربائي. في الشكل (1-11a) إن وجود مصدر طاقة خارجي يجعل الالكترونات تعبر المستوى التخيلي من اليسار إلى اليمين أكثر من اليمين إلى اليسار،



وبالنتيجة يوجد تكدمس الكتروني في اتجاه اليمين على طول الموصل، هذا هو تكدمس حاملات الشحنة التي تكون التيار الكهربائي الذي يجب أن نكون قادرين على التعبير عنه بمصطلحات عديدة.

التيار الكهربائي هو سريان كلي لحاملات الشحنة الكهربائية التي تمر خلال نقطة في دائرة كهربائية في فترة زمنية معينة.

ولأن الإلكترونات لا يمكن تكوينها أو تدميرها، فإذا وجد انسياب لحاملات شحنة من مصدر طاقة إلى حمل في موصل كهربائي واحد في الدائرة الكهربائية الأساسية الموضحة في الشكل (1-1) يجب علينا ربط موصل آخر إلى الدائرة، وبذلك فإن عدد متساوي من الإلكترونات يستطيع أن يدور من الحمل راجعاً إلى مصدر الطاقة، وبالنتيجة فإن المصباح الكهربائي وأوتار الأجهزة لديها موصلين حاملين للتيار.

1-6 الكولوم: The Coulomb

كل إلكترون يمتلك كمية الشحنة الكهربائية الأولية نفسها، لذلك نستطيع التعبير عن التكدمس الكتروني في المستوى التخيلي الموضح في الشكل (1-11) إما باستخدام مصطلحات عدد الإلكترونات أو باستخدام مصطلحات الشحنة الكهربائية الكلية التي يمتلكها هذا العدد من الإلكترونات. الخطوة الأولى في التعبير عن التيار الكهربائي بالمصطلحات العددية هي القدرة على التعبير عن كمية الشحنة الكهربائية الكلية التي تمر في المستوى التخيلي للشكل (1-11).

إن كمية الشحنة الكهربائية الأولية التي يحملها الإلكترون صغيرة جداً للأغراض العملية. إن الوحدة العملية للتعبير عن كمية الشحنة الكهربائية يجب أن تمثل الشحنة المحمولة بواسطة بلايين من الإلكترونات.

الكولوم هو وحدة القياس العالمية لكمية الشحنة الكهربائية.

حدد الفيزيائيون مايلي :

واحد كولوم يمثل كمية الشحنة الكهربائية التي يحملها 6.24×10^{18} إلكترون.



في لجنة العلوم الصناعية، نستخدم المعادلات الجبرية لعرض التعاريف والمعلومات في شكل مختصر ودقيق، لذلك يجب أن يكون لدينا رموز كتابية قياسية لتمثيل كل المصطلحات المتغيرة في هذه المعادلات ورموز وحدة لتمثيل وحدات القياس.
إن رمز الشحنة الكهربائية هو Q . ورمز الوحدة للكولوم هو C .

مثال 1-1:

يوجد 2.40×10^{19} من الإلكترونات الحرة في قطعة سلك نحاسي، كم عدد الكولومات من الشحنة الكهربائية التي تمثل هذه الإلكترونات؟
الحل:

$$Q = \frac{2.40 \times 10^{19} e}{6.24 \times 10^{18} e/C} = 3.85C$$

1-7، الأمبير The Ampere

من تعريفنا العام للتيار الكهربائي في القسم (1-5)، فإننا نحتاج للوحدات المتغيرين:

1. كمية الشحنة الكهربائية المارة في نقطة معينة في دائرة كهربائية (كولوم).
2. ولفترة زمنية معينة، الثانية هي وحدة الزمن القياسية العالمية، وهي مناسبة للتعبير عن قيمة التيار الكهربائي بوحدات الكولوم لكل ثانية.

النظام العالمي للوحدات يفضل عدم استخدام وحدات مركبة مثل الكولوم لكل ثانية كوحدات أساسية، لذلك أسست وحدة تيار خاصة لتخليد اسم أحد الفيزيائيين الكهربائيين الرائدة "أندري ماري أمبير" ولهذا فان:
"الأمبير هي وحدة التيار الكهربائي العالمية القياسية".

واحد أمبير هو معدل انسياب الشحنة الكهربائية (التيار الكهربائي) عندما يمر واحد كولوم من حاملات الشحنة الكهربائية في نقطة معينة خلال دائرة كهربائية في ثانية واحدة.

الأمبير و الكولوم في الثانية مترادفان، وباستخدام الأمبير كوحدة التيار الكهربائي، يجب أن نذكر أنفسنا بأن التيار هو معدل انسياب الشحنة لكل ثانية.

إن تغير المسافة لكل وحدة زمن تسمى بالسرعة (velocity). وتغير الحجم أو الكمية لكل وحدة زمن تسمى معدل الانسياب (rate of flow)، أو ببساطة انسياب (flow). فمثلاً انسياب الغاز الطبيعي في خط أنابيب يقاس بالأمطار المكعبة لكل ثانية، هذا الانسياب لا يشابه معدل السرعة الذي تتحرك به جزيئات الغاز على طول الأنبوب. كذلك الحال في الدائرة الكهربائية فإنه يجب أن نكون حذرين بالالخلط بين معدل انسياب الشحنة الكهربائية ومسرعة حاملات الشحنة. الأمبير هو وحدة متوسط استخدام مصطلحات كمية لكل ثانية وليس باستخدام مسافة لكل ثانية. إن مهندس المرور يقيس معدل انسياب سيارات في طريق عام باستخدام عدّاد حركة المرور، الذي يخبره كم عدد السيارات التي تمر في نقطة معينة في الطريق العام خلال فترة زمنية معينة. إن سرعة السيارات (بالكيلومتر لكل ساعة) يمكن أن تتغير كثيراً ولا تعطي علاقة ثابتة مع السيارات التي تستخدم الطريق العام في كل يوم. وكذلك الحال عندما يكون التيار الكهربائي واحد أمبير في موصل نموذجي، فإن سرعة تكديس الإلكترونات على طول الموصل يساوي تقريباً واحد من العشرة من المليمتر لكل ثانية فقط.

إن رمز التيار الكهربائي هو I . ووحدته هي الأمبير A .

يمكننا التعبير عن العلاقة بين الأمبير و الكولوم لكل ثانية باستخدام المعادلة التالية :

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1-2)$$



حيث I هو التيار بالأمبير، Q كمية الشحنة الكهربائية بالكولوم، t هو الزمن بالثانية.

مثال 1-2:

احسب قيمة التيار في دائرة كهربائية عندما تمر شحنة كهربائية مقدارها 75 كولوم في نقطة معينة في الدائرة خلال نصف دقيقة ؟
الحل:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{75C}{30s} = 2.5C/s = 2.5A$$

(1) (2) (3) (4)

من السهل إدخال البيانات ببساطة في الآلة الحاسبة والحصول على الجواب العددي في خطوة واحدة. ومع ذلك في هذه المراحل المبكرة فإن الحل المنظم سيساعد كثيراً في فهم سلوك الدائرة الكهربائية. لذلك ستحدد تسلسل الخطوات المرتبطة بحل مثال (1-2).

الخطوة (1): لاحظ أن المسألة تعرض جزأين من المعلومات وتسال عن جزء واحد، لذا نعبّر عن هذه المعلومات في صيغة معادلة، ونكتب رموز الكميات الغير معروفة في الجهة اليسرى من إشارة التساوي ورموز المعلومات المعطاة (في علاقتها الخاصة) في الجهة اليمنى من إشارة التساوي.

الخطوة (2): عرض بالمعلومات المعطاة في المعادلة وتأكد من أن القوى العشرية أو بادئات الوحدة متضمنة لتحفظ القيمة المناسبة.

الخطوة (3): اجري الحسابات العددية.

الخطوة (4): قيمة عرض الحاسبة سيكون في وحدات جذرية، لذا عبّر عن الجواب باستخدام وحدات مناسبة، واستخدم بادئات وحدة إذا كان ضرورياً لتطابق صيغة المقاييس العالمية الموصى بها.

مثال 1-3:

كم الزمن الذي يستغرقه 4 ملي كولوم من الشحنة الكهربائية للمرور خلال مصدر في دائرة كهربائية إذا كان التيار 50 أمبيراً ؟

الحل:

$$I = \frac{Q}{t} \quad \text{لأن} \quad I = \frac{Q}{t} \quad \text{إذا}$$

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{4 \text{ mC}}{50 \text{ C/s}} = 4 \times 10^{-3} / 50 = 8 \times 10^{-5} \text{ s} = 80 \mu\text{s}$$

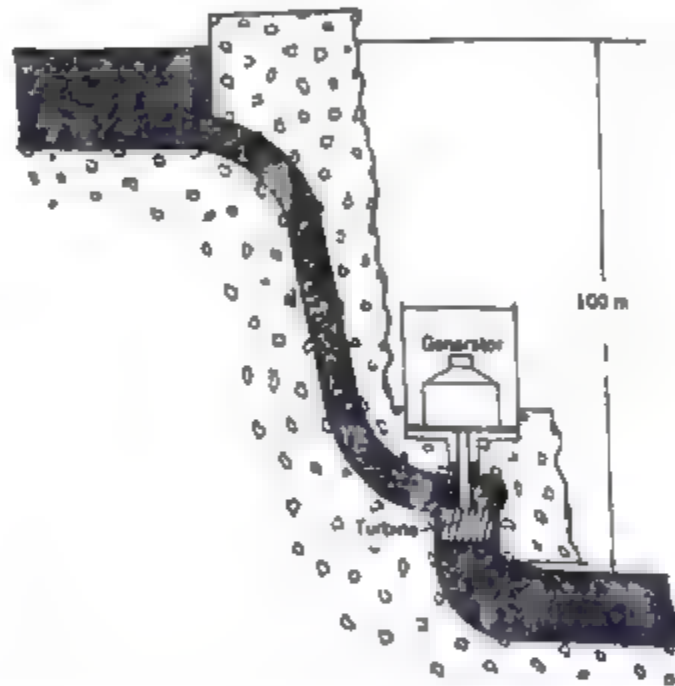
1-8 فرق الجهد : Potential Difference

أشرنا في القسم (2-1) انه لا يوجد تيار كهربائي في موصلات دوائرنا الكهربائية الأساسية حتى إضافة جهاز مثل البطارية تستطيع نقل الطاقة إلى الإلكترونات الحرة في الموصلات بحيث تنساب على طول الموصل، ونقول بان البطارية هي مصدر قوة تحرك الإلكترونات (an electron-moving force) أو قوة دافعة كهربائية (electromotive force)، وعادة تختصر إلى (ق. د. ك) أو emf .

إن تأثير قوة الجاذبية الأرضية مألوف لدينا أكثر من تأثير القوة الكهربائية، لذا يمكننا الاهتمام أولاً بعملية محطات التوليد الهيدروكهربائية الموضحة في المخطط العرضي المبسط في الشكل (1-12). ينحرف الماء الساقط من الشلال، ثم ينساب خلال ناعورة ومن ثم يتدفق إلى النهر تحت الشلال، وعندما يكون السقوط من متر فان الماء يفقد بعض من طاقته الكامنة. وحسب قانون حفظ الطاقة فان الطاقة الكامنة الضائعة للماء تحول إلى طاقة حركية بواسطة التوربين ومن ثم تحول إلى طاقة كهربائية بواسطة المولد الكهربائي أو الدينامو.

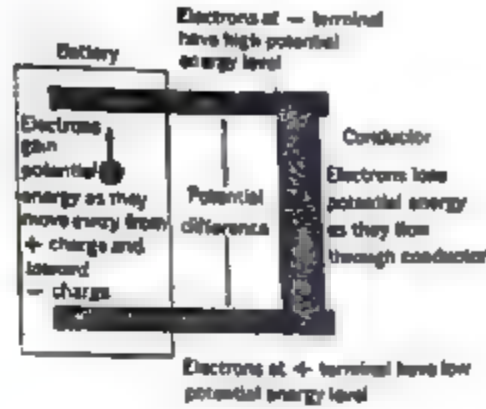
الأجسام الموجودة على سطح الأرض بعيدة عن مركز قوة الجاذبية الأرضية بمسافة 6400 كيلومتر، لذلك فان الفرق في قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة على متر مكعب من الماء فوق أو تحت محطة التوليد الموضحة في الشكل (1-12) يمكن إهماله. ولكن يوجد فرق بسيط للطاقة الكامنة في متر مكعب من الماء فوق أو تحت المحطة كما

سنكتشف إذا قمنا بضخ متر مكعب من الماء من النهر تحت المحطة إلى مسافة مئة متر من قمة تل باتجاه معاكس لاتجاه قوة الجاذبية الأرضية. القوة التي تشغل محطة التوليد الهيدروكهربائية ليست بكل بساطة قوة الجاذبية الأرضية وإنما هي فرق الطاقة الكامنة بين وحدة كميتين من الماء فوق وتحت محطة التوليد. يتطلب قانون حفظ الطاقة أن يكون فرق الطاقة الكامنة أو ببساطة فرق الجهد بين وحدة كميتين من الماء فوق وتحت محطة التوليد مساو للطاقة المستفيدة في صعود وحدة الكمية من الماء إلى مئة متر في اتجاه معاكس للجاذبية الأرضية.



الشكل (1-12) مقطع عرضي مبسط لمحطة توليد هيدروكهربائي

يمكننا الرجوع الآن إلى الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (1-10) التي وصلنا فيها موصل كهربائي بين نهايتي بطارية، هذه الدائرة موضحة مرة أخرى في الشكل (1-13). في هذه الحالة هاجمنا البطارية من جانبها، لذلك فإن المصطلحات المستخدمة للدائرة الكهربائية تتوافق مع مصطلحات النظام الهيدروليكي للشكل (1-12). البطارية هي مصدر القوة الدافعة المكافئة للشكل (1-13) لذلك يجب علينا الآن معرفة ما يحدث داخل البطارية.



الشكل (1-13) فرق الجهد الكهربائي

اشرنا في القسم (1-5) بان الالكترونات الحرة في الموصل تنساب مبتعدة عن النهاية السالبة للبطارية في اتجاه النهاية الموجبة، لإبقاء الشحنات السالبة والموجبة عند نهايتي البطارية، فانه يوجد داخل البطارية عدد مكافئ من الالكترونات يجب أن إزاته من النهاية الموجبة ويضاف إلى النهاية السالبة، وعليه فان داخل البطارية الكترونات يجب أن تتحرك مبتعدة عن النهاية الموجبة في اتجاه النهاية السالبة. بمعنى آخر إن الالكترونات يجب أن تتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه القوة الكهربائية المؤثرة عليها، مثل الماء تماماً يتحرك في اتجاه معاكس لاتجاه قوة الجاذبية الأرضية عندما يضغ إلى قمة تل. لتحقيق هذا فان الالكترونات يجب أن تكتسب قوة كامنة مأخوذة من الطاقة الكيميائية المخزونة في البطارية. وهكذا فان إلكترون واحد يصل عند النهاية السالبة يكون في مستوى طاقة كامنة أعلى مما كان عليه عند ترك النهاية الموجبة للبطارية. يوجد فرق طاقة كامنة كهربائي بين الالكترونات الحرة عند نهايات البطارية الموجبة والسالبة مع الالكترونات عند النهاية السالبة التي أصبحت أعلى جهد من تلك عند النهاية الموجبة.

تحت تأثير قوة الجاذبية الأرضية فان الماء في نظام التوليد الهيدروكهربائي لشكل (1-12) دائماً يميل بالسقوط إلى مستوى طاقة كامن منخفض، بنفس الطريقة فان الالكترونات عند النهاية السالبة للمصدر تميل للتتحرك إلى مستوى طاقة كامن منخفض، يمكنها فعل هذا عن طريق الموصل الخارجي المربوط بين نهايتي البطارية،



عند الانسياب من النهاية السالبة إلى النهاية الموجبة في الدائرة الخارجية فإن الإلكترونات تفقد كمية من طاقتها الكامنة تساوي الكمية التي تكتسبها عندما تتحرك من النهاية الموجبة إلى النهاية السالبة داخل البطارية. هذه الطاقة المفقودة في الدائرة الخارجية تتحول إلى ضوء، حرارة، أو شكل آخر مفيد من أشكال الطاقة، اعتماداً على طبيعة عنصر الحمل في الدائرة الكهربائية. بتحريك الدائرة الكاملة حول الحلقة المغلقة في الشكل (1-13) فإن الشحنات الكهربائية تمتلك زيادة بالجهد في البطارية و انخفاض جهد مكافئ في الدائرة الخارجية.

1-9 توليد فرق الجهد : Generating A potential Difference

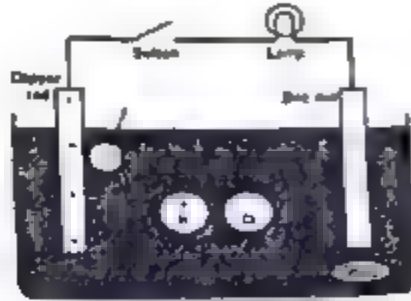
قبل أن نأخذ وحدة مناسبة بعين الاعتبار للتعبير عن فرق الجهد الكهربائي، فإننا سنأخذ بعين الاعتبار وبشكل مختصر كيف تحول البطارية الطاقة الكيميائية إلى قوة دافعة كهربائية والتي بدورها تولد فرق جهد بين نهايتي البطارية. القوة الدافعة الكهربائية هي خاصية البطارية في الدائرة الكهربائية في الشكل (1-13) التي تفصلها من الحمل الخارجي. القوة الدافعة الكهربائية هي مقياس لكمية الطاقة لكل وحدة شحنة كهربائية التي تحوّلها البطارية من شكل كيميائي إلى شكل كهربائي بواسطة عملية تفريق الشحنات الكهربائية لكي تنتج فرق جهد بين نهايتيها. لذلك فإن القوة الدافعة الكهربائية ليست قوة حقيقية يمكن قياسها بالنيوتن، القوة الدافعة الكهربائية تقاس بوحدات الجول لكل كولوم. وبالتالي فإنه بالرغم من أننا أحياناً نطلق على البطارية بأنها مصدر للقوة الدافعة الكهربائية، فإن مصطلح القوة الدافعة الكهربائية يختفي من المصطلحات الكهربائية عندما نركز اهتمامنا على فرق الجهد الذي تولده البطارية.

مصطلح البطارية يعني أساساً مجموعة خلايا كيميائية لكن الفائدة العامة تسمح لنا بأن نطلق على خلية الفولتية البسيطة لشكل

(1-14) بأنها بطارية ذات خلية مفردة لأن المصطلح يدل على ذلك ضمناً.

عندما يركب الهيدروجين بالإلكترونات التكافئي الواحد مع الكلور الذي لديه 17 إلكترون مدارياً لتكوين أيون مركب حمض الهيدروكلوريك فإن الكلور يستعير الإلكترون الوحيد من الهيدروجين لإكمال ملئ مستوى فرعي في تركيبه الذري

(تحقق من ذلك بالرجوع إلى الشكل (1-4) عندما يعمل ذلك فان ذرة الهيدروجين تفقد إلكترون كما هو موضح بإشارة (+) في الشكل (1-14) و الكلور يكتسب إلكترون زيادة.



الشكل (1-14) توليد فرق جهد كهربائياً باستخدام خلية كيميائية بسيطة.

التركيب الكيميائي لحامض الهيدروكلوريك و كلوريد الزنك يحتاج إلى طاقة لنقل ذرة الكلور من جزي كلوريد الزنك إلى جزي الهيدروكلوريك. ولذلك يجب أن تحرر طاقة عندما تتحرك ذرة الكلور من جزي الهيدروكلوريك إلى جزي كلوريد الزنك. هذه الطاقة تحول إلى زيادة الكترونية من ايون الكلور السالب في الحمض عندما يتحرك ايون الكلور باتجاه قضيب الزنك ليتركب مع ذرات الزنك لتكوين كلوريد الزنك. خلال هذه العملية الكيميائية فان الزيادة الالكترونية التي استعارها الكلور من الهيدروجين تترسب على قضيب الزنك، وهكذا تنشئ زيادة من الالكترونات أو شحنة سالبة على قضيب الزنك. كل ايون كلور يتركب مع الزنك، أما ايون الهيدروجين الذي فقد الإلكترون الخاص به بإعطائه إلى ايون الكلور يذهب للبحث عن مصدر للالكترونات الحرة لاستعادة حالته الاعتيادية كذرة هيدروجين. قضيب النحاس يمثل هذا المصدر، وعندما تكسب ايونات الهيدروجين الالكترونات النحاس الحرة، تنشأ شحنة موجبة على قضيب النحاس. عدد الالكترونات التي تأخذها ايونات الهيدروجين من القضيب النحاسي يساوي عدد الالكترونات المترسبة على قضيب الزنك بواسطة ايون الكلور.

وهكذا فإن خاصية القوة الدافعة الكهربائية للبطارية تخلخل التوازن الاعتيادي للأيون في حمض الهيدروكلوريك بواسطة تفريق الأيونات المشحونة كهربائياً. الشحنات السالبة تجبر على التحرك إلى قطب الزنك عندما تذهب الشحنات الموجبة إلى قضيب النحاس. من هنا يمكن اعتبار البطارية (أو أي مصدر طاقة كهربائي) جهاز تفريق للشحنة الكهربائية. أو إذا رغبتنا في استخدام مصطلحات منطقتنا الهيدروكهربائي، يمكن أن نعتبر أي مصدر طاقة كهربائي (مصدر قوة دافعة كهربائية) مضخة تنشئ فرق جهد بين نهايتين بواسطة ضخ الإلكترونات من النهاية الموجبة إلى النهاية السالبة في اتجاه عكس القوة الكهربائية التي تعارض هذه الحركة.

إذا تركنا المفتاح مفتوحاً فإن الحركة الكيميائية تتابع حتى يتكون فرق جهد كافٍ بين النحاس والزنك تكون عنده أيونات الكلور المشحونة سالبة لا تمتلك قوة جذب كيميائية كافية للوصول إلى الزنك باتجاه عكس القوة الكهربائية، لذلك فتكون كلوريد الزنك سوف يتوقف. عندما نغلق المفتاح فإن الإلكترونات حرة منسري خلال الموصلات والمصباح لأن الإلكترونات في الموصلات تنافر بواسطة الشحنة السالبة على قضيب الزنك وتجذب بواسطة الشحنة الموجبة على قضيب النحاس. يحاول هذا السريان إرجاع فرق الجهد في الدائرة إلى الصفر. لكن عندما يهبط فرق الجهد إلى أقل قيمة فإن الحركة الكيميائية تبدأ مجدداً، بإيداع الإلكترونات على قضيب الزنك وإزالتها من قضيب النحاس، فالنتيجة ستكون سريان ثابت للإلكترونات الحرة (تيار كهربائي) لأن تخفيض فرق الجهد في الحمل الكهربائي (المصباح) يعوض بواسطة عمل الخلية لزيادة فرق الجهد إلى مستوى يحدد بواسطة المعدنين الخاصين المستعملان في الخلية. سنطلق على انسياب الشحنات الكهربائية الثابت هذا في اتجاه واحد حول حلقة اسم تيار مستمر (Direct Current) أو (DC).

1-10 الفولت، The Volt

فرق الجهد الكهربائي (PD) بين أي نقطتين في دائرة كهربائية هو زيادة (أو انخفاض) في الطاقة الكامنة المرتبطة بتحريك وحدة كمية من الشحنة الكهربائية من نقطة إلى أخرى.

أشرنا سابقاً، حسب نتيجة قانون حفظ الطاقة أن الشغل والطاقة متساويان عددياً، وعرفنا الشغل بأنه إنجاز حركة في اتجاه معاكس لعمل القوة التي تحاول أن تعارض هذه الحركة. إن رمز الشغل والطاقة هو W .

لتعريف الشغل:

$$W = Fs \quad (1-3)$$

حيث F هي القوة بالنيوتن، s هي المسافة بالمتر.

نستطيع التعبير عن الشغل والطاقة بوحدة (نيوتن المتر). لكن النظام العالمي للوحدات يفضل تجنب الوحدات المركبة.

الجول هي الوحدة القياسية العالمية للشغل والطاقة.

رمز الوحدة للجول هو J .

من هذه التعاريف نستطيع التعبير عن فرق الجهد الكهربائي باستخدام الجول لكل كولوم. مرة أخرى النظام العالمي للوحدات يعطي وحدة مشتقة خاصة للجول لكل كولوم.

الفولت هو وحدة القياس العالمية لفرق الجهد.

من تعريف فرق الجهد،

واحد فولت هو فرق الجهد بين نقطتين في دائرة كهربائية عندما تكون الطاقة اللازمة لتحريك واحد كولوم من الشحنة الكهربائية من نقطة إلى أخرى واحد جول.

ورمز فرق الجهد هو E أو V .

ورمز الوحدة للفولت هو V . يمكننا التعبير عن هذه العلاقة بشكل معادلة

كالتالي :

$$E(\text{or})V = \frac{W}{Q} \quad \dots\dots\dots(1-4)$$

حيث أن $E(\text{or})V$ هو فرق الجهد بالفولت، W هي الطاقة بالجول، Q هي كمية الشحنة بالكولوم.

مثال 1-4:

خلال تفاعل كيميائي في الخلية السائلة المينة في الشكل (1-14) نقلت 50 كولوم من الالكترونات من النحاس إلى الزنك وتحرير 55 جول من الطاقة، كم فرق الجهد بين القضيبين ؟

الحل:

$$E = \frac{W}{Q} = \frac{55J}{50C} = 1.1V$$

مثال 1-5:

ينساب تيار كهربائي مقداره 0.3 أمبير خلال فتيلة أنبوبة صورة تلفزيونية وتحرر 945 جول بصورة طاقة حرارية في 5 ثوان، كم فرق الجهد في فتيلة الأنبوب ؟

الحل:

$$\text{لأن } I = \frac{Q}{t} \quad \text{إذا } Q = It$$

$$Q = It = 0.3A * 5s = 1.5C$$

$$\therefore V = \frac{W}{Q} = \frac{945J}{1.5C} = 6.3V$$

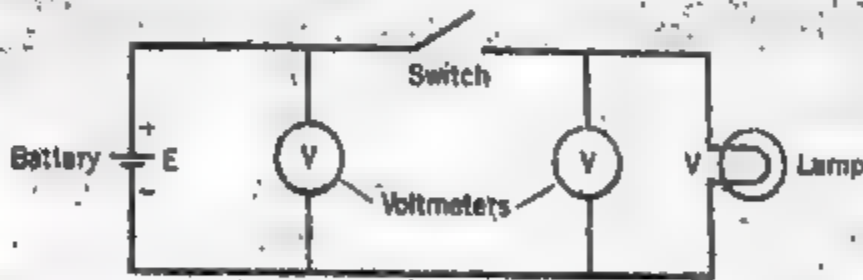
1-11 القوة الدافعة الكهربائية، فرق الجهد والفولتية: EMF, PD, And Voltage

في بداية القسم (1-8) استخدمنا مصطلح (ق. د. ك.) للتعبير عن خاصية الجهاز المولد التي يجب أن يمتلكها لإجبار حاملات الشحنة الكهربائية على السريان في الدائرة الكهربائية المغلقة.

(ق. د ك) هي ليست ببساطة القوة الكهربائية (بالنيوتن) التي تؤثر على الجزيئات المشحونة كهربائياً في الدائرة الكهربائية لإنتاج تكدس في اتجاه واحد. من خلال تعريف القوة الدافعة الكهربائية في جهاز مولد بأنها تساوي الطاقة المحولة عند تحريك كل وحدة كمية من الشحنة الكهربائية من أحد النهايتين إلى الأخرى داخل الجهاز، من هنا يمكن التعبير عن القوة الدافعة الكهربائية بوحدات الجول لكل كولوم أو الفولت. لكن القوة الدافعة الكهربائية وزيادة الجهد متساويان عددياً عندما تفتح الدائرة الكهربائية

($I = 0$). عندما يوجد تيار في الدائرة الكهربائية، فإن العجز في عملية تحويل الطاقة يعني أن زيادة الجهد بين نهايات الجهاز المولد اصغر عددياً من القوة الدافعة الكهربائية الداخلية.

القوة الدافعة الكهربائية هي وسيلة لإنهاء تحويل الطاقة. تحويل الطاقة مسئول عن توليد فرق الجهد بين نهايات الجهاز، وهو فرق الجهد الذي ينتج تيار كهربائي عندما يغلق المفتاح في الدائرة الكهربائية. في الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل (1-15) لا يستطيع الفولتميتر مباشرة اكتشاف القوة الدافعة الكهربائية، يمكنه فقط قياس فرق الجهد بين نهايات البطارية. (نستطيع تحديد قيمة القوة الدافعة الكهربائية بطريقة غير مباشرة عندما يكون المفتاح مفتوحاً ولا يسحب الفولتميتر أي تيار من البطارية).



الشكل (1-15) يوضح الفرق بين فولتية المصدر وهبوط الفولتية في الدائرة الكهربائية الأساسية

عند دراسة الدوائر الكهربائية من المعتاد افتراض أن الجهاز (المولد) فعال تماماً بحيث يكون فرق الجهد بين نهايتيه والقوة الدافعة الكهربائية الداخلية متساويان

- عددياً. مثل هذا الافتراض يسمح لنا بإهمال استخدام مصطلحات القوة الدافعة الكهربائية وزيادة الجهد في مصطلحاتنا. في هذا الكتاب سنتبع التدريب الحديث لتجنب مصطلح القوة الدافعة الكهربائية عندما نعني حقيقة زيادة الجهد بالفولت بين نهايات جهاز مولد.

منذ سنين عديدة استخدمت صيغ مصطلح الفولتية كتعبير أبسط عن فرق الجهد، الفولتية تعني أساساً شيء ما يقاس بالفولت، لهذا يمكن أن نستخدم بدلاً من فرق الجهد، وهذا مفضل في كثير من الكتب التقنية. لسوء الحظ إن مصطلح فرق الجهد ليس مشهوراً، انه مصطلح وصفي جداً نذكرنا كلماته بأنه يجب أن نحدد نقطتين معيتين في دائرة كهربائية قبل أن يحدد فرق الجهد. في الدائرتين الكهربائيتين في الشكلين (1-13) و(1-14) لاحظنا وجود نوعين من فرق الجهد، زيادة جهد في البطارية وانخفاض جهد في الموصلات الكهربائية والمصباح. مازلنا نفرق بين الزيادة والانخفاض في الجهد، ومازلنا نبنى المصطلحات الأكثر شيوعاً للتفريق بين فولتية المصدر (source voltage) أو الفولتية المسلطة (applied voltage) التي تظهر بين نهايت مصدر كنتيجة من قدرة تحويله للطاقة وانخفاض الفولتية (voltage drop) الذي يحدث عندما يسري تيار كهربائي في الدائرة الخارجية.

باستخدام مصطلح الفولتية الأكثر انتشاراً فإن الكثير من الفروقات بين فولتية المصدر أو الفولتية المسلطة وانخفاض الفولتية تختفي من الكتب التقنية. بعض الكتاب يستخدم نفس الرمز (E أو V) لكلا الفولتية المسلطة وانخفاض الفولتية. هدفنا في هذا الكتاب هو فهم لماذا الدائرة الكهربائية تنصرف مثلما هي عليه، ولهذا سوف نبقي فرق بين فولتية المصدر وانخفاض الفولتية. وذلك بتحديد الآتي:

1- الرمز لفولتية المصدر أو الفولتية المسلطة هو E .

2- الرمز لانخفاض الفولتية هو V .

يوجد فرق حقيقي بين فولتية المصدر وانخفاض الفولتية موضح في شكل (1-15). عندما يغلق المفتاح يعرض كلا الفولتمترين نفس القراءة عندما يتج التيار المار خلال المصباح انخفاض فولتية في المصباح مساو للفولتية المسلطة أو فولتية المصدر بين

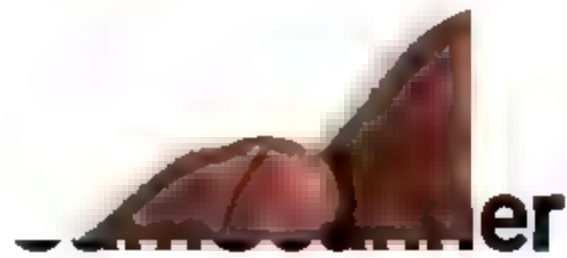
بهايتي البطارية. وعندما يفتح المفتاح فإن الفولتميتر المربوط عبر أطراف البطارية يسجل فولتية المصدر الناتجة من التفاعل الكيميائي داخل البطارية. أما الفولتميتر المربوط عبر طرفي المصباح يعطي قراءة صفر. يظهر انخفاض الفولتية في المصباح عندما تنساب الإلكترونات خلاله محاولة إعادة فرق الجهد في الدائرة إلى الصفر.

من الجيد أيضاً الإشارة عند هذه النقطة إلى حروف الجر التي نستطيع استخدامها مع مصطلحات التيار و الفولتية. التيار هو معدل انسياب الإلكترونات، لذلك ستكلم عن التيار في أو خلال موصل أو عنصر في الدائرة. التحدث عن التيار المار في المصباح عديم الجدوى لأننا لسنا متعودين على استخدام مصطلح فرق الجهد، لذلك يجب أن نذكر أنفسنا بأنه لا يوجد شيء مثل فولتية عند نقطة معينة يجب أن تقاس الفولتية المطلقة من مصدر الفولتية و انخفاض الفولتية من الحمل، بين نقطتيه أو من نقطة إلى أخرى مناظرة لها أو في عنصر دائرة معينة. التحدث عن الفولتية خلال عنصر لا فائدة منه أيضاً.

1-12 اتجاه التيار التقليدي: Conventional Current Direction

يمثل الموصل المعدني الموصوف في القسم (1-5) الشكل العام للموصل الكهربائي. حاملات الشحنة في الموصلات المعدنية هي الإلكترونات الحرة التي تنساب من النهاية السالبة لمصدر الفولتية باتجاه نهايته الموجبة. لهذا سنكتشف لاحقاً بأنه توجد أشكال أخرى للتوصيل الكهربائي، وعليه فإن التيار الكهربائي دائماً يتكون من سريان جزيئات مشحونة كهربائياً، هذه الجزيئات ليس بالضرورة أن تكون الإلكترونات حرة. فمثلاً حاملات الشحنة داخل البطارية الميئة في شكل (1-14) ليست الإلكترونات حرة. فعندما يغلق المفتاح، يتحرك نوعين من حاملات الشحنة لحظياً في اتجاهات متعاكسة داخل البطارية. أيونات الكلور السالبة الشحنة تتحرك باتجاه النهاية السالبة للبطارية وإيونات الهيدروجين الموجبة تتحرك باتجاه النهاية الموجبة لها.

من المفيد جداً عند رسم مخططات الدائرة الكهربائية الاتفاق على اتجاه ثابت للتيار الكهربائي. هذا ضروري لحساب المجموع الجبري للتيارات عند نقطة التقاء معينة



في الدائرة الكهربائية. في مثل هذا العمل البسيط فإن طبيعة السريان الحقيقي الفيزيائي لحاملات الشحنة غير مهم.

معظم عمل الدائرة الكهربائية يكون مع الموصلات المعدنية، لذلك يوجد ترتيب مناسب جداً لاختيار اتجاه انسياب الالكترونات في مثل هذه الموصلات حسب اتجاه التيار المتفق عليه رياضياً. لكن المجرى في زمن بنيامين فرانكلين ومايكل فاراداي لم تكن لديهم معرفة عن التركيب الذري للمادة، لذلك اختاروا اتجاه التيار الكهربائي اعتماداً أساساً على النتائج الملاحظة. نتيجة التيار الكهربائي الملاحظة بوضوح في خلية فاراداي الالكتروليتيّة، هي أن التيار الكهربائي يتكون من سريان جزيئات موجبة الشحنة، مثلما اشرنا سابقاً أن انسياب حاملات الشحنة الموجبة يكون في اتجاه معاكس لاتجاه حاملات الشحنة السالبة كما هو حال الالكترونات الحرة مع الايونات السالبة.

لذلك فإن كل قوانين وقواعد الدائرة الكهربائية مبنية على الاتجاه من النهاية الموجبة للمصدر مروراً بالدائرة الخارجية والعودة إلى النهاية السالبة للمصدر. إن حقيقة الاتجاه الفيزيائي لانسياب الالكترونات والذي لسوء الحظ عكس الاتجاه المتفق عليه رياضياً لا تشكل أي مشكلة مادامنا نعرف الغرض من اتجاه التيار المتفق عليه رياضياً. في هذه الفقرة ربطنا مصطلح التيار مع اتجاه متفق عليه ورمزنا بخط دائري حسب ذلك. لنطلق على العملية الفيزيائية للتوصيل الكهربائي لذلك نستخدم مصطلحات مثل سريان الكتروني لتسمية حاملات شحنة معينة.

1-13 الموصلات: Conductors

اكتشفنا في القسم (1-5) أن التيار الكهربائي يتكون من تكديس أو سريان جزيئات مشحونة. لكي تكون المادة موصل كهربائي مناسب، يجب أن تمتلك عدد كبير من حاملات الشحنة في كل وحدة حجم. لذلك فإن المادة ذات العدد الأكبر من حاملات الشحنة في كل وحدة حجم هي الأفضل لتكون موصل كهربائي. كما اشرنا في القسم (1-5) أن المعادن تمتلك عدد كبير جداً من حاملات الشحنة على شكل لكترونات حرة في كل وحدة حجم. بالرغم من أن بعض المعادن لديها عدد من

الالكترونيات الحرة في كل وحدة حجم أكثر من البعض الآخر إلا أن كل المعادن يمكن أن تستخدم كموصلات كهربائية.

النحاس هي مادة الموصل الكهربائي الأكثر انتشاراً. وهي ليست مكلفة كثيراً، يمكن سحبها إلى أسلاك، وهي تأتي في الدرجة الثانية بعد الفضة (العنصر الأكثر كلفة) من حيث الالكترونيات الحرة، حيث يوجد في النحاس 10^{23} من الالكترونيات الحرة. أما الفضة يوجد بها الكترونات حرة أكثر من النحاس بحوالي 5% في كل وحدة حجم. الألمونيوم يستخدم تجارياً كمادة موصل كهربائي بشكل كبير، فهو يمتلك 60% من الالكترونيات الحرة في كل وحدة حجم أقل مما في النحاس، وهو أخف وزناً وأقل كلفة من النحاس. يمكننا تعويض انخفاض توصيلة الألمونيوم بزيادة نصف قطر سلك الألمونيوم. بعض سبائك المعادن التي نستخدمها في عناصر التسخين الكهربائية لديها أقل من 1% من عدد الالكترونيات الحرة التي يمتلكها النحاس. هذا يمثل 6×10^{20} إلكترونات حرة لكل سنتيمتر مكعب. لهذا مثل هذه السبائك هي موصلات جيدة للكهربائية.

الصيغة الأكثر شيوعاً للموصلات الكهربائية المعدنية هي السلك النحاسي، الذي يكون عادة مغلف بغلاف عازل. قطر الموصل النحاسي يعتمد على قيمة التيار الكهربائي المطلوب توصيله. حتى هذا الوقت الأقطار القياسية للموصلات مازالت تحدد بوحدة المل (جزء من الألف من الإنج) باستخدام جدول القياس للسلك الأمريكي. للحفاظ على مرونة الموصل فإن المساحة العرضية الضرورية للموصلات الكبيرة تقسم إلى أسلاك مجدولة عديدة ثم تلوى مع بعضها لتكون موصل واحد. إن الدرجة العالية لعملية تصغير العناصر الكهربائية الناتجة عن تكنولوجيا صناعية ما تسمى عملية تكامل الكتروني واسع (large-scale integration) والتي قادت إلى نوع متبادل من الموصلات المعدنية، فبدلاً من توصيل عناصر الدائرة الكهربائية داخلياً بواسطة الأسلاك النحاسية فإن تخطيط الدائرة المطلوب يطبع على لوح عازل مغلف بالنحاس، ومن ثم يزال النحاس الغير مرغوب به للحصول على شكل سلكي مطبوع والذي عادة أكثر دقة من ذلك الموضح في الشكل (1-3). ثم توصل العناصر الكهربائية إلى لوح الدائرة المطبوع وذلك بإدخال أطرافها

خلال فتحات اللوح المثامية، و يصبح التوصيل الكهربائي مضموناً عند وضع لوح الدائرة المطبوع على صيغة من الفولاذ المصهور.



الشكل (1-16) لوح توصيل مطبوع صغير

1-14 العوازل: Insulators

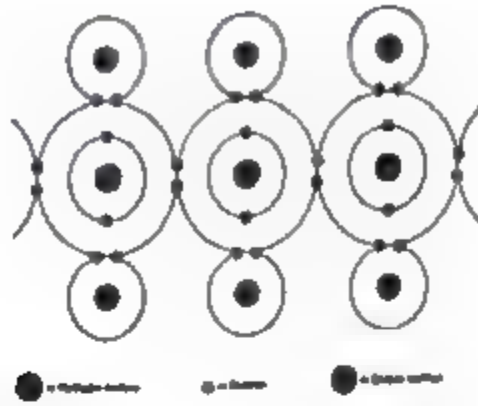
لحسن الحظ إن الهواء المحيط بالموصلات الموجودة في الدائرة الكهربائية الأساسية في الشكل (1-1) لديه عدد قليل نسبياً من حاملات الشحنة الكهربائية في كل وحدة حجم. فلو كانا الهواء موصل جيد للكهرباء، فانه لا يمكننا إدخال تيار كهربائي في الدائرة المرغوبة، وأيضاً سيستمر التيار الكهربائي في الانسياب بعد فتح المفتاح إلى المكان الموضح في الشكل (1-1). إن الهواء الجاف يحتوي أساساً على جزيئات الأكسجين وجزيئات النيتروجين التي إلكتروناتها المدارية مرتبطة بثبات مع أنويتها. وبالتالي من الصعب نسبياً لحاملات الشحنة في الموصلات المعدنية اختراق هذه الروابط والتحرك من ذرة إلى أخرى من خلال الهواء المحيط بالموصلات، لذلك صنفنا الهواء بأنه غير موصل للكهرباء أو عازل كهربائي (an electric insulator).

في بعض الدوائر الكهربائية غير مستحسن اتصال أي شيء غير الهواء بالموصلات، لذلك لا يتطلب عزل آخر غير الهواء. في الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل (1-1) يمكننا بأمان استخدام موصلات معزلة (بدون عازل)، كما هو حال الموصلات في خطوط إرسال الضغط العالي الداخلة إلى القرى المتدلية من أبراج

الفولاذ، فهي معادن معرأة. لهذا يجب أن تتل من الأبراج باستخدام العوازل الصينية لمنع تسريب التيار بواسطة معادن الأبراج

عندما لا نريد أن تتلامس الموصلات في دائرة كهربائية معينة مع بعضها (مثل الموصلين في شريط المصباح) فإن يجب استخدام موصلات محاطة بمادة عازلة صلبة مناسبة. في الجزيئات المرتبطة أيونياً فإن كل ذرة تكون غلاف فرعي ممتلئ في تركيبها الإلكتروني المداري لأن إحدى الذرات تعطي إلكتروناتها التكافئي (أو إلكتروناتها التكافئية) للذرة الأخرى. وبالتالي فإن كل الإلكترونات التكافئية تحاط بالأيونات السالبة. المواد الصلبة الأيونية هي عوازل كهربائية (نظرياً) لعدم وجود الإلكترونات تكافئية حرة لتصرف كحاملات طاقة، لكننا وجدنا عملياً أنه يمكننا تكسير الرابطة الأيونية بين ذرات المواد الصلبة الأيونية بسهولة وذلك بإضافة طاقة للجزيء. لذلك فإننا نادراً ما نستخدم المركبات الأيونية في تصنيع مواد عازلة عملياً.

تتكون جزيئات البوليثيلين بواسطة ربط تساهمي لذرات الكربون والهيدروجين كما هو موضح في الشكل (1-10). الكربون لديه ستة إلكترونات، اثنان في الغلاف الأول وأربعة في الغلاف الثاني. لذلك فإنه يحتاج إلى أربعة إلكترونات لملء الغلاف الثاني تماماً. في جزيء البوليثيلين كل ذرة كربون تشارك بالإلكترونات غلافها الثاني مع ذرات الكربون والهيدروجين المجاورة لها. أحد هذه الإلكترونات يشارك مع ذرة كربون في الجهة اليسرى للذرة والكثرون يشارك مع ذرة الهيدروجين التي في الاتجاه الأعلى، والكثرون مع ذرة الكربون الموجود في الاتجاه الأيمن والكثرون مع ذرة الهيدروجين التي أسفلها. هذه الصيغة الخاصة للارتباط التساهمي تكون جزيء طويل يشبه الفتيلة كل ذرة فيه لديها غلاف خارجي مملوء تماماً، قوة الربط في مثل هذا الجزيء كبيرة جداً بحيث من الصعب على أي إلكترون الانفصال عن النموذج. تسمى المواد المرتبطة تساهمياً بهذا الشكل بالبوليميرات، وهي عوازل كهربائية ممتازة.



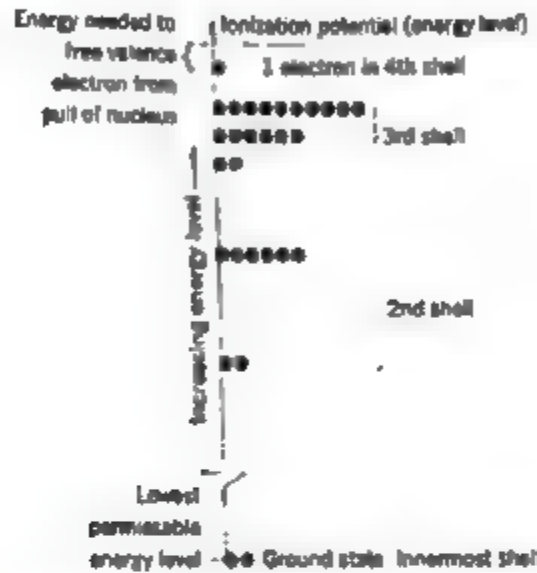
الشكل (1-17) تركيب جزي البوليثيلين

معظم المواد العازلة الحديثة مثل المطاط، البلاستيك، الورنيش، المينا، الحرير، القطن، الورق، الزيت، الميكا، و الامبيتوس هي بوليمرات. إذا استطعنا تصنيع بوليمر بنقاوة 100% فإنه لا يمتلك الإلكترونات حرة ولهذا فهو عازل مثالي. لكن المواد العازلة عملياً تحتوي على بعض الشوائب التي لها إلكترونات تكافئية حرة لا تدخل ضمن نموذج الروابط التساهمية. عملية أكسدة جزيئات البوليمر تزيد من الإلكترونات الحرة اللازمة للتوصيل. (يتلف المطاط بسرعة عندما يعرض للأوزون الذي ينتج من الأكسجين عند تعرضه لومضة كهربائية). يمتص العازل الرطوبة وينتج أيونات تكون في حالة سائلة تتغلغل من خلال العازل. البوليسترين الذي نعتبره عازل كهربائي جيد لديه 6×10^{10} إلكترونات حرة في كل سنتيمتر مكعب. بالرغم من هذا العدد الذي يبدو وكأنه عدد كبير إلا أنه صغير جداً مقارنة بالنحاس. للأغراض العملية يهمل أي تسرب لحاملات الشحنة خلال طبقة من البوليسترين أو أي بوليمر آخر.

1-15 مخططات حزم الطاقة: Energy – Band Diagrams

توفر لنا مخططات مجموعة الطاقة طرق سريعة لتحديد ما إذا كانت المادة الصلبة ستصرف في الدائرة الكهربائية كموصل أو كعازل. لقد اشرنا عند دراسة نموذج للذرة في الفصل الأول إن أكبر أنصاف أقطار مدار الكتروني ما يوجد به أكبر الإلكترونات

طاقة في ذلك المدار. وافرنا أيضا بان حركة الالكترونات التي تشبه الموجة سمحت لها بالظهور في مستويات طاقة معينة فقط. لذلك فبدلاً من عرض مستويات الطاقة كمدايات كاملة كما في الشكل (1-4)، فانه يمكننا رسم مخطط يعرض مستويات الطاقة في ذرة واحدة في مقياس يشبه الترمومتر كما في الشكل (1-18).

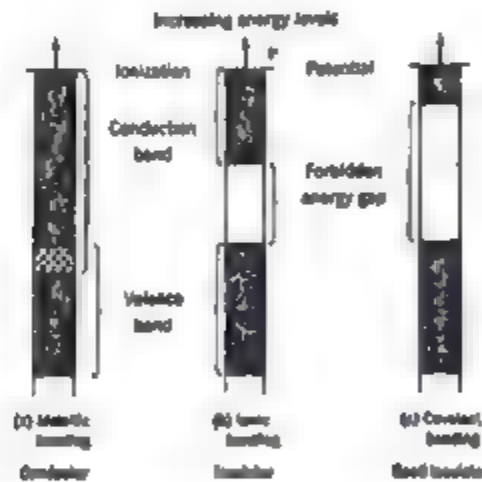


الشكل (1-18) مخطط مستويات الطاقة لذرة النحاس

يمكننا وضع علامة فوق مستويات الطاقة للمقياس المبين في الشكل (1-18) على مستوى الطاقة الذي يجب أن يكتسبه أي إلكترون لينحرر تماماً من قوة جذب النواة. مستوى الطاقة هذا يسمى جهد التأين (ionization potential). يظهر من الشكل (1-18) إن الالكترونات الأبعد عن النواة والتي توجد في مستويات الطاقة العالية هي فقط لديها الفرصة لاكتساب طاقة كافية للوصول إلى جهد التأين. لهذا يمكننا إهمال الجزء الأسفل من هذا المخطط ونعرض فقط مستوى الطاقة الخارجي أو مستوى طاقة التكافؤ والمستويات الأعلى منه.

عندما تترابط ذرات كثيرة من مادة ما مع بعضها لتكوين مادة صلبة فان مستويات الطاقة في كل ذرة تتأثر بقرب الذرات المجاورة لها. ونتيجة لذلك يتوفر عدد أكثر من مستويات الطاقة لكل ذرة. كما هو موضح في مخططات الطاقة للشكل (1-19)، مستويات الطاقة الفارغة من الالكترونات تشكل مجموعة من مستويات الطاقة

المتقاربة التي يفصلها فراغات في طريقها للوصول إلى جهد التأين، أي إلكترون يمتلك طاقة كافية للدخول في هذه المجموعة يمكنه بسرعة اكتساب طاقة كافية ليمر إلى مستويات الطاقة الفارغة في هذه المجموعة حتى يمتلك طاقة كافية للتحرر من قوة جذب النواة الأم. هذه الإلكترونات تصبح الإلكترونات الحرة التي بدورها تصبح حاملات الشحنة الكهربائية. مجموعة مستويات الطاقة هذه تسمى بنطاق التوصيل (conduction band) كذلك الحال لمستوى الطاقة الذي تحتله الإلكترونات التكافؤ في ذرة ما يصبح عبارة عن مجموعة من مستويات الطاقة يطلق عليها بنطاق التكافؤ (the valence band). إن عرض فراغ مستوى الطاقة المانع بين نطاق التكافؤ و نطاق التوصيل يعتمد على الطريقة الدقيقة التي تتفاعل بها الذرات المتجاورة عندما ترتبط مع بعضها البعض لتكوين مادة صلبة



الشكل (1-19) مخططات مجموعة الطاقة للمواد الصلبة

في الترابط المعدني لا تملأ الإلكترونات التكافؤ كل مستويات الطاقة الموجودة في مجموعة التكافؤ. توجد مستويات فارغة في مجموعة التوصيل لها نفس مستوى طاقة بعض الإلكترونات التكافؤ. لذلك يتداخل نطاق التوصيل و نطاق التكافؤ مع بعضها البعض في مخطط مجموعة الطاقة للمعادن. هذا يسمح للإلكترونات التكافؤ للمعادن بالدخول إلى مجموعة التوصيل واكتساب طاقة كافية لتصبح حرة عن النواة

الأم كما هو موضح في الشكل (1-6). إن أي مادة صلبة لا تحتوي على فراغات طاقة مانعة في مخطط مجموعة الطاقة، تمتلك الإلكترونات تكافئية يمكنها التحرك بسرعة خلال مجموعة التوصيل لتصبح حاملات شحنة. لهذا أي مادة صلبة لها مخطط مجموعة طاقة شبيه بالمخطط الموضح في الشكل (1-19 a) تصنف بأنها موصل كهربائي.

في القسم (1-3) اكتشفنا بأن ذرات أي مادة صلبة أيونية الترابط ترتب نفسها بحيث إن كل ذرة ستملا مستوى طاقة معين وذلك إما بإعارة إلكترون أو أكثر من الإلكتروناتها التكافئية إلى ذرة مجاورة أو باستعارة الإلكترونات تكافئية من ذرة مجاورة. وبالتالي تملأ كل مستويات الطاقة الموجودة في نطاق التكافؤ للمادة الصلبة ذات الترابط الأيوني مع وجود فراغ طاقة مانع لا بأس به بين أعلى مستوى مسموح به في نطاق التكافؤ وأقل مستوى مسموح به في نطاق التوصيل الفارغة. إن الطريقة الوحيدة التي يستطيع إلكترونات ما في مادة صلبة أيونية اكتساب طاقة كافية للوصول إلى مستوى فارغ في نطاق التوصيل هي أن يستلم طاقة كافية ليقفز فجأة عبر فراغ الطاقة المانع. مثل هذه الحركة تتطلب كسر رابطة أيونية. يمثل فراغ الطاقة المانع الموجود في مخطط مجموعة الطاقة المبين في الشكل (1-19 b) عازل كهربائي. إن الإلكترونات الوحيدة الموجودة في نطاق التوصيل والتي تتصرف كحاملات شحنة كهربائية هي تلك الإلكترونات التي وصلت لذلك المستوى كنتيجة من تكسير الروابط الأيونية باستخدام الطاقة الحرارية التي تمتلكها المادة الصلبة أو التي تمتلكها الشوائب في المادة الصلبة أو باستخدام قرة كهربائية خارجية عالية.

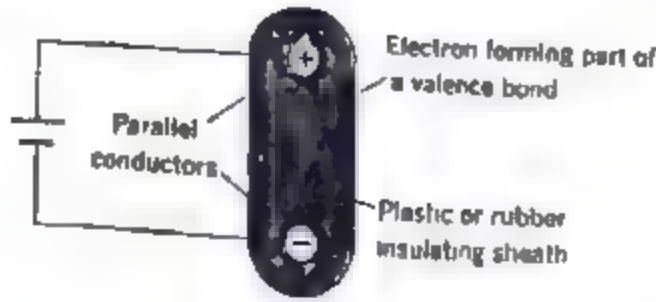
تكون الذرات المرتبطة تساهمياً نطاقات تكافئية كاملة وذلك بتشارك الإلكترونات التكافئية. مرة أخرى لا تظهر الإلكترونات في نطاق التوصيل لمخطط الطاقة حتى تكسر الروابط التساهمية. ولأن الطاقة اللازمة لتكسير الروابط التساهمية التي تثبت البوليمرات مع بعضها عالية نسبياً فإن فراغ الطاقة المانع لمخطط مجموعة الطاقة المبين في الشكل (1-19 c) عريض نسبياً.



1-16 انهيار العازل، Insulator Breakdown

لا يوجد عملياً عازل تام مثل مجموعة مخططات الطاقة التي تفودنا لتصديق ذلك. توجد دائماً بعض الطاقة التي تسبب تكسير لبعض الروابط التكافئية. حتى العوازل الممتازة مثل البوليسترين يوجد بها عدد معقول من الالكترونات في مجموعة التوصيل عند درجة حرارة الغرفة. بصورة عامة عندما تزداد درجة الحرارة فإننا نتوقع إيجاد أعداد كثيرة من الالكترونات تحتل مستويات الطاقة في مجموعة التوصيل. حاملات الشحنة هذه تسمح بتسرب قليل من التيار خلال العوازل العملية.

يبين الشكل (1-20) مصدر فولتية موصل بين موصلين شريط مصباح. كما اشرنا في بداية الفصل بأن القوة الكهربائية هي قوة مجال، لهذا فإن فرق الجهد بين الموصلين يزيد من القوة الكهربائية التي تؤثر على الالكترونات الموجودة في الروابط التكافئية للمادة العازلة بين الموصلين. فعندما يزداد فرق الجهد للمصدر فإننا نصل إلى مستوى ضغط حرج تكسر عنده بلايين من الروابط التكافئية وتقفز بلايين من الالكترونات لفراغ الطاقة المانع وتدخل مجموعة التوصيل ونتيجة لذلك يحدث تمزيق أو انهيار للعازل. فرق الجهد اللازم لانهيار عازل معين يعتمد على الفراغ الموجود بين الموصلين وكذلك على قوة الروابط التكافئية للمادة العازلة. تستطيع بعض المواد العازلة تحمل ضغط كهربائي أعلى بكثير مما يحتمله البعض الآخر عند درجة سماكة معينة. الغازات أكثر سرعة في الانهيار من المواد الصلبة لأنها تمتلك عدد قليل من الذرات لكل وحدة حجم. لذلك يصنف الهواء في مصطلحات المتانة الكهربائية للعازل بأنه رديء جداً، لكنه رخيص الثمن بدرجة كافية بحيث يمكننا تعويض رداءته باستخدام غلاف أكثر كثافة من الهواء حول الموصلات الكهربائية كما هو مستخدم في خطوط نقل القدرة.



الشكل (1-20) الضغط الكهربائي على الروابط التكافئية في عازل

1-17 البطاريات، Batteries

لنقل الطاقة في دائرة كهربائية ما من موضع إلى آخر فإننا نحتاج إلى جهاز يستطيع توليد ضغط كهربائي أو زيادة جهد بحيث تجبر الإلكترونات الحرة على السريان خلال الدائرة. لتحقيق هذا فإن مصدر الفولتية العملي (مثل البطارية الكيميائية البسيطة الميئة في الشكل (1-14)) يضخ بطريقة مشابهة الإلكترونات من إحدى نهايتيه إلى الأخرى. ولأن هذا يتضمن تحريك الإلكترونات موجودة داخل مصدر الفولتية من النهاية الموجبة (التي تجذب الإلكترونات) باتجاه النهاية السالبة (التي تتنافر مع الإلكترونات) فإن هذا سيتطلب استهلاك نوع من الطاقة. لذلك عندما يحمل التيار الطاقة في أي دائرة كهربائية إلى الحمل فإن الطاقة الموجودة في مصدر الفولتية يجب أن تستهلك لإبقاء زيادة الجهد ثابتة بين نهايتيه. ومن ثم فإن مصدر الفولتية العملي هو حقيقة محول للطاقة حيث يحول نوع من الطاقة يمكن توفيره بسرعة إلى طاقة كهربائية بشكل حاملات شحنة تناسب تحت ضغط في كل اتجاه في الدائرة. بصورة مشابهة فإن الحمل في الدائرة الكهربائية هو جهاز يحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية، أو ضوئية، أو حركية، أو إلى شكل مفيد من أشكال الطاقة.

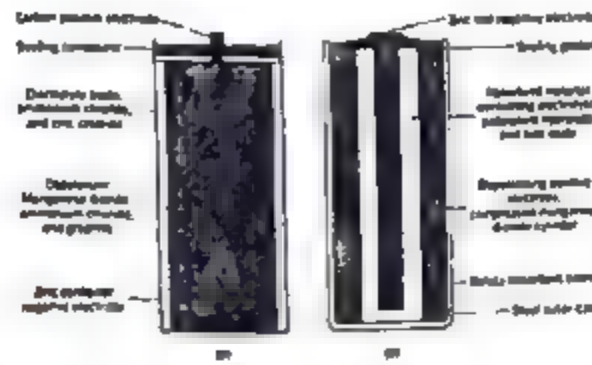
لقد تعرضنا لمصدر فولتية بسيط على شكل بطارية مائية بسيطة في القسم (1-11). مادام المفتاح المبين في الشكل (1-14) مغلقاً فإن الطاقة تأخذ من شكل كيميائي للطاقة وتنقل بواسطة التيار الكهربائي إلى المصباح حيث تحول إلى طاقة ضوئية وطاقة حرارية. بينما يحدث انتقال الطاقة هذا فإن تركيب أيونات الكلور مع



الزنك يخفف الحمض ويؤدي إلى تآكل قضيب الزنك. لذلك لا تستطيع هذه البطارية الاستمرار في حفظ فرق الجهد. لقد اشرنا بأنه عندما نفتتح المفتاح فإن التفاعل الكيميائي سيتوقف عندما يصل فرق الجهد إلى مستوى يكون عنده أيون الكلور لا يستطيع الوصول إلى ذرات الزنك. إذا رفعنا فرق الجهد أعلى من هذا المستوى وذلك بربط مولد كهربائي آخر مع البطارية، فإنه من السهل فصل أيونات الكلور من أيونات كلوريد الزنك مع إعادة شحن البطارية باستخدام الطاقة الكهربائية المزودة من المولد الخارجي. إلا أن إعادة شحن هذا النوع من البطارية بهذه الطريقة ليست عملية اقتصادية. إن استبدال الحامض وقضيب الزنك المستعملين رخيص. الخلايا التي يستغنى عنها عندما تستهلك طاقتها الكيميائية تسمى خلايا أولية (primary cells).

المحددات العملية لبطارية الخلية السائلة تجعل استخدامها للتجارب المختبرية. إن الطبيعة السائلة للالكتروليت تعني أن البطارية لا يمكن نقلها بسرعة. وهناك عيب آخر ناتج من تحرير غاز النيتروجين عند قضيب النحاس عندما تعوض أيونات الهيدروجين النقص في الكتروليتاتها من النحاس، بعد أن يغلق المفتاح المبين في الشكل (1-14) بدقائق قليلة فإن النحاس يغطي بفقايعات من الهيدروجين. ولأن غاز الهيدروجين هو عازل كهربائي (انظر الشكل (1-5)) فإن طبقة فقايعات الهيدروجين هذه تمنع أيونات الهيدروجين من الوصول إلى قضيب النحاس. هذا العمل الذي يسمى بالقطبية (polarization) يحد بدرجة بسيطة من التيار في الدائرة.

إن بطارية الخلية الجافة المألوفة الموضحة في شكل (1-21) تغلب على هذين لعيبين وذلك بفضل تركيبها. الإلكتروليت يجب أن يبقى سائلاً حتى تستطيع الأيونات الموجبة والسالبة أن تتحرك إلى الإلكترود المناظر لها. لكن فيما يسمى بالبطارية الجافة فإن الإلكتروليت إما أن يخلط بمادة لاصقة مناسبة لتكوين عجينة أو يشيع لتكوين فاصل ممتص. وتمنع القضيب بإحاطة الإلكترود الموجب بمائع استقطاب كيميائي بحيث يمتص الهيدروجين بسرعة عند تكونه.



الشكل (1-21) مقطع عرضي مبسط يوضح (a) خلية زنك-كربون جافة و (b) خلية المغنيسيوم-القلوي الجافة

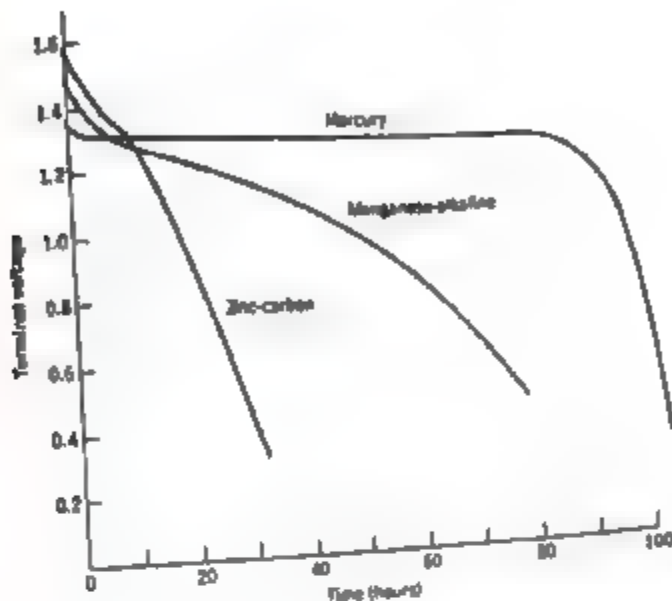
هناك ثلاث مجموعات من الإلكترودات والالكتروليونات تستخدم في تصنيع بطاريات الخلية الجافة التجارية، إن تركيب الخلية الجافة الأساسية الموضحة في الشكل (1-21 a). يستخدم الزنك كإلكترود سالب وقضيب الكربون كإلكترود موجب وعجينة الإلكتروليت تتكون من كلوريد الألمنيوم وكلوريد الزنك كما هو موضح في الشكل (1-21 a). معظم الفراغ في خلية الزنك-الكربون يملأ بمائع الاستقطاب، المادة الفعالة فيه هي أوكسيد المغنيسيوم.

بالرغم من أن التفاعل الكيميائي هنا ليس بسيطاً مثل التفاعل الكيميائي لخلية المعدن-الحامض السائل إلا إن النتائج واحدة. إن الأيونات السالبة الموجودة في الإلكتروليت تحاول أصداء الزنك وذلك بإضافة الكترونات زائدة على إلكترود الزنك ومن ثم فإن أيونات الهيدروجين تسطو على الكترونات قضيب الكربون، وبذلك تتكون شحنة موجبة على إلكترود الكربون. مرة أخرى فقاعات الهيدروجين تحاول تشكيل إلكترود موجب، لكن أوكسيد المغنيسيوم المانع للاستقطاب يتحد مع الهيدروجين ليمنع حدوث استقطاب. بعض المواد الالكتروليونية والجرافيت (وهو موصل كهربائي) تخلط مع مانع الاستقطاب وبهذا تزيد من مساحة سطح الإلكترود الموجب. تغلف الخلية داخل البطارية لمنع تشكل غاز الهيدروجين ولجعل البطارية الجافة قابلة للنقل كاملة. الفولتية المولدة باستخدام بطارية زنك - كربون جافة قياسية تساوي 1.5 V بالمقارنة مع 1.1 V الذي تنتجه خلية الزنك - النحاس السائلة. لكن بطارية الزنك - الكربون ليست بدون عيب. فالشوائب في البطارية تسمح للتفاعل

الكيميائي الداخلي بالاستمرار حتى إذا فتحت الدائرة الخارجية. لهذا فإن فترة خزن بطارية زنك - الكربون محدودة. إن الشكل المتطور لبطارية الزنك - الكربون هي خلية المغنيسيوم - القلوي المينة في الشكل (1-21 b). من اسمها فإن الإلكتروليت هو محلول قلوي من هيدروكسيد البوتاسيوم أو أكسيد الزنك. مازال الإلكتروليت السالب هو الزنك ولكنه بدرجة عالية من النقاوة لتقليل التفريغ الذاتي خلال التفاعل الداخلي. أما الإلكتروليت الموجب فمصنوع بواسطة ضغط أكسيد المغنيسيوم النقي في سطوانة. وبالتالي فإن الإلكتروليت الموجب يقوم بعمله كمانع استقطاب. كما موضح في الشكل (1-21 b) خلية المغنيسيوم - القلوي تبنى داخلياً وخارجياً من بطارية الزنك - الكربون. وهذا يزود الإلكتروليت الخارجي بمساحة سطحية عظيمة لمنع حدوث لاستقطاب. تغلف الخلية كاملاً بفولاذ عديم التآكل. تنتج خلية المغنيسيوم - القلوي 1.0 V أيضاً، وبسبب طبقة التلاؤم (الداخلي والخارجي) لمنع الاستقطاب ذاتياً للإلكتروليت الموجب فإن بطارية المغنيسيوم - القلوي يمكنها إبقاء فولتيتها النهائية عند سريان تيار معين لفترة زمنية أكثر من ضعف الفترة الزمنية لبطارية زنك - كربون لها نفس الحجم الفيزيائي. وهذا يزيد من عمر عمل بطاريات المغنيسيوم - القلوي أكثر من أن يعادل الكلفة العالية المصاحبة لتركيبها الأكثر دقة.

النوع الثالث من أنواع البطارية الجافة لديه أيضاً إلكتروليت زنك سالب و إلكتروليت من هيدروكسيد البوتاسيوم. إن الإلكتروليت الموجب لخلية الزنك هو اسطوانة منع استقطاب ذاتية من أكسيد الزنك. بالإضافة إلى الشكل الاسطواني المألوف، تشكل خلية الزنك على شكل زر صغير بحيث تستخدم في وسائل تقوية السمع وفي الساعات الكهربائية مثل هذه الخلية تتكون من رقائق صغيرة من الزنك الملمع (مزيج الزنك بالزنك) وأكسيد الزنك المفصولين بواسطة رقاقة من مادة ماصة مشبعة هيدروكسيد البوتاسيوم كمحلول إلكتروليت. مرة أخرى التكلفة العالية لبطارية الزنك الجافة تعادل الفولتية العالية التي تنتجها. إن الفولتية النهائية لخلية الزنك 1.3 V أقل قليلاً من فولتية بطارية المغنيسيوم - القلوي وبطارية الكربون-الزنك. الخلايا الجافة عادة تتركب بحيث تستخدم كخلايا أولية. الشكل (1-22) يوضح الطريقة التي تحاول

الأنواع الثلاثة للبطاريات الجافة الحفظ على فولتيتها النهائية وذلك عندما تفرغ لحظياً خلال ثلاثة أحمال متطابقة لها نفس الحجم الفيزيائي.

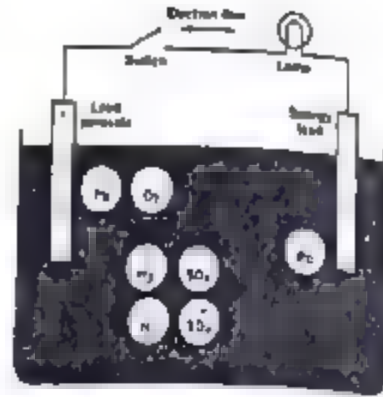
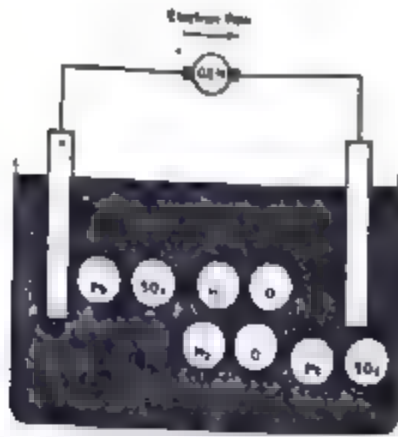


الشكل (1-22) خصائص التفريغ للبطارية الجافة

توجد خلية مائكة خاصة من المستحسن الإشارة إليها عند هذه النقطة وهي خلية المركم الرصاصي الموضحة في الشكل (1-23) والشكل (1-24). التفاعل الكيميائي هنا لا يسمح بتحرر أي غاز عندما تفرغ الخلية طاقتها الكيميائية. وبذلك لا يحدث أي استقطاب. يسمح غياب الاستقطاب مع وجود القدرة على تحويل الطاقة الكيميائية إلى طاقة كهربائية بشكل سريع للبطارية بالحفاظ على فرق جهد لا بأس به بين نهايتها حتى عندما يكون التيار في الدائرة 100A. إن المعدل العالي لتحويل الطاقة في

خلية المركم الرصاصي يجعلها مفيدة خاصة في التطبيقات الصناعية. في هذه الحالة فإن إعادة شحن البطارية بواسطة تحويل الطاقة





الشكل (1-23) التفاعل الكيميائي في المركب الرصاصي عند التفريغ
الشكل (1-24) التفاعل الكيميائي في المركب الرصاصي عند الشحن

الكهربائية الزائدة ثانية إلى طاقة مخزنة بشكل كيميائي ممكنه اقتصادياً. الخلية التي أعيد شحنها بهذه الطريقة تسمى خلية ثانوية (secondary cell). إن قدرة المركب الرصاصي على تخزين الطاقة بشكل كيميائي يفسر تصنيفه العام كبطارية تخزين (storage battery). النظام الكهربائي للسيارة مثال جيد لدورة الشحن وإعادة الشحن للمركب الرصاصي. فعندما نبدأ بتشغيل السيارة تتحول الطاقة المخزنة بصورة كيميائية إلى طاقة كهربائية لتشغيل بادئ المحرك. وعندما تسير السيارة في الطريق العام تعكس زيادة الطاقة الكهربائية (المكتسبة من استهلاك الطاقة الحركية الناتجة من المحرك والتي بدورها آتية من الطاقة الكيميائية للوقود.... الخ) الناتجة من المولد التفاعل الكيميائي داخل البطارية لتخزين الطاقة إلى زمن آخر عند بداية تشغيل السيارة. يتكون إلكتروليت خلية المركب الرصاصي من حامض الفوسفوريك المخفف بالماء. أما الإلكتروليت موجب فيتكون من فوق أكسيد الرصاص المدعم بسييكة صلبة من انثيمون الرصاص. أما الإلكتروليت السالب فيتكون من غلاف صلب مشابه، لكن الرصاص هنا نقي وبشكل إسفنجية. يكون حامض الفوسفوريك في المحلول ايونات كبريتات SO_4 التي تسير إلكترون من كل ذرة هيدروجين من الذرتين الموجودتين في جزيء الحامض. ايونات الكبريتات هذه نشطة كيميائياً، تتحد مع الرصاص الموجود في كلتا الصفيحتين لتكوين كبريتات الرصاص. ولأن كبريتات الرصاص لا تذوب لذلك فان

كل إلكترون يستقبل إلكترونات. يترك اتحاد جزيئين من الحامض لتكوين جزيء من كبريتات الرصاص عند كل إلكترون أربعة أيونات هيدروجين وحيدة تبحث عن الإلكترونات المفقودة. يمكنها اكتساب هذه الإلكترونات بالاتحاد مع الأكسجين المتوفر عندما يكون الرصاص الموجود في أكسيد الرصاص الخاص بالإلكترونات الموجب كبريتات الرصاص. في التفاعل الكلي لجزيئين من الحامض يترسب إلكترونات على الإلكترونات السالبة. وبالرغم من أن إلكترونات ترسب على الإلكترونات الموجب فإن أربعة إلكترونات أخذت منه عند اتحاد الهيدروجين مع الأكسجين لتكوين ماء إضافي. لهذا فإن التأثير الكلي عند الإلكترونات الموجب هو ضياع إلكترونين. عندما تفرغ البطارية خلال المصباح في الشكل (1-23) فإن التفاعل الكيميائي يستمر في تقليل كلا الإلكترونات وإنتاج كبريتات الرصاص ويصبح الحمض أضعف وأضعف عندما تخف كبريتات الهيدروجين ويتج الماء. وعندما تشحن البطارية تنساب الإلكترونات من النهاية السالبة مروراً خلال المصباح والمفتاح إلى النهاية الموجبة. لإعادة شحن البطارية يجب أن يعكس التفاعل الكيميائي. يجب أولاً أن تفصل أيونات الهيدروجين والأكسجين الموجودة في الماء. وهذا يحدث بتوصيل تيار مستمر DC خارجي باستخدام المولد بحيث يمكنه أخذ الإلكترونات من الإلكترونات الموجب للبطارية إلى النهاية السالبة للبطارية. انسياب الإلكترونات خارج البطارية يكون باتجاه معاكس لاتجاه تيار التفريغ الموضح في الشكل (1-23). ونتيجة لإزالة الإلكترونات من النهاية الموجبة وإضافة الإلكترونات إلى النهاية السالبة فإن فرق الجهد بين الإلكترونات والمبينين في الشكل (1-24) يزداد أكثر من ذلك الناتج عادة من التفاعل الكيميائي للبطارية نفسها. فرق الجهد الزائد يجذب أيونات الأكسجين إلى الإلكترونات الموجب ويأخذ إلكتروناتها الزائدة بعيداً عنها. بأخذ الإلكترونات الزائدة يصبح الأكسجين نشط جداً ويتحد مع الرصاص الموجود في كبريتات الرصاص لإعادة تشكيل فوق أكسيد الرصاص على الإلكترونات الموجب. إن المولد الخارجي يجب أن يستخدم الطاقة لتحريك الإلكترونات اللذين أخذهما من أيون الأكسجين إلى الإلكترونات السالبة. إن إعادة تكوين الأكسجين من جزيئين من الماء ومن جزيء كبريتات الرصاص يجرّد أربعة أيونات من الهيدروجين وأيون من الكبريتات. أيونان من الهيدروجين تتحد مع

أيون الكبريتات لتكوين جزئي من حمض الكبريتيك. أما الأيونان الآخران فيجذبان إلى الإلكترود السالب حيث تكتسب مرة أخرى إلكتروناتها المفقودة. وهذا يسمح للهيدروجين بأن يصبح نشط ويتحد عند الإلكترود السالب مع الكبريتات الناتجة من كبريتات الرصاص الغير متآينة ، وبهذا ينتج جزئي آخر من حمض الكبريتيك ويرسب على إسفنجة الرصاص النقية الموجودة على الإلكترود السالب. يوجد شكل آخر من البطارية لثانوية وهو خلية النيكل-الكادميوم. هذه الخلية أكثر متانة من بطارية المرحم الرصاصي ويمكن أن تكون كلها سائلة وهذا يجعلها مناسبة للتطبيقات القابلة للنقل. لسنين طويلة ظلت التكلفة العالية لهذه البطارية تحد من استخدامها في التطبيقات الصناعية مثل أنظمة إشارات السكك الحديدية. لكن حالياً زاد الاحتياج إلى خلية ثانوية صغيرة بحيث يمكن استخدامها في وحدات وميض الصور الإلكتروني ومكائن الحلاقة الكهربائية الغير شريطية .. الخ من شعبية بطارية النيكل - الكادميوم. الإلكترود الموجب لخلية النيكل-الكادميوم هو غلاف به هيدروكسيد النيكل والجرافيت. الإلكترود السالب يتكون من خليط من الكادميوم مع أكسيد الحديد. أما الإلكتروليت فهو هيدروكسيد البوتاسيوم. الفولتية المتولدة من خلية النيكل الكادميوم هي 1.2 V فقط مقارنة مع 2 V لخلية المرحم الرصاصي.

المراجع

الفصل الثاني

المقاومة الشغل والقدرة

- 2-1 قانون أوم للتناسبية الثابتة
 - 2-2 طبيعة المقاومة
 - 2-3 عوامل تحكم المقاومة للموصلات المعدنية
 - 2-4 المقاومة التزجية
 - 2-5 تأثير الحرارة على المقاومة
 - 2-6 المعاملات الحرارية للمقاومة
 - 2-7 المقاومة الخطية
 - 2-8 المقاومات غير الخطية
 - 2-9 خواص الفولتية-أمبير
 - 2-10 قانون أوم التطبيقي
 - 2-11 الطاقة والشغل
 - 2-12 القدرة
 - 2-13 الكفاءة
 - 2-14 الكيلو واط ساعة
 - 2-15 العلاقة الداخلية للوحدات الكهربائية الأساسية
- أسئلة للمراجعة
- الأسئلة

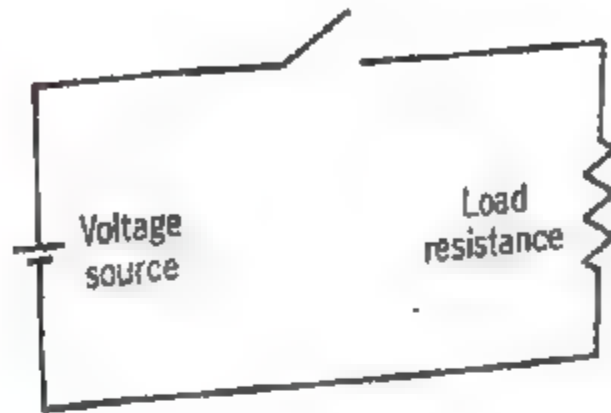
الفصل الثاني

المقاومة، الشغل والقدرة

Resistance, Work and power

المقدمة: Introduction

في الدوائر الكهربائية الأساسية الموضحة في الشكل (2-1) تم استخدام الرمز العام لتمثيل مصدر الفولتية (جدول 1-1). وعلى الرغم من ان الرمز يمثل رمز بطارية مفردة، فإننا سنستخدمه في الصفحات القادمة لتمثيل مصدر فولتية للتيار المباشر عندما يكون اهتمامنا بقيمه فرق الجهد الناتج وليس بالطريقة او الاسلوب الذي تتولد به الفولتية، وغالبا ماتشاهد كل ذلك من مصدر الفولتية التي تقوم شركة الكهرباء بتوفيره والذي نراه على سبيل المثال، عبارة عن نقطتين تقوم بتوصيل المصباح او اي جهاز كهربائي اخر، ويمكننا ان نبين ان هاتين النقطتين مثالان بالفعل مصدر للفولتية وذلك بربط فولتمتر عبر النقطتين (لاحظ الشكل 2-8) يعتبر قيمة الفولتية المسلطة خاصية لمصدر الفولتية وهي مستقلة تماما عن الدائرة الكهربائية بالمصدر نريد الان ايجاد ما يتحكم بالقيمة العددية للتيار الكهربائي المتدفق عند غلق المفتاح (Switch) في الدوائر الكهربائية الأساسية في الشكل (2-1)



الشكل (2-1)

2-1 قانون اوم للتناسبية الثابتة: Ohm's Law of Constant Proportionality

منذ مئات السنين التي قد مضت اكتشف جورج سيمون اوم ان كل مرة قام فيها بفتح المفتاح (السويج) في الدائرة الموضحة في الشكل (2-1)، اصبحت للتيار قيمة ثابتة نفسها . بعد ذلك اكتشف عند ثبوت درجة حراره الموصل عند مضاعفه الفولتية يتضاعف التيار بنفس القيمة . وهذا هو نص قانون اوم للتناسب الثابت . ويمكن التعبير عن قانون اوم بصيغه المعادلات كمايلي :

$$k = \frac{E}{I} \dots \dots \dots (2-1)$$

حيث E هي الفولتية المسلطة بالفولت ، I هو التيار الناتج بالامبير ، K هو ثابت عددي

وذا استمرينا في الاكتشافات اكثر من ذلك نجد ان اوم اكتشف ان بتغير حجم الموصلات او الحمل (load) ينتج عنه قيمه مختلفه للتيار الكهربائي ، اي قيمه اخرى للثابت العددي اذا كان التيار I امبير عند تسليط فولتية قدرها 10 فولت يكون عندها الثابت $\frac{10}{1}$ او يساويه 10 ، واذا كان التيار 0.5 امبير عند تسليط فولتية قدرها 10 فولت

فان قيمة الثابت تكون $\frac{10}{0.5}$ او 20 من هذه النتائج ، استنتج اوم ان النسبة الثابتة $(\frac{E}{I})$ للدائرة معينة ثابتة هي خاصية لتلك الدائرة. وكذلك عند تسليط قيمة معينة للفولتية فان التيار يجب ان يقل اذا زادت قيمة الثابت العددي او عندها يمكننا ان نقول عن هذا الثابت انه يمثل معاوقة الدائرة لجريان حاملات الشحنة فيها. هذه الخاصية يجب ان تعطى اسماً يدل على المعاوقة مثل المقاومة اذا المقاومة هي المعاوقة التي تبديها الدائرة الكهربائية للتيار الكهربائي المار خلالها ويرمز للمقاومة بالرمز R

يمكننا ان نعوض الرمز R بدلا عن الثابت K في المعادلة (2-1) كما يوجد هناك تغير يمكننا ان نبديه في المعادلة (2-1) كما لاحظنا في الشكل (2-8) اذا قمنا بفتح السويج (المفتاح) في الدائرة في الشكل (2-1) يصبح التيار عندها صفرا. ووفقا للمعادلة (2-1) فان مقاومة الدائرة في هذه الحالة لانهاية.

ولمجد ان ذلك صحيحا عندما نقول ان المفتاح (السويج) هي جزا من تركيب تلك الدائرة الكاملة. مقاومة مفتاح (سويج) المفتوح يجب ان تكون لانهاية. لكننا غالبا ما نهتم اكثر في تحديد مقاومة الحمل (load) كما لا حظنا في الشكل (2-7) عندما كان المفتاح (سويج) مفتوح والتيار صفرا كان هناك ايضا هبوط فولتية مقداره صفرا على الحمل (load). اذا حتى تكون المعادلة

(2-1) صحيحة في تمثيل المقاومة على الحمل (load) فقط، يجب ان نعبر عنها بدلالة هبوط الفولتية (Voltage drop) على الحمل (load) بدلا عن الفولتية المسلطة على الدائرة كاملة.

على الرغم من صحة التعبير عن المقاومة بمصطلح فولت لكل امبير الا ان نسبة الى اكتشاف اوم تقرر مايلي :

- 1- الاوم هي وحدة عالمية لقياس المقاومة الكهربائية
- 2- رمز تلك الوحدة (الاوم) باليونانية هو Ω (اوميغا)

وبذلك يمكن التعبير عن المعادلة (4-1) كما يلي:

$$R = \frac{V}{I} \dots \dots \dots (2-2)$$

حيث R هي المقاومة بوحدة الاوم، V هو هبوط الفولتية على المقاومة بوحدة الفولت، I هو التيار المار خلال المقاومة بوحدة الامبير وقيمة الاوم لهما بطريقه تلقائيه حيث :

تكون مقاومة الدائره كهربائيه واحد اوم عندما يمر خلالها تيار مقداره واحد امبير وينتج عنه هبوط فولتية على الدائره بمقدار فولت واحد. قليل من الناس في وقتنا الحالي غالبا ما يستذكرون ان نص قانون اوم للتناسب الثابت هو الذي اجاز لنا تعريف المقاومة ومستنبط وحده لها ونتيجته لذلك فاننا نعبر عن قانون اوم بالمعادله التاليه:

$$R = \frac{V}{I}$$

مثال (2-1) ماهي مقاومة مصباح كهربائي عندما يمر فيه تيار قدره 150mA و الفولتية المسلطه عليه 6.0V ؟

الحل :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{6.0\text{V}}{150\text{mA}} = 40\Omega$$

مثال (2-2) :

ماهي قيمة المقاومة المطلوبه لتحديد التيار خلالها الى $20\mu\text{A}$ اذا كان هبوط الفولتية عليها 480mV ؟

الحل :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{480mV}{20\mu A} = 24000\Omega = 24K\Omega$$

2-2 طبيعة المقاومة The Nature of Resistance

لاحظنا سابقا ان الالكترونات الحرة للموصلات المعدنية تتحرك بصورة عشوائية بين ايونات المعدن في التركيب البلوري للموصل مما يؤدي الى زياده او نقصا في طاقتها الحركيه . ويحدث معظم هذا التيار في الطاقة بسبب اهتزاز لايونات المعدن في تركيبة البلورة كتيجه لطاقة التسخين التي يملكها الموصل. وعند تسليط فولتية على الموصل تستمر الحركة العشوائية ولكن ينشأ عن هذه الحركة العشوائية انحراف كلي على طول الموصل وحيث ان الالكترون يمثل كتله معينه وعند ما تتحرك على طول الموصل تتحول الطاقة الكامنه التي يوفرها المصدر الى طاقة حركيه مصاحبه لسرعة الالكترون .

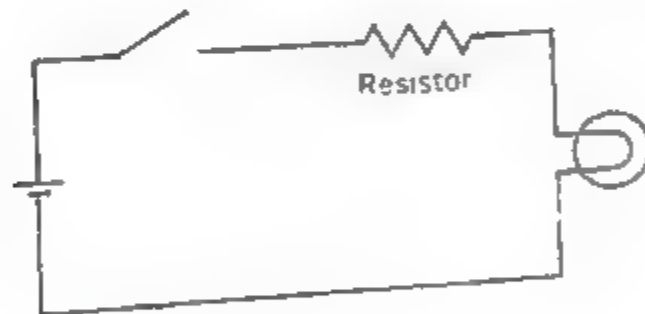
قبل ان يعتمد الالكترون كثيرا في رحلته على طول الموصل، يصطدم مع ذرات المعدن وينتج عن هذا الاصطدام انخفاض ملحوظ في سرعة الالكترون. وكتيجه لذلك فان بعض من طاقه الالكترون الحركيه المكتسبه تنتقل الى الذرات التي اصطدمت بها في شكل طاقه حراريه (تماما مثل تصفيق اليدين الشديده ينتج عنه تحول الطاقه الميكانيكيه الى طاقه حراريه) وبعد الاصطدام فان الالكترون الحار مره اخرى بواسطة الفولتية المسلطه حتى يتحرك ويكتسب طاقه حركيه اكثر. و مره اخرى فانه سيصطدم مع احدى ذرات المعدن ويعطي جزا من طاقته الحركيه بشكل حراره. وبالتالي، فان استمرار الالكترونات التي تشكل حاملات الشحنة في الموصل المعدني التي يتم تصنيفها بعمليات متبادلتين عمليه زياده في السرعة بتعجيل (خلال فترة انتقال الطاقه الكامنه من المصدر الى الالكترون في هذه الحركة) وعمليات نقصان مفاجا في السرعة (خلال الفتره التي يتم فيها انتقال جزءا من الطاقه الحركيه للالكترون الى ذرة المعدن الموصل على شكل حراره)

هذه الاصطدامات العديده التي تشكل معاوقه للتيار الكهربائي هي خاصيه للموصلات الكهربائيه تعرف بالمقاومه . ونتيجه المقاومه في الدوائره الكهربائيه هي

تحويل الطاقة المأخوذة من المصدر الى طاقة حرارية عند ما تسري حاملات الشحنة في الموصلات التي تمتلك هذه الخاصية.

المقاومة هي خاصية مرغوبة في بعض مكونات الدوائر كالمصباح والكاثود الكهربائي حيث انهما يحتاجان طاقة حرارية. وفي بعض الدوائر مثل الموصلات التي تربط الحمل (load) مع المصدر كما في الشكل (2-1)

(تكون المقاومة خاصية غير مرغوبة. وليس فقط ان بعض طاقات في النظام تبدد بشكل حراره في الموصلات بل اذا زادت حراره الناتجة اكبر مما تبدد الموصلات او تممره الى الجو المحيط، فان درجة حراره الموصل ترتفع الى الحد الذي تبدأ فيه خطوره الحريق غالبا ما ندخل مقاومة في الدائرة الكهربائية كوسيلة للحد من التيار المار في الدائرة. على سبيل المثال في الدائرة المبينة في الشكل (2-2) فيمكن ربط مقاومة صغيرة على التوالي مع المصباح والبطارية. الان تسري الالكترونات الحرة خلال المصباح والمقاومة والمقاومة المضافة تكمل الدائرة الكهربائية



الشكل (2-2)

بما أن المقاومة المضافة تولد حرارة عند مرور التيار خلالها وعليه من المفضل ربط المصباح إلى البطارية بواسطة اسلاك ذات مقاومة. ويفضل التعبير عن المقاومة كمعصر وحيد في الدائرة الكهربائية والتي تصمم لتبديد الحرارة دون اتلافها او التأثير على المكونات الغريبة منها.

2-3 عوامل تحكم المقاومة للموصلات المعدنية:

Factors Governing the Resistance of Metallic Conductors

اضاف اوم في قانون التناسب الثابت شرط وهو أن تكون درجة الحرارة ثابتة لذلك فإن الحرارة تؤثر على مقاومة الموصلات الكهربائية و لذلك نستطيع بسهولة فحص ذلك في المختبر بواسطة مقياس V/I نسبة المقاومة لتشغيل مصباح بمعدل قيمة الفولت اللحظي (المثووج) V/I وعند ما القياس يقل بنسبة (10%) عند تطبيق الفولت عليه من قيمته والفتيله الرقيقة داخل المصباح الكهربائي تخفت وخاصة إذا انعدم الضوء سوف نجد الحالة الحقيقية واي درجة حرارة تؤثر على المقاومة في لموصلات المعدنية و سنفرض في هذا الفصل بقاء الحرارة ثابتة في الغرفة العادية التي درجتها الحرارية 20°C .

إذا قطعنا سلكين من نفس البكره وأحدهما يكون ضعف طول الثاني في ترتيب الإلكترونات لتجعل شريطه متكامل خلال السلك الطويل سيكون مرتين ليعطي فرص كثيرة للمعاوقة مع المواد الموصلة للذرة وبالتالي فإن المقاومة في السلك الطويل للتيار الكهربائي أكبر مرتين من السلك القصير إذا مقاومة الموصلات المعدنية الكهربائية تتناسب مباشرة مع طولها .

إذا اخترنا سلك ذو حجم مضاعف فإن مساحة المقطع العرضي لحجم لسلك الآخر ذو مساحة نصف الاول ولهما نفس الطول وإذا ربطنا السلكين من المقطع العرضي الصغير بالتوازي يكون المقطع العرضي لهما يساوي نفس المقطع العرضي لكبير والتيار الناتج فإن $V/I = R$ التيار المضاعف بدون أي تغير في الفولت يمثل نصف المقاومة الكلية ولذلك كلما كبر المقطع العرضي لمساحة الموصل تقل المقاومة.

وتكون لبعض المواد الكترولونات حرة لوحدة الحجم أكثر من المواد الأخرى والمواد التي لها أكثر الكترولونات حرة تكون أفضل المواد الموصلة .

وكلما ازداد عدد حاملات الشحنات في الموصل ذو ابعاد معينه تقل نسبة الطاقة لكتليه التي يحملها أي الكترون وبذلك تقل الطاقة المتحواله الى حراره بالتصادم مع

الدرت الموصله وبذلك يكون السلك الفضي اقل مقاومة من السلك النحاسي الذي له نفس الابعاد وكذلك مقاومة السلك النحاسي تكون اقل من مقاومة سلك الالنيوم الذي له نفس الابعاد وعليه فان (مقاومة الموصل المعدني الكهربائي تعتمد على نوع المادة الموصله).

2-4 المقاومة النوعية , Resistivity

ولمعرفة ان مقاومة الموصل متناسبة مباشرة بطول الموصل إذا أعطينا وحدة مقاومة طولية لسلك نستطيع بسهولة أن نحسب طول أي سلك وخصوصاً المادة التي تملك نفس القطر بالمثل نظراً لمعرفة ان مقاومة الموصل متناسبة عكسياً مع مساحة المقطع فإذا أعطينا مقاومة طول سلك بوحدة مساحة المقطع العرضي نستطيع أن نحسب المقاومة بدلالة طول سلك لنفس المادة ومساحة مقطع عرضي باجتماع كلتا العبارتين ومعرفة ان مقاومة موصل ما نستطيع أن نحسب مقاومة لأي قطر أو حجم موصل لنفس المادة عند نفس درجة الحرارة .

مثال (2-3):

موصل كهربائي طوله 1m ومساحة مقطعه العرضي 1 mm^2 ذو مقاومة 0.017 ohm جد قيمة مقاومة لـ 5m لسلك لنفس المادة مع مساحة المقطع العرضي لـ 0.25 mm^2 ؟

الحل :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \dots\dots\dots (2-3)$$

$$\therefore R_2 = 0.017\Omega \times \frac{50m}{1m} \times \frac{1\text{mm}^2}{0.25\text{mm}^2} = 3.4\Omega$$

في المثال (2-3) اقترح طريقة مناسبة لتبين تأثير نوع المادة على المقاومة التي يعطيها موصل في حالة قياس مقاومة الموصلات مع وحدة الطول و وحدة مساحة المقطع التي تصنع منها المادة منها .



والمقاومة لوحدة الطول ومساحة المقطع للمواد الموصلة نعرفها بالمقاومة النوعية لكل المواد ويرمز للمقاومة النوعية للمواد بالحرف اليوناني ρ (٢) ولتحديد وحدة المقاومة النوعية في النظام العالمي يمكن ان نطبق تحليل الوحدات . $R = \frac{V}{I}$ ohm = volts ÷ amperes لكن الفولت بين النهاية أو المقطع الطولي للموصل و التيار يقاس خلال المقطع العرضي للمساحة وهذا من تعريف المقاومة

؟ = فولت لكل وحدة طول ÷ أمبير لكل وحدة مساحة المقطع العرضي

$$\frac{\text{فولت}}{\text{متر}} \div \frac{\text{متر}^2}{\text{أمبير}} = \frac{\text{فولت}}{\text{أمبير}} \times \frac{1}{\text{متر}} = \frac{\text{فولت}}{\text{أمبير}} \times \frac{1}{\text{متر}}$$

حيث أن اوم . متر هي وحدة المقاومة النوعية في النظام العالمي

ويرمز لها بـ اوم . متر بالرمز $\Omega \cdot m$

والحرارة تؤثر على مقاومة موصلات الكهربائية وقيم مقاومة النوعية للمواد باختلاف المواد الموصلة والتي تتحمل درجة حرارة معينة غالباً تكون 20 درجة (Celsius) جدول (2-1) يبين المقاومة النوعية لبعض المواد الموصلة الأكثر شيوعاً عند درجة حرارة 20°C

في المعادلة (2-3) إذا ضبطنا $\ell_1 = 1m$ و $A_1 = 1m^2$ سوف تصبح قيمة؟

كما في الجدول (2-3) ويمكننا الآن إعادة كتابة المعادلة (2-3) لحساب في مقاومة أي موصل عند درجة حرارة الغرفة العادية .

$$R = \rho \times \frac{\ell}{A} \dots\dots\dots (2-4)$$

حيث R مقاومة المادة الموصلة بالاًوم و ℓ هو طول الموصل بالمتر و A وهي مساحة المقطع العرضي بالمتر المربع و ؟ المقاومة النوعية للمادة الموصلة بالاًوم متر في درجة حراره 20°C

الجدول (2-1)

مادة الموصل	المقاومة بالالوم متر (m . ?)
فضة	1.64×10^{-8}
نحاس	1.72×10^{-8}
الرمونيوم	2.83×10^{-8}
التنجيستين	5.5×10^{-8}
النيكل	7.8×10^{-8}
الحديد (النقى)	12.0×10^{-8}
كونستانتان	49×10^{-8}
نيكروم	110×10^{-8}

مثال (2-4):

جد مقاومة الالونيوم الموصل الكهربائيه الذي طوله 200m في درجة حرارة 20°C ومساحة مقطعه العرضي 4mm^2 ؟

الحل :

نستخدم قيمة ؟ للالونيوم من الجدول (2-1)

$$R = \rho \times \frac{l}{A} = 2.83 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \times \frac{200\text{m}}{4 \times 10^{-6} \text{m}^2} = 1.415 \Omega$$

اغلبية الموصلات الكهربائيه لها مقطع عرضي دائري . اذا علمنا مقدار القطر العرضي للموصل نستطيع بعد ذلك ان نعبّر عن ذلك المقطع العرضي بالمتري المربع .



مثال (2-5):

ما المقاومة عند درجة حرارة الغرفة لسلك من الحديد حديد طوله 60m وقطره

0.64mm ؟

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \times 0.64^2 \text{ mm} = 3.217 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$R = \rho \times \frac{l}{A} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \text{m} \times \frac{60 \text{ m}}{3.217 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 3.2 \Omega$$

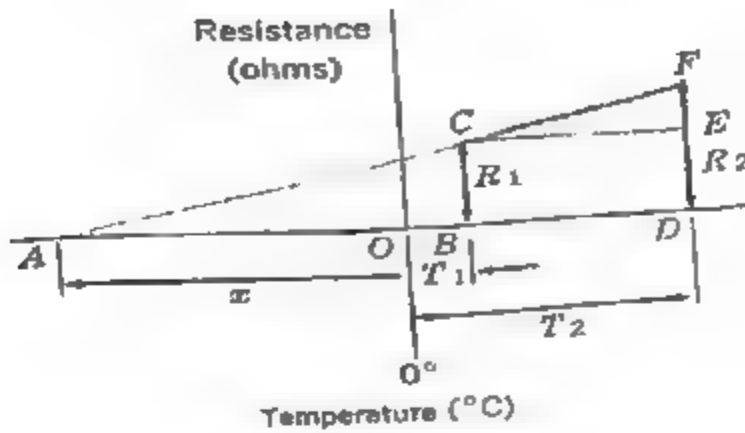
2-5 تأثير الحرارة على المقاومة: Effect of Temperature on Resistance

لاحظنا سابقاً تأثير الحرارة ستؤثر على مقاومه الموصل الكهربائي ولكن منذ افترضنا ان درجة الحرارة

تبقى ثابتة عند 20°C؛ فان النسبة للمقاومه (كالمقترح سابقاً) هي $\frac{V}{I}$ ، لذلك

لنجد ان في اغلبية مواد التوصيل ترتفع المقاومه بصوره خطيه مع الارتفاع في درجة الحرارة فوق الحرارة الاعتياديه. في الشكل اذا كانت R_1 مقاومه موصل معين عند درجة حرارة T_1 و R_2 مقاومه عند درجة حرارة T_2 . الخط المستقيم CF يمثل نوع المقاومه المتغيره ادرجات الحرارة بين T_1 و T_2 والمحدار الخط CF يعتمد على نوع الماده .

تطورت بعض السبائك مثل (التنكيتن) واغلبه قليل التأثير بالحراره وهناك لقليل من المواد مثل الكربون واشباه الموصلات التي تأثيرها بالحراره سلبي وهو ان المقاومه تتناقص عندما ترتفع الحرارة



الشكل (2-3)

بما ان CF في الشكل (2-3) يمثل خط مستقيم تستطيع ان تحيز في الجبهه اليسار خط القاعده على النقطة A وكذلك يتج مثلثين متشابهين ABC و ADF وبما ان هذين المثلثين متشابهين اذا نستطيع توضيحهم على الشكل التالي :

$$\frac{DF}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AO + OD}{AO + OB}$$

بتعويض الخواص الكهربائية للشكل الهندسي نحصل

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{X + T_2}{X + T_1} \quad (2-5)$$

حيث R_1 هي مقاومة الموصل عند درجة حراره T_1 ، R_2 هي مقاومة الموصل عند درجة حراره T_2

و X هو الثابت الذي يعتمد على نوع الماده المستخدمه في الموصل
الجدول (2-2) يعطي القيمه العديده لـ X لبعض المواد الكهربائيه الموصله
والقيمه X هي الثابت لاي ماده معطاة

الجدول (2-2) يعطي القيمة العددية للمتغير X لبعض المواد الموصله كهربائيا
ان قيمة X هي ثابتة لاي مادة موصله معينه . ان مقاومة الموصل المعدني تصل الى
الصفر عند درجة الحرارة المطلقة -273°C .

الخط Ac في الشكل (2-3) يمثل المسقط الهندسي للجزء الخطي لخصائص
المقاومة الحرارية لمختلف المواد الموصله بحيث يكون الحل لمعرفه تأثير الحرارة على
المقاومة بواسطة المعادله الخطيه (2-6)

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \left(\frac{X + T}{X + 20} \right) \quad (2-6)$$

الجدول (2-2)

قيم X لبعض المواد المعدنية الموصله للكهربائية الشائعة (أنظر الشكل (2-3))

المادة الموصله	X (°C)
فضة	243
النحاس	234.5
الالومنيوم	236
التنجستن	202
النايكل	147
حديد	180
نيكروم	6250
كونستانتان, (55% Cu, 45%Ni)	125000

مثال (2-6):

موصل نحاسي له مقاومة 12Ω عند 20°C . ماهي مقاومته عند 100°C ؟

الحل :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{X + T_2}{X + T_1} \text{ or } R_2 = R_1 \frac{X + T_2}{X + T_1}$$

$$\therefore R_2 = 12\Omega \times \frac{(234.5 + 100)}{(234.5 + 20)} = \frac{12 \times 334.5}{254.5} = 15.77\Omega$$

مثال (2-7):

عند حرارة 20°C تكون مقاومة (constantan) 10000Ω كم تكون مقاومته عند ارتفاع درجة الحرارة الى 40°C ؟

الحل:

$$R_2 = R_1 \frac{X + T_2}{X + T_1} = 10000 \times \frac{(125000 + 40)}{(125000 + 20)}$$

$$R_2 = 10001.6\Omega$$

بالطبع يكون هناك قدرة لحساب التأثير الحراري على المقاومة نستطيع أن نستخدم التغير في مقاومة مادة معينة لحساب الحرارة في الحالات التي يصعب وضع الترمومتر.

مثال (2-8):

ملف مصنوع من النحاس في مكانه كهربائية تمتلك مقياساً لعدة ساعات في غرفة درجة حرارتها 20°C تكون مقاومته 0.22Ω عندما يستخدم لساعات فإن مقاومة الملف وحدة 0.22Ω أحسب الارتفاع في حرارة الملف ؟



الحل :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{X + T_2}{X + T_1}$$

$$\frac{0.22}{0.20} = \frac{234.5 + T_2}{234.5 + 20}$$

وبإدخال المعلومات في الحاسبة ، نقوم بترتيب هذه المعادلة لوضع T_2 في الجانب الأيسر من إشارة المساواة

$$T_2 = \frac{0.22}{0.20} \times (234.5 + 20) - 234.5 = 45.45^\circ\text{C}$$

∴ الارتفاع في الحرارة $= T_2 - T_1 = 25.45^\circ\text{C}$

إذا استخدمنا الآن المعادلة (4-4) لتعويض R_1 في المعادلة (4-5) نحصل

$$R = \frac{l}{A} \left(\frac{X + T}{X + 20} \right)$$

مع قيم ؟ و x المعطاه في الجدولين (2-1) و (2-2) تستطيع الآن أن تحدد الحرارة المعطاة للموصل المعدني لأي درجة حرارة .

مثال (2-9):

ماهي مقاومة سلك من النحاس طوله (300m) متر مساحة قطعه العرضي (1.5mm^2) عند درجة حرارة 40°C ؟

الحل :

من الجدول (2-1)

$$\rho = 1.27 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

من الجدول (2-2)

$$X = 234.5^{\circ}\text{C}$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \left(\frac{X + T}{X + 20} \right)$$

$$= 1.27 \times 10^{-8} \Omega \cdot m \times \frac{300m}{1.5mm^2} \times \frac{(234.5 + 40)^{\circ}\text{C}}{(254.5 + 20)^{\circ}\text{C}}$$

سلسلة الحساب هي:

$$R = 1.72EE + / - 8 \times 300 \div 1.5EE + / - 6 \times (234.5 + 40) \div (234.5 + 20) = 3.71\Omega$$

2-6 المعاملات الحرارية للمقاومة: Resistance Temperature Coefficients

بالرغم من أن الطريقة التي استخدمناها هي كافية تماماً لحساب التأثير الحراري على لمقاومة والثابت X هو قاعدة على الشكل الهندسي الموضح ، لنشتق الطريقة الأخرى التي توضح تأثير الحرارة على مقاومة الموصل الكهربائي الخط CF يرسم بالتوازي مع خط القاعدة . لذلك المقاومة النوعية (ρ) هي غالباً ما تعبر عند درجة الحرارة 20°C سوف نجعل T_1 دائماً يساوي 20°C . بما أن المثلث ABC هو شبيه المثلث ؟ 20° وبذلك يمكننا أن نبين ذلك

$$\frac{FE}{BC} = \frac{CE}{AB} \text{ OR } \frac{FE}{R_1} = \frac{\Delta T}{X + 20}$$

حيث أن ΔT هي الفرق في درجة الحرارة (Degrees Celsius) بين T_1 و 20°C لذلك

$$FE = R_1 \left(\frac{\Delta T}{X + 20} \right)$$

بما أن CE و BD متوازيان

$$FE = R_1 + FE$$

$$R_2 = R_1 + R_1 \left(\frac{\Delta T}{X + 20} \right) = R_1 \left(1 + \frac{\Delta T}{X + 20} \right)$$

إذا سمينا $\frac{1}{(X + 20)}$ المعامل الحراري للمقاومة (عند 20°C) و يرمز له بالحرف الإغريقي ألفا (α) (Alpha) .

$$R_2 = R_1(1 + \alpha\Delta T) \dots\dots\dots(2-7)$$

حيث R_2 هي مقاومة الموصل عند أي درجة حرارة و R_1 هي مقاومة الموصل عند درجة 20°C ، ؟ هو معامل الحرارة للمقاومة عند درجة 20°C $[\alpha = 1/(X + 20)]$ و ΔT هو الفرق (Degrees Celsius) بين درجة الحرارة المعطاة ودرجة الحرارة 20°C .

بما أن R_1 تمثل المقاومة للموصل المعطى عند درجة حرارة 20°C . فإن

$$R_1 = \rho \frac{l}{A} \dots\dots\dots(2-4)$$

$$R = \rho \frac{l}{A}(1 + \alpha\Delta T) \dots\dots\dots(2-8)$$

حيث R هي مقاومة الموصل بأوم (Ohm) ، ρ هي المقاومة النوعية للمادة الموصلة بأوم . متر (Ohm.meter) عند درجة الحرارة 20°C l هو طول الموصل بالمتر (m) ، A هو مساحة المقطع العرضي الموصل بالمتر المربع (Square meter) ، و Ω هو المعامل الحراري لمقاومة المادة (Ohmic change per ohm at 20°C) و ΔT هو الفرق بين درجه الحرارة و 20°C . بما أن المعامل الحراري $\alpha_{20} = \frac{1}{(X + 20)}$ و X يعتمد على نوع المادة إذا المعامل الحراري للمقاومة تمثل بطريقة المقاومة لتلك المادة لكل تغير في درجة الحرارة من الحرارة المرجعية 20°C . نستطيع أن نحسب جدول للمعاملات من العلاقة السابقة التي تبين العلاقة بين α و X .



الجدول (2-3)

المعامل الحراري لمقاومة لبعض المواد الشائعة الموصلة للكهرباء	
α_{20}	المواد الموصلة
0.0038	الفضة
0.00393	النحاس
0.0039	الالمنيوم
0.0045	تنجستن
0.006	نايكل
0.0055	الحديد
0.00016	نيكروم
0.000008	كونستانان
-0.0005	الكربون

مثال (2-9A):

ما مقاومة سلك نحاس طوله 300m متر ومساحة مقطعه العرضي 1.5mm^2 عند درجة حرارة 40°C ؟

الحل:

$$R_p = 1.72 \times 10^{-8} \Omega$$

من الجدول (2-3)

$$\alpha = 0.00393$$

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{l}{A} (1 + \alpha \Delta T) \\
 &= 1.72 \times 10^{-8} \Omega m \times \frac{300m}{1.5mm^2} \times (0.00393 \times 20 + 1) \\
 &= 3.44 \times 1.079 = 3.71
 \end{aligned}$$

مثال (2-10):

سخان كهربائي مصنوع من سلك من النيكل كروم ذو مقاومه 16 اوم عند درجة حرارة $1500^\circ C$. فما هي مقاومته في درجة الحرارة الاعتيادية ؟

الحل:

في هذا المثال فان R_2 اعطيت بالمعادله (2-7) و R_1 غير معروفه لذلك فان .

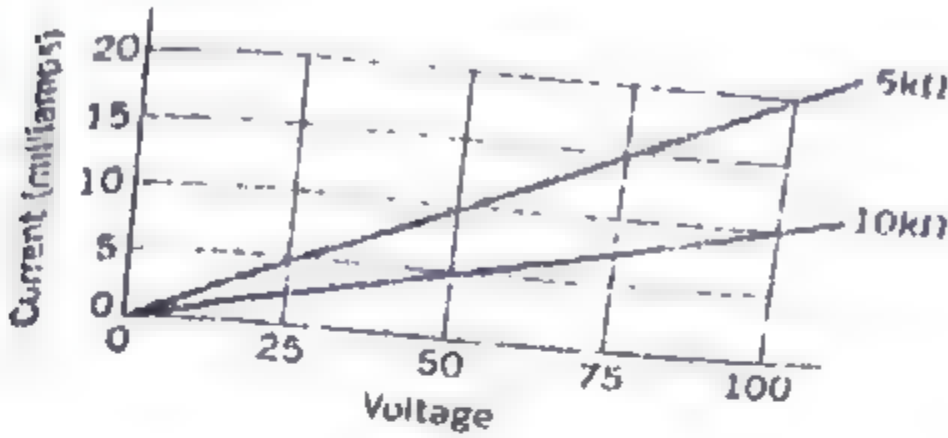
$$\begin{aligned}
 R &= \frac{R_2}{(1 + \alpha \Delta T)} = \frac{16}{(0.00016 \times 1480 + 1)} \\
 &= \frac{16}{1.237} = 12.9 \Omega
 \end{aligned}$$

اذا كانت درجة الحرارة المطلوبه اقل من $20^\circ C$ فان ΔT تكون كميته سالبه وتصبح المعادله (2-8) صالحه الاستخدام :

$$R = \rho \frac{l}{A} (1 - \alpha \Delta T)$$

2-7 المقاومة الخطية: Linear Resistance

ان معظم المواد الموصله للكهرباء تخضع في سلوكها لاختراع جورج سيمون في تحقيق قانون التناسب الثابت حيث ان مضاعفه الجهد المسلط تسبب مضاعفه وتنصيف الجهد المسلط ينصف التيار وهكذا. يمكننا رؤية مخطط هذه العلاقه في الشكل (2-4).



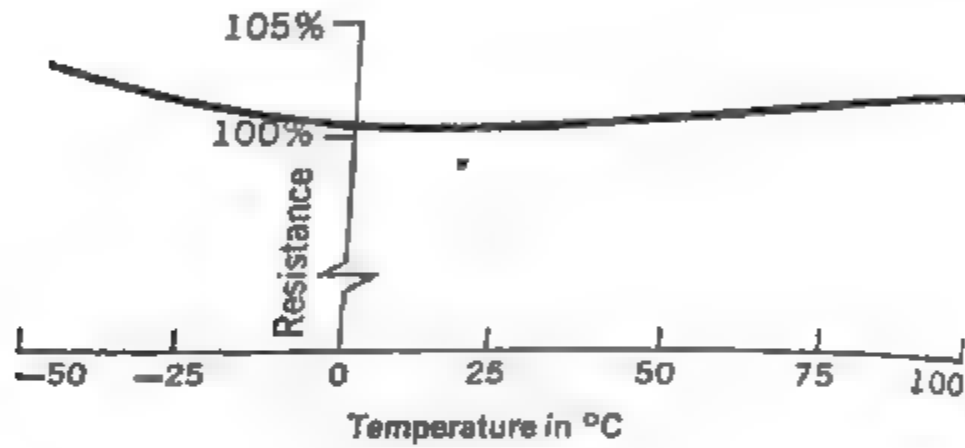
الشكل (2-4)

الخط المستقيم المرسوم يعبر عن قيمة ثابت ميل الخط المستقيم للمقاومة ان المقاومة تبقى بنسبة ثابتة $\frac{V}{I}$ تعرف بالمقاومة الخطية . وبزيادة التيار المار خلال المقاومة فان الطاقة الكهربائية تتحول الى حرارة وبمعدل متزايد (Increased rate) مما يؤدي الى زيادة في درجة حرارة المقاومة . كما في الجدول (2-3) فان هذه الزيادة في درجة الحرارة تسبب زيادة قليلة في المقاومة لمعظم المواد الموصلة ولك النسبة المتويرة للتغير في المقاومة لنطاق تغير درجات حرارة قليل عمليا.

والمقاومات المستخدمة في الاجهزة الالكترونية غالبا لها مقاومة عدة الالف من الاوم (كيلواوم) وتمرر تيارات قليلة بمحدود الملي امبير فقط . لمثل هذه الحالة فان تحويل الطاقة الكهربائية يكون بمعدل اقل من واحد او اثنين جول لكل ثانية لعنصر المقاومة المكون من خليط كربون طبقي رفيع ومركب عازل على قضيب صغير جدا اقل من ستمتر طولا وهو اقتصادي اكثر من عناصر المقاومة ذات السلك المطلي . ان المقاومات ذات مركب الكربون .

تتأثر بنسبة الكربون المركب العازل في عنصر المقاومة . الرسط الكهربائي الى عنصر المقاومة يتم بواسطة سلك نحاس صغير يؤدي الى اعاقه في نهايات العنصر . عنصر المقاومة يغطى بغلاف بلاستيكي للحماية .

مقاومات مركب الكربون ليس لها مقاومه خطيه ولاخصائص درجة الحرارة مثل مقومات السلك المعدني وطبقة الكربون الرقيقة كما مبين في الشكل (2-3) تزداد المقاومه لمقاوم مركب الكربون اذا تغيرت درجة الحرارة بشكل ملحوظ في كلا الاتجاهين من درجة حرارة الغرفة العاديه كماهو مبين بالمقياس الموضح في الشكل (2-5) مرة اخرى فان الابعاد الفيزيائية للمقاومة تحدد معدل تبديد الحرارة الحرارة.



الشكل (2-5)

اذا كانت المقاومة تعمل بمدها الطبيعي فان تغيرات درجة الحرارة تكون صغيرة الى حدما لاعتقادنا ان مقاومات مركب الكربون مثل المقاومات الخطيه في الشكل (2-5)

بتطور تصميم المقاومه الصغيره قادر على طرح تقنيات تستخدم اسلاك نحاسية معزولة بيلامستيك لربط العنصر مقاومات مركب الكربون تستخدم مع كلا التكنولوجيا السلكية. الخطوة الاكثر حداثة في تصميم الدائرة (حالة الصالبه) هو

طريقة ربط سلكية بواسطة تجميع عناصر دائرة كثيرة داخل نموذج صغير جدا يعرف بالدائرة المتكاملة (IC). المقاومات في قلب كثير من الدوائر المتكاملة تنشأ بواسطة ترسيب يتركب من مادة شبه موصلة نوع P ونوع N في نفس التقنية تستخدم لاضافة العديد من عناصر المقاومة الميكروميكروية للدائرة المركبة من الدوائر المتكاملة .

الملاحظ في الفقرة ان الرابطة التساهمية لذرات اللينيوم او السليكون في بلورة شبه الموصل الاصلية تنتج نظريا عازل والذي في الواقع عازل رديء من خلال حمل لعدد من الشحنات الناتجة من تحطيم روابط التكافؤ . في درجة حرارة الغرفة تصبح اشباه الموصلات موصلة للكهرباء .

وهي ليست موصلات جيدة مثل النحاس بسبب محدودية عدد حاملات الشحنة المتاحة واي مقاومه مرغوبه محدود معلومه يمكن ان تصنع بواسطة انتظام عدد من ذرات الشوائب المانحة للاكترونات الى داخل بلورة شبه الموصل النقي . يكتسب ترقب رؤية ازدياد الاستخدام للمواد شبه الموصلة كمعاصر مقاومه في الدوائر الالكترونية.

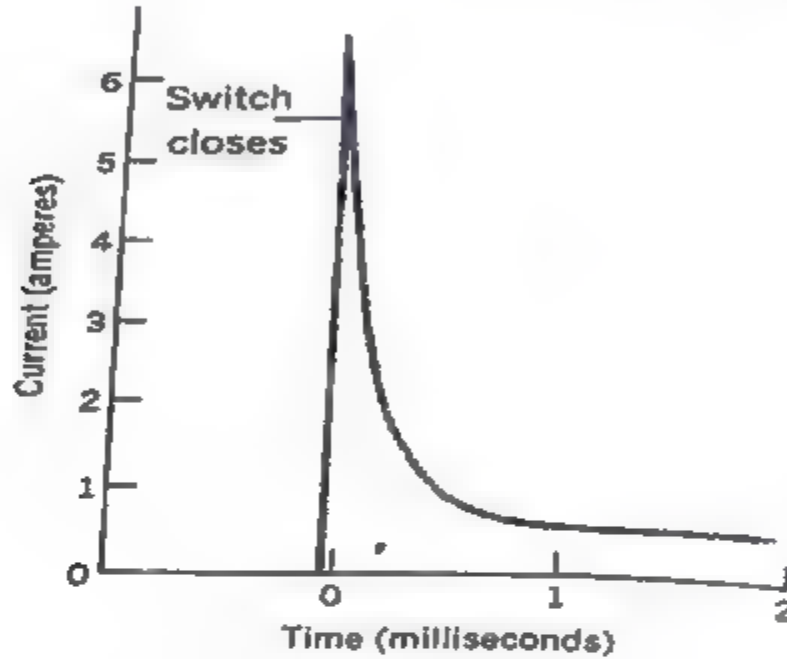
2-8 المقاومات غير الخطية: Non Linear Resistances

ان فتيلة التنجستين للمصباح التوهجي والمسخنات هي امثلة لارتفاع الحرارة من درجة الغرفة الى درجة حرارة العمل والتي تغير المقاومه . على سبيل المثال مصباح 60w يعمل من مصدر 120v له مقاومه تساوي 240Ω فان التيار المسار خلالها الى $I = \frac{V}{R} = \frac{120}{240} = 0.5A$

ولكن عند ما يطفأ المصباح تبرد المقومة لتصبح حوالي 18Ω لذلك عندما يعود المصباح الى حالة العمل وقبل ان ترتفع درجة حرارة الفتيلة فان سوف يكون التيار المتدفق $I = \frac{V}{R} = \frac{120}{18} = 6.6A$



ان كتلة فتيلة المصباح (Lamp Filament) قليلة بشكل كاف لححد ان تصل الى حرارة يضاء في اقل من ملي ثانية وبذلك التيار المفاجي (Current surge) ذو فتره زمنية قصيره جدا كما مبين في الشكل (2-6)



الشكل (2-6)

اذ كان عنصر التسخين للمسخن الكهربائي (Electric stores) سيكون التيار المفاجي (Surge) سيكون اكيد لان هذه المكونات تاخذ عدة ثواني للوصول الى الحرارة الحمراء (Red heat) كنيجه فان مكونات السخن يتم تصنيفها من السبائك مثل الكروم الذي له ثابت حراري قليل جدا

الدائره في الشكل (2-2) كانت المقاومه مربوطه بالتوالي مع المصباح (مسخنات الانبويه المفرغه)

لتمنع الاندفاع الفجائي العالي للتيار عند ما يغلق المفتاح للمرة الاولى . ولكن مره اخرى عند ارتفاع درجة حرارة المصباح سوف نزيل المقاومه لنسمع للمصباح ليعمل طبيعيا . اذا تصنيع مقاومات لها معامل سالب عالي يؤدي الى تقليل مقاومتها

الى قيم صغيرة جدا بعد غلق المفتاح وبذلك يلغى تأثيرها من الدارة نهائيا . مثل تلك المقاومات تكون متوفرة تحت اسماء تجارية متعددة الاستخدام في تحديد الاندفاع الكهربائي الفجائي الابتدائي الذي يحدث عندما يفتح المفتاح للمرة الاولى في اجهزة الراديو او التلفزيون او اي جهاز الكتروني اخر . هذه المقاومات لها مقاومة اكثر من 100Ω في درجة حرارة الغرفة ويتمير تيار حوالي 1A خلالها فان هذه المقاومة تهبط الى اقل من 1Ω بعد (10-15) ثانية.

بالنظر مرة اخرى الى ميكانيكية التوصل الكهربائي في اشياء الموصلات نلاحظ التغير الملحوظ في المقاومة . ان الاكاسيد المعدنية الخاصة تشكل بلورات شبه موصلة والتي تمزج مع مادة لاصقة خزفية لتشكل المقاومات . بكسر واعادة تكوين الروابط التساهمية تصبح هناك اعداد محدودة من حاملات الشحنة الكهربائية الموجودة في درجة حرارة الغرفة . عندما يتدفق التيار الكهربائي خلال هذه المقاومات ترتفع حرارتها ويزيد الحرارة فان عدد كبير من الروابط التساهمية تتحطم وينشا عن ذلك عدد كبير من حالات الشحنة وبناء على ذلك فان المقاومة تنخفض الى اجزاء من قيمتها في درجة حرارة الغرفة.

اضافة الى تطبيقات المقاومات في تحديد الاندفاع الكهربائي الفجائي المتدفق من اشياء الموصلات الاوكسي معدنية يمكن ان تغيرها في شروط مقاومة مقابل درجة الحرارة لتصبح جهاز قياس درجة حرارة حساس للمقاومة الذي غالبا ما يعرف بالاسم التجاري ثايريت (thyrite) الذي يدل على ان المادة لها معامل حراري سالب . في الحقيقة ان درجة الحرارة لها تأثير على مقاومته الثايريت (thyrite resistor). الزيادة في حاملات الشحنة تعتمد على فرق الجهد المسلط على قطعه الثايريت . عندما يزيد فرق الجهد عن قيمه معينة يزداد انهيار وتكسر روابط التكافؤ وكتيجه لذلك يحدث هبوط حاد في المقاومة .

المبين في الشكل (2-7) ان المقاومة تنخفض بحيث يمرر تيار خلال (Thyrite) العدة اضعاف للتيار الاعتيادي بدون تغير في هبوط الجهد عبره لذلك تربط مقاومة (Thyrite) على التوازي مع اي قطعه لجهاز كهربائي يوفر هذا الاجزاء من الدائرة

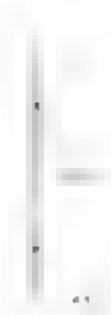


...
 ...
 ...



الشكل ١٥

...



الشكل ١٦

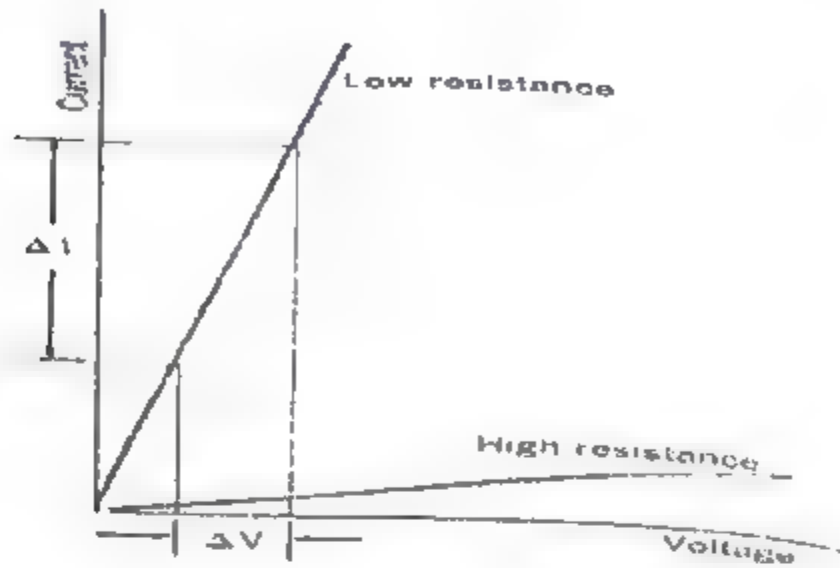


في تيار الدائرة الكامله من غير احداث اي تغير اوتاثير على الفولتية والتيار خلال الجزء المحمي من الجهاز . تحدد فولتية التشغيل العاديه لمقاوم الثايرايث بواسطة سمك القطعه . وقد صمم الثايرايث اساسا للحمايه من البرق في خطوط نقل القدرة يتم انتاج بعض المقاومات بطريقه بحيث تتم الاستفادة من المعامل الحراري المرجب الكبير . يوضح الشكل (2-8)

خواص $\frac{V}{I}$ لعنصره هذا النوع من المعاملات الحراريه عندما يتضاعف هبوط الفولتية على المقاومه من 8 الى 16 فولت فان الزيادة المرافقه في درجة الحرارة كانه تقريبا لمضاعفة المقاومه من الناحيه الاخرى فانه عمليا لا يحصل زيادة في التيار عندما يتضاعف هبوط الفولتية وتدعى هذه المقاومه الغير خطيه بمنظم التيار او مقاومه الكبح فعندما ربط هذا النوع من المقاومه على التوالي مع المسخنات في نبوب صورة التلفزيون فانها تساعد في الحفاظ على تيار ثابت خلالها على الرغم من حدوث تغيرات في مصدر الفولتية وهذه الحمايه ستساعد على زياده عمر انابيب لصوره بشكل مع

2-9 خواص الفولتية-امبير Volt-Ampere Characteristics

بالرجوع الى قانون اوم للتناسب الثابت نلاحظ ان اوم اهم فقط بالمقاومات الخطيه . وطالما ان الاوم معرف بمصطلح فولت لكل امبير فانه بمقدورنا ان نطلق مصطلح مقاومه على المقاومات الغير خطيه . كما يمكننا توضيح المقاومه بيانيا لقيمة الفولتية لكل امبير كما هو موضح في الشكل (2-9) . وغالبا ما نرسم هبوط الفولتية على المحور X والتيار على المحور Y . اذا فان المقاومه المنخفضه والتي بالتعريف لديها نسبة فولت لكل امبير صغير شديد الانحدار في الشكل (2-9) بالمثل فان المقاومه بنسبتها العاليه للفولت لكل امبير تمثل بخط ذو ميل صغير . وكتتيجه لاختيار هبوط الفولتية على المحور X والتيار على المحور Y فان الميل للمخاضيه الفولت-امبير تتناسب عكسيا مع المقاومه

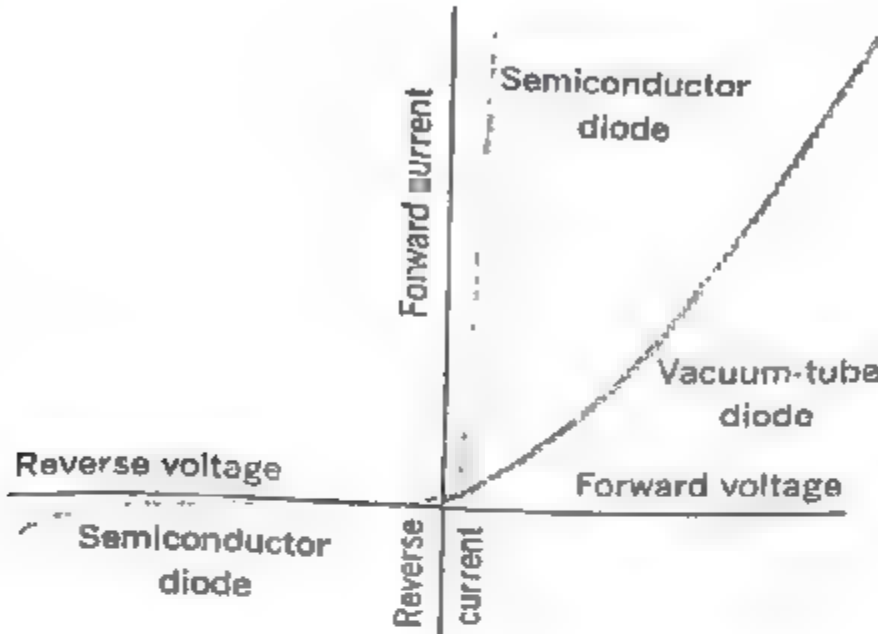


الشكل (2-9)

إذا كانت مقاومة عنصر في الدائرة ثابتة فإن خاصية الفولت-امبير تكون خط مستقيم كما هو موضح في الشكل (2-4) لذلك يطلق عليه مقاومه خطيه. يمكننا ان نقرا المقومات الخطيه من الرسم البياني ياخذ النسبه بين الفولتيه والتيار عند اي نقطه على الرسم. كل النقاط الخطيه التي لها نفس الخواص الخطيه. واذ لم تكن الخواص لفولت-امبير خطيه فائنا غالبا ماناخذ القيمه الديناميكيه للمقاومه بمعنى التغير في هبوط افولتيه مع التغير في التيار المصاحب لهذا التغير في هبوط الفولتيه كما موضح في الشكل (2-9) اي اذا كان ΔV معطى فان ΔI كبير للمقاومات الصغيره اكبر مما هو عليه في المقاومات الكبيره. وحيث ان المقاومات الخطيه تتوافق مع قانون اوم لتناسب لثابت في حدود العمليه لذا فائنا لانتاج لرسم خطها المستقيم لخواص الفولت-امبير. فبامكاننا ان نعطي قيمه مقاومتها بالاوم اما بطريقه عدديه او بواسطه اللون. الطريقه الملائمه لمناقشه سلوك المقاومات الغير خطيه هي برسم منحني الخواص للفولت. سبق وان ناقشنا سلوك مقاومت الشايريت شكل (2-7) ومقاومه المكعب شكل (2-8)

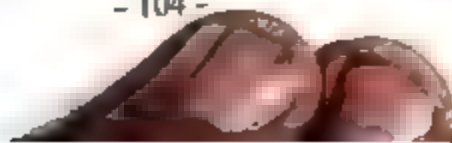
لنفرض ان كلا من الترانستورات والصمامات المفرغه كمقاومات غير خطيه. لذا فان اي دراسه للدوائر الالكترونيه تستدعي دراسه خواص الفولت-امبير لها.

الرسم البياني في الشكل (2-10) يبين الخواص للمصمام الثنائي والدايود (اشباه الموصلات).



الشكل (2-10)

الشكل (2-10) يوضح ما يحدث عندما نعكس القطبين للقولتيه المسلطه فاننا نرسم محور X السالب مع محور Y لاضافه الى المحاور الاعتياديه الموجهه توضح لنا خواص القولت - امير لكل من العنصرين يسمح للتيار الكهربائي بالمرور عندما يكونان في المحياز امامي لكن المقاومة الداخليه لدايود القناه المفرغه اعلى بكثير من دايود شبه الموصل . وعندما تعكس القولتيه المسلطه نلاحظ جيدا عدم مرور التيار خلال دايود القناه المفرغه لكن دايود شبه الموصلات يسمح بمرور تيار عكسي صغير وتحت هذه الظروف تكون المقاومة الداخليه لدايود اشباه الموصلات عاليه جدا بينما هي لانهايه بالنسبه لدايود القناه المفرغه .



2-10 قانون اوم التطبيقي: Ohms Law Applied

في بداية الفصل اتجهنا لتحديد العوامل التي تعطي التيار في الدائرة الكهربائية بمعادله للتبادل (2-2) حتى تعرف قانون اوم نحن أخذنا $I = \frac{V}{R}$ لوان مقاومة لدائرة الكلية متصلة بين أطراف مصدر الفولتية هبوط الفولتية الكلي سيساوي الفولتية المسلطة E للمصدر لذلك فان قيمة التيار يعتمد على الفولتية المسلطة والمقاومة الكلية للدائرة الكهربائية في هذا الكتاب تكون الفولتية المسلطة والمقاومة متغيرين غير معتمدين (Independent Variable) وهذا يعني ان فرق الجهد للبطارية يعتمد على معدينا أساسيين المستعملين لا يعتمدان على المقاومة والتيار

$$I = \frac{E}{R} \dots \dots \dots (2-9)$$

حيث I هو التيار الذي يجب ان يسري في الدائرة (بالامبير) E هي الفولتية التي يمكن ان تظهر فقط عندما يسري تيار خلالها من المعادله (2-2) قانون اوم

$$V = IR \dots \dots \dots (2-10)$$

حيث I تيار خلال المقاومة (بالامبير) R هي المقاومة (بالاوم) و V هي الهبوط في الفولتية لنا نخرج عبر المقاومة (بالفولت) بسبب هذه العلاقة يكون من الشائع الى حد ما ان هبوط الفولتية عبر المقاومة يرجع الى هبوط IR (IR drop).

مثال (2-11):

احسب تيار الدائرة عندما تكون المقاومة $4.7k\Omega$ متصلة بمصدر $9v$ ؟

الحل:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{9v}{4.7k\Omega} = 1.9 \times 10^{-3} A = 1.9mA$$

مثال (2-12)

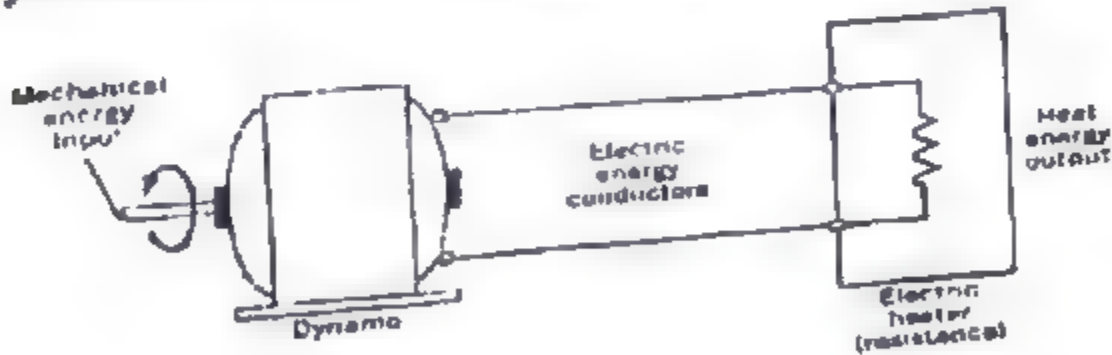
احسب هبوط الجهد المتولد عبر مقاومة 560Ω والتيار $15mA$ خلال المقاومة r

الحل :

$$V = IR = 15mA \times 560\Omega = 8.4V$$

2-11 الطاقة والشغل Energy and Work

في هذا الفصل نطرقنا الى الشغل في حدود الآلات العمل التي تنجز حركة ضد القوة العاملة للحركة ومن هذا التعريف فإن الوحدة في النظام SI للشغل هي الجول التي تعرف بأنها الشغل المنجز لتحريك جسم لمسافة متر واحد بقوة واحد نيوتن ولحم أيضاً لحسب الطاقة التي يجب أن تستفيد منها عند الحركة المفسدة للقوة مثل صعود عدد من درجات السلم المعاكس لقوة الجاذبية وتستطيع توليد الطاقة ولانستطيع اتلافها ولذلك فإن الطاقة والشغل متساوية عددياً وفي الدوائر الكهربائية في الشكل (2-11) الآلات ذات الطاقة المجهزة من العمود الميكانيكي ويكون هناك تحويل لطاقة الكهربائية بواسطة أجزاء من الموصلات الكهربائية إلى وحدات التسخين وفي سلسلة الاحداث في هذا المثال والتي يتلوها ذاك النقل لتحويل الطاقة من صورة إلى أخرى



الشكل (2-11)

التعبير الافضل للآلات الكهربائية والطاقة الحرارية بالجول وهي المستخدمة في الوقت الحاضر والجول هي وحدة الطاقة الحرارية والشغل في النظام (SI).

الحرارية تحتاج جول واحد لزيادة كولوم واحد من الشحنة الكهربائية خلال
من جهد فولت واحد. للتوضيح التكافؤ بين الطاقة الكهربائية والطاقة الحرارية
والطاقة الميكانيكية سندرس الامثلة التالية .

مثال (13 - 2):

كم الطاقة الكهربائية التي يجب تجهيزها لمحرك كهربائي لرفع مصعد كتلته اربع
ميجاغرام والمسافة
40 متر ؟ افترض بأن 10% من الطاقة الكهربائية المجهزة للمحرك تفقد على
شكل حرارة.

الحل :

لرفع المصعد، سيكون من ضروري تحريكه ضد قوة الجاذبية الارضية ووفق
لبدا بزنن الثاني، وزن الجسم سيكون حاصل ضرب كتلته والتعجيل الجذبى
 $\therefore F_g = mg = kg \cdot m / s^2 = newton$

$$= 4 Mfg \times 9.8m / s^2 = 4 \times 10^3 kg \times 9.8m / s^2 = 39200 N$$

$$\therefore Mechanical \ work , W = F_g s = 39200 N \times 40 m = 1568000 J$$

بالرغم من أن الطاقة الكهربائية تذهب لمحو رفع المصعد غالبا 1568000 جول ،
مذا يُمش فقط 90% من الطاقة الكهربائية المجهزة إلى المحرك . لذلك تكون الطاقة
لكية الكهربائية المطلوبة

$$W_r = \frac{1568000 J}{0.9} = 1742000 J$$

مثال (14 - 2):

مغلاة تحتوي 16 كيلو غرام من الماء في درجة حرارة الغرفة الطبيعية (20°C)؛
درجة مئوية إذا 20% من الطاقة الكهربائية المجهزة الى عنصر التسخين تحت المغلاة

تكون مفقودة بالإشعاع في تسخين المغلاة نفسها، ما مقدار الطاقة الكهربائية التي يجب تجهيزها لعنصر التسخين (الطنباخ) لرفع درجة حرارة الماء إلى درجة الغليان؟
(الطاقة الحرارية المطلوبة لرفع درجة حرارة واحد كيلوغرام من الماء لدرجة مئوية واحدة هي 4185 جول) .

الحل :

$$W = 1.6 \text{ kg} \times 4185 \text{ J} \times (100 - 20)^\circ \text{C} = 535680 \text{ J}$$

إن الطاقة لكهربائية المفقودة لتسخين الماء هي 535680 جول . يجب ان تكون الطاقة الكهربائية الكلية المجهزة إلى الطنباخ

$$W_T = \frac{535680 \text{ J}}{0.8} = 670000 \text{ J}$$

2-12 القدرة power

بإستخدام سلسلة مناسبة من ناقلات الحركة الذي بدوره يضاعف القوة الميكانيكية بتقسيم سرعته بنفس العامل، و التي يمكن أن نستخدم لمحرك الكهربائي الصغير لرفع المصعد الكهربائي اذا القدرة هي المعدل الزمني للشغل المبذول ويرمز لها بالحرف (P). حيث ان الجول هي الوحدة الأساسية للشغل والثانية هي الوحدة الأساسية للزمن، لذلك يمكن التعبير عن القدرة بوحدة جول لكل ثانية. وتدعى القدرة والتي هي عبارة عن معدل الشغل المبذول في الثانية الواحدة ومن اجل قرر تشريف العالم جيمس واط لعمله في تحويل الطاقة الحرارية إلى الطاقة الميكانيكية بمآكته البخارية، بتسمية وحدة القدرة الكهربائية بالواط. حيث ان الواط هو وحدة القدره الكهربائيه ويرمز لها بالحرف (W) اي ان الواط هو جول لكل ثانية وهو الشغل المبذول لواحد جول في الثانية الواحدة. وتعبير ذلك في المعادلة التالية:

$$P = \frac{W}{t} \quad (2-11)$$



حيث (P) القدرة بالواط ، (W) الشغل بالجول ، (t) الزمن بالثانية . وعليه فإن
القدرة هي المعدل الزمني للشغل المنجز .

مثال (2-15):

في المثال (2-13) إذا ارتفع المصعد مسافة 40 متر في 4 دقائق ؟
ما المعدل الذي يجب تجهيزه للطاقة الكهربائية إلى المحرك الكهربائي

الحل :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1742000 \text{ J}}{(4 \times 60) \text{ s}} = 7253 \text{ w. or } 7.26 \text{ kw}$$

المعادلة (2-11) هي المعادلة الأساسية التي تعرف القدرة ونحقق مقدار الواط .
لكن لا تكون الطريقة الأكثر سهولة لحساب القدرة في الدوائر الكهربائية . بواسطة
التبسيط الجبري التالي، يمكن أن نحصل على العلاقة المفيدة لحساب القدرة
لكهربائية:

من لمعادلة التي تعرف بفرق الجهد الكهربائي :

$$V = \frac{W}{Q} \quad \therefore W = QV$$

ومن المعادلة التي تعرف التيار :

$$I = \frac{Q}{t} \quad \therefore t = \frac{Q}{I}$$

بتعويض (W) و (t) في المعادلة (5-1) نجد

$$P = \frac{W}{t} = \frac{QV}{Q/I} = QV \times \frac{I}{Q} = V \times I$$

$$P = VI \dots \dots \dots (2-12)$$

حيث (P) القدرة بالواط ، (V) فرق الجهد الكهربائي بالفولت ، (I) التيار الكهربائي بالأمبير. أيضا حيث $V = IR$ من معادلة قانون أوم المعادلة (2-2) ، بتعويض قيمة فرق الجهد في المعادلة (2-12) نجد

$$P = IR \times I$$

$$P = I^2 R \dots \dots \dots (2-13)$$

وحيث أن $I = V/R$

وبالتعويض في المعادلة (2-12) نجد أن

$$P = \frac{V^2}{R} \dots \dots \dots (2-14)$$

حيث V هبوط الفولتية خلال المقاومة بالفولت R المقاومة بالارم

مثال (2-16):

تسحب لمبة تيار مقداره 2A عندما نوصل بمصدر V 120 ما معدل القدرة الللمبة؟

الحل :

$$P = EI = 120 \times 2A = 240W$$

مثال (2-17):

مقاومه مقدارها 10KΩ وصلت الى دائره حيث يمر تيار خلالها 50mA ما القدرة المستهلكه في الدائره ؟

الحل :

$$P = I^2 R = (50mA)^2 \times 10k\Omega$$

مثال (2-18): ما هي أعلى فولتية يمكن تسليطها على المقاومه $5\text{-k}\Omega$ و 2W دون تجاوز قابلية حرارتها ؟

الحل :
بمان

$$P = \frac{V^2}{R} \quad , \quad V^2 = PR \quad , \quad V = \sqrt{PR}$$

$$E = V = \sqrt{2\text{W} \times 5\text{k}\Omega} = 100\text{V}$$

2-13 الكفاءة، Efficiency

يوضح المثالين (2-13) و (2-14) تحويل القدره من شكل الى اخر عادة يكون انفق في الطاقه على شكل حراره وبعض الحراره تأتي على شكل احتكاك ميكانيكي يحول بعضها على شكل تيار في المقاومات الكهربائيه وبعضها على شكل فقد بواسطة لاشعاع كما في المثال (2-14) لاحظ فقط ان الفقد في الطاقه غالي الثمن لذلك نصمم بحيث يؤمن الضياع في الطاقه الحراريه والمقدره على تحويل الطاقه لـ لا جهزه مثل الماطور الكهربائي

في المثال (2-13) وعنصر المدفئه الكهربائيه بالمثال (2-14) لتحويل نظم الطاقه للممكنه لي تشغيل يستفاد منه وتعرف الكفاءة (efficiency) بنسبه بين القدره الخارجيه الى القدره الداخله الكليه ويرمز لها η (eta)

$$\eta = \frac{W_{out}}{W_{in}} \quad \dots \quad (2-15)$$

وغالباً نعبّر عن الكفاء بالنسبة المئوية مثلاً كفاءة النظام في المثال (5-1) هي

90%

مثال (2-19):

ما هي كفاءة رافعة كهربائية إذا كانت طاقته الكهربائية 60000J التي تغذي محرك لرفع كتلة مقدارها 300Kg لـ (8m) متر؟

الحل :

$$W = 300Kg \times 9.8 \frac{m}{s^2} \times 18m = 52980J$$

الشغل الميكانيكي

الكفاءة η

$$\eta = \frac{52920J}{60000J} \times 100\% = 88.2\%$$

من خلال المعادلة (2-11) تعرف القدرة المستهلكة لذلك الشغل $W = Pt$ وإذا عوضنا هذا الشكل لكلا W_{in} و W_{out} في المعادلة (2-15).

الكفاءة η

$$\eta = \frac{P_{out} \times t}{P_{in} \times t}$$

ويستج من ذلك

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \dots \dots \dots (2-16)$$

وبتطبيق المعادلة (2-16) لموتورات الكهربائية فإن P_{out} هي قدرة الخرج الميكانيكية و P_{in} هي القدرة الكهربائية للدخل . وفي نظام الوحدات العالمي فإن الواط (watt) يطبق لكلا القدرتين الميكانيكية والكهربائية .

ويمكن التعبير عن ل قدره الميكانيكيه بوحدة القدره الحصانيه وهناك معامل التحويل من القدرة الميكانيكية المعبر عنها با قدرة الحصانيه (Horse power) إلى النظام (SI) التي هي واط (Watt) حيث أن

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} \dots\dots\dots (2-17)$$

مثال (2-20):

ماهي القدرة الكهربائية للدخل التي يجب إعطاؤها لماتور كهربائي الذي يظهر عليه طاقة ميكانيكية بمعدل 24 hp بكفاءة 85% ؟

الحل :

القدرة الميكانيكية للخروج

$$P_{out} = 24 \times 746 = 17904 \text{ W or } 17.9 \text{ KW}$$

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{17.9 \text{ KW}}{0.85} = 21 \text{ KW}$$

ويجب ملاحظة أن القدرة الحصانية (Horse power) هي وحدة إنجليزية للقدرة الميكانيكية وهي لا تتوافق مع وحدة SI ولهذا يجب أن لا نعتبر القدره الحصانية القدرة الكهربائية .

2-14 الكيلوواط ساعة: The kilo watt hour

في الأمثال في هذا الفصل افترضنا سابقاً في الأجابة بالنسبة للشغل بوحدات أساسية لتي تبين قيم الشغل بوصف عدد كبير بالجول (Joules) لذلك فإن الوحدة الأساسية لطاقة الكهربائية هي الجول (Joule) والتي تعتبر وحدة صغيرة جداً عملياً كما في حسابات الفانورة الشهرية للقدرة الكهربائية والوحدة المناسبة في SI لهذا الغرض هي ميغا جول ((Mega Joule (MJ) وهناك وحده تجاريه أخرى هي كيلو واط ساعة

(The kilo watt hour) وهي تستخدم أيضاً في النظام العالمي للوحدات التي يعود إلى مصطلح ميغا جول (Mega Joule) وهي تسمح باستخدام الكيلو واط للأغراض العملية من بداية الزمن حيث

$$P = \frac{W}{t} \therefore W = Pt$$

إذا كان P القدرة بالوات و t هو الزمن بالثواني فإن W تكون بالواط ثانيه أو جول (Joule) (J) ولكن إذا كان P هي القدرة الكيلو واط و t هي الزمن بالساعة فإن W يجب أن يكون الشغل بالكيلو واط ساعة (Killo watt hours) الكيلو واط ساعة هي الوحدة العملية للشغل الكهربائي أو الطاقة .

ورمز وحدة الكيلو واط ساعة هي (Kwh)

وتعرف كيلوات ساعة بالمعادلة التالية

$$W = Pt \dots \dots \dots (2-18)$$

حيث أن W هي الشغل أو الطاقة بالكيلو وات ساعة ، P هي القدرة بالكيلو وات و t هو الزمن بالساعة

حيث أن

$$1Kw = 1000W \text{ و } 1h = 3600s$$

$$1Kwh = 1000W \times 3600s = 3.6 \times 10^6 J = 3.6 \mu.s$$

مثال (2-21):

اذ كانت التعريفه هي 7¢ لكل كيلو واط ساعة كم تكون التكلفة التي يحتاجها مصباح (60W) ٩ كي يضيء خمسة ايام ؟

الحل :

$$W = Pt = 600W \times (24 \times 2)h = 720Wh = 7.2KWh$$

$$COST = 7.2KWh \times 7C = 50.4C$$

ان قيمة الطاقة الكهربائية المستهلكة بواسطة المساكن أو الأعمال تقاس بالواط ساعة بعدد الكيلو واط ساعة الذي يتكون من أسطوانة المؤنبرم التي تدور حول ملف أساسية المؤشر عند السرعة التي تناسب طردياً مع الفولتية المسلطة والتيار المسحوب عن طريق المستهلك ($P=EI$).

إن قراءة لوحة العداد التي تمثل السرعة التراكمية خلال الزمن (t) = كبلوا
واط ساعة بحيث تكون التكلفة في الخدمة التي نزودنا بالكهرباء وبغض النظر عن
الطاقة المستخدمة معظم فواتر شحنة الطاقة الكهربائية على مقياس الأنزلاق والتي
تقل بزيادة الطاقة المستخدمة خلال فترة الفاتورة .

ن نظام شركة الكهرباء في الكلفة استهلك الطاقة الكهربائي هو ان مقياس
لتيار بغيرا حاليا (38770kWh) و القراءة السابقة كانت (37930)kWh ماهي
الفاتورة لطاقة الكهربائية لفترة الشهرين هذه ؟

الحل:

$$\text{قيمة الطاقة المستهلكة} = (38770 - 37930) \text{ kWh} = 840 \text{ kWh}$$

$$\text{تكلفة أول } (100 \text{ kWh}) = 100 \times \$7.2 = \$7.20$$

$$\text{تكلفة بعد } (400 \text{ kWh}) = 400 \times \$15.20 = \$608.00$$

$$\text{تكلفة الأخيرة } (340 \text{ kWh}) = 340 \times \$8.84 = \$300.56$$

$$\text{الحساب الكلي} = \$31.24$$

2-15 العلاقة الداخلية للوحدات الكهربائية الأساسية

Interrelationship of basic electrical Units

إذ جمعنا معا بعض كل المعادلات التي عرفنا من الوحدات الكهربائية الاساسية
المقاسه سابقاً نجد ثلاث معاملات لدائرة الفولتية ، التيار ، الزمن ، يمكننا تحديد أي
من المعاملات الأخرى مثل المقاومة ، الشغل ، والقدرة وهذه تتحقق بواسطة تعويض
لعمليات لحسابه في المعاملات المعروفة كما فمنا بتطوير المعادلات العملية للقدرة

الجدول (2-4) العلاقة الداخلية للوحدات الكهربائية الأساسية

الدالة	معادلات التعريف	الوحدات ورموز الوحدات	تعريف الوحدة	معادلات المشتقة المفيدة
فولت	$V = \frac{W}{Q}$	فولت V	جول لكل كولوم	$V = IR$ $V = \frac{P}{I}$ $V = \sqrt{PR}$
تيار	$I = \frac{Q}{t}$	أمبير A	كولوم لكل ثانية	$I = \frac{V}{R}$ $I = \frac{P}{V}$ $I = \sqrt{P/R}$
مقاومة	$R = \frac{V}{I}$	أوم Ω	فولت لكل ثانية	$R = \frac{V^2}{P}$ $R = \frac{P}{I^2}$
القدرة	$P = \frac{W}{t}$	وات W	جول لكل ثانية	$P = VI$ $P = I^2 R$ $P = V^2 R$
الشغل والطاقة	$W = Fs$	جول J	نيوتن لكل ثانية	$W = Pt$

قد نستبدل الرمز E برمز V في الجدول عند التعبير عن الفولتية الى حد ما بهبوط الجهد في الدوائر العملية .



الفصل الثالث

دوائر التوالي والتوازي

Series and parallel Circuits

دوائر التوالي والتوازي

- 3-1 دوائر التوالي والتوازي
 - 3-2 قطبية هبوط الجهد في دوائر التوالي
 - 3-3 قانون كيرشوف للجهد
 - 3-4 خصائص دوائر التوالي
 - 3-5 المقاومة الداخلية
 - 3-6 نقل أعظم قدرة
 - 3-7 المقاومات على التوالي
 - 3-8 قانون كيرشوف للتيار
 - 3-9 التوصيلية
 - 3-10 خصائص دوائر التوالي والتوازي
 - 3-11 دوائر التوالي والتوازي
 - 3-12 طريقة الدائرة المكافئة
 - 3-13 طريقة قوانين كيرشوف
 - 3-14 قاعدة مجزئ الجهد
 - 3-15 مقسمات الجهد (الفولتية)
 - 3-16 قاعدة مجزئ التيار
- الاسئلة
اختبار المعلومات

الفصل الثالث

دوائر التوالي والتوازي

Series and parallel Circuits

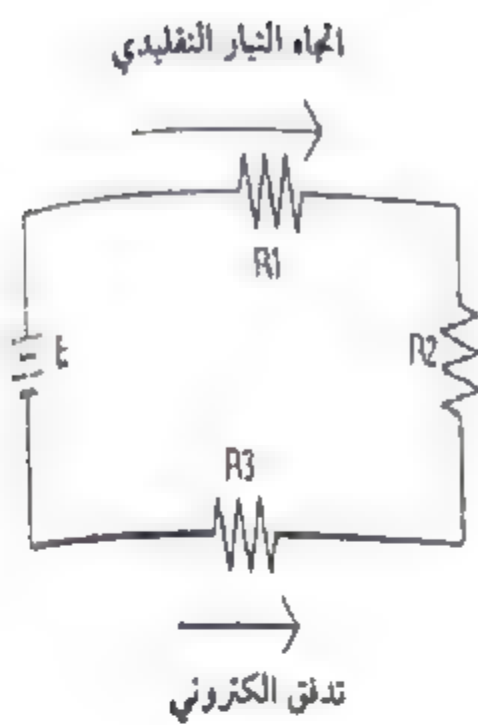
1-3 دوائر التوالي والتوازي

المقاومات على التوالي

في الفصلين السابقين تعاملنا مع التيار الكهربائي ككمية عددية بوحدة الأمبير ويعرف التيار الكهربائي بأنه معدل تغير مرور الشحنة الكهربائية في الموصلات المعدنية. إن مرور الشحنات الكهربائية يتكون من حركة الإلكترونات الحرة الحرة خلال الدائرة نتيجة فرق الجهد المتولد من المصدر.

وينص قانون أوم على أن (التيار متساوي في جميع أجزاء دوائر التوالي).

ومن المعلوم لا يمكن دخول الإلكترونات في المقاومة R_1 في الثانية أكثر من التي تغادر R_2 والعكس صحيح. وبالمثل فإن نفس عدد الإلكترونات المارة خلال المصدر في الثانية يمر خلال أي جزء آخر من دائرة التوالي في نفس الفترة الزمنية. ربما أن الأمبير هو عدد الإلكترونات المارة خلال وحدة الزمن فهذا يعني أن نفس التيار يمر خلال أجزاء مكونات دائرة التوالي المبينة في الشكل (1-3).



في بعض الأحيان توصف مكونات دوائر التوالي بدلالة طريقة ربطها فيزيائياً في دائرة التوالي المينة في الشكل (3-1) R_1 و R_2 مربوطة على التوالي لعدم وجود أي عنصر أو فرع مربوط مع الوصلة بين R_1 و R_2 كذلك من الشكل (3-1) يمكن القول أن E, R_1, R_2, R_3 مربوطة على التوالي بسبب وجود مسار واحد للإلكترونات للمرور خلالها إن أساس كل خصائص دوائر التوالي تعتمد على أن التيار ثابت في كل المكونات.

الشكل (3-1)

إذا يمكن تعريف دوائر التوالي بدلالة التيار الثابت يمكن اعتبار عنصرين أو أكثر على التوالي إذا كان نفس التيار يمر خلال كل العناصر وحيث أن التيار مشترك لكل مكونات دائرة التوالي فلا توجد ضرورة لترقيم لكل عنصر في الشكل ويمثل التيار المار خلال R_1, R_2, R_3 وكذلك التيار خلال المصدر وأسلاك الربط للمكونات ببعضها ويعتمد التيار على حل دائرة الفولتية المسلطة على الدائرة والمجموع الكلي للمقاومات في الدائرة. لذلك في حل دائرة التوالي البسيطة الشكل (3-1) يجب أن نكون قادرين على إيجاد المقاومة الكلية للدائرة.

افرض المقاومة R_1 تتكون من مترين من سلك الكروم، المقاومة R_2 مصنوعة من متر واحد من نفس السلك و R_3 مكونة من ثلاثة أمتار من سلك المقاومة. لذا لنقل الإلكترونات حول الدائرة من أحد أطراف المولد إلى الآخر يجب أن تنقل خلال $3+1+2=6$ meter من السلك بما أن مقاومة الموصل الكهربائي

تناسب طرديا مع الطول وحيث أن الطول الكلي لسلك المقاومة المستخدم في هذا مثال هو مجموع الأطوال الجزئية وكذلك المجموع الكلي للمقاومات في هذه الدائرة يكون مجموع المقاومات الجزئية لذا فإن المقاومة الكلية تساوي

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \text{etc} \quad (3-1)$$

بعد إيجاد المقاومة الكلية لدائرة التوالي بإمكاننا الحل بالنسبة للتيار المشترك والذي نعتمد عليه كل خصائص دوائر التوالي باستخدام قانون أوم $I = E/R_T$ في الحقيقة يجب أن تكون قيمة التيار لتولد هبوط بالجهد يساوي الفولتية المسلطة.

مثال (3-1):

ما هو التيار المار في دائرة التوالي التي تتكون من مقاومات 10Ω ، 20Ω ، 30Ω مربوطة بمصدر 45V ؟

الحل:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 20 + 10 + 30 = 60\Omega$$

$$I = E/R_T = 45\text{V} / 60\Omega$$



الشكل (3-2)

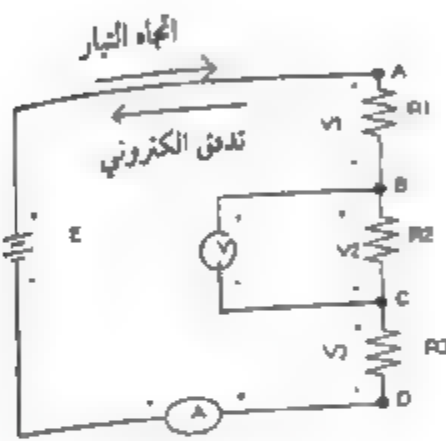
أي أن التيار المسحوب من مصدر سيكون نفسه لمقاومة مقدارها 60Ω مربوطة على أطراف المصدر له 20Ω و 30Ω و 10Ω (مقاومات حل التوالي) وهذا يساعدنا في تحليل أداء

الدوائر بإحلال المقاومة المكافئة مكان المقاومات. والدائرة في الشكل (3-2) تصبح الدائرة المكافئة للدائرة الأصلية في الشكل (3-1) الحل المستخدم في الشكل (3-1) يتضمن تقليص دائرة التوالي إلى الدائرة المكافئة ومن ثم إيجاد التيار باستخدام قانون أوم (ohms law).

3-2 قطبية هبوط الجهد في دوائر التوالي

Polarity of Voltage Drop in a Series Circuit

في الشكل (3-3) أعدنا رسم الدائرة في الشكل (3-1) وربطنا فولتميتر وأميتر نرتب موقع R_1 و R_3 في رسم الدائرة بحيث تقع R_3, R_2, R_1 كلها في صف عمودي وهي لا تغير تصرف الدائرة لا تغير ترتيب المركبات المار خلالها التيار المشترك. حيث



أن الأميتر يشير إلى قيمة التيار المشترك وعليه يجب ربطه على التوالي في الدائرة حيث يمر خلاله التيار المطلوب قياسه والفولتميتر يبين فرق الجهد بين النقطتين B و C في هذا المثال، بمعنى آخر يربط الفولتميتر على التوازي مع

الشكل (3-3)

المقاومة R_2 إن الفولتميتر المثالي يسحب تيار قليل جداً (مهمل) وبذلك لا يغير تصرف الدائرة. إن أجهزة قياس التيار المستمر التناظرية محدده بإشارة + و - كما موضح في الشكل (3-3) على الأقل تأثير طرف واحد بإشارة +. إذا عكسنا قطبية الفولتميتر أو الأميتر في الدائرة العملية فإن الجهاز سوف يقرأ القيم إلى يسار الصفر في المقياس لتأكد من ربط جهاز قياس التيار المستمر بالشكل المطلوب يجب أن نعرف تماماً قطبية الجهد المسلط وهبوط الجهد في دوائر التيار المستمر DC نلاحظ أن الفولتية المسلطة E تمثل زيادة الجهد وهبوط الفولتية V يمثل فولتية الهبوط بالجهد (الانخفاض). في الدائرة المبينة في الشكل (3-3) إذا اكتسب الإلكترون زيادة في الجهد داخل مصدر الجهد والهبوط عند حركتها من الطرف (+) إلى الطرف (-) عكس اتجاه القوة الكهربائية التي تحاول سرعتها بالاتجاه المعاكس.

في خارج الدائرة تسري الإلكترونات بقوة المجال الكهربائي من الطرف السالب (-) للمصدر إلى الطرف الموجب (+) إن الإلكترونات المارة في الدائرة الخارجية ستفقد الجهد المكتسب خلال سريانها باتجاه المصدر. إذا يمكننا القول أن الإلكترونات عند النقطة D تكون في جهد أعلى من تلك النقطة. والإلكترونات عند النقطة B في جهد أقل من تلك النقطة، إن تأثير القطبية على رسم الدوائر باستخدام التيار المار في أي مركب خامل (passive element) في الدائرة يجب أن تنتهي بنفس القطبية في الدائرة الموضحة في الشكل (3-3) الرمز V_1 يدل على هبوط الجهد عبر المقاومة R_1 إن قطبية V_1 واضحة من الشكل (3-3) حيث أن الطرف A موجب بالنسبة إلى الطرف B.

بواسطة تحديد هبوط الفولتية V_{AB} ، يمكن الحديث عن الجهد عند النقطة A مقارنة بالنقطة B الطريقة القياسية والتي هي الرمز السفلي الثاني تخلص إلى المرجع لنقطة أو عقدة. إذا في الشكل (3-3) V_{AB} كمية موجبة بينما V_{BA} هي كمية سالبة $V_{AB} = -V_{BA}$

3-3 قانون كيرشوف للجهد Kirchhoff's Voltage Law

في دائرة التوالي مجموع هبوط الجهد عبر كل مقاومة يساوي الفولتية المسلطة على الدائرة

$$I_{RT} = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} + \text{etc}$$

$$E = I_{RT}$$

حيث الجهد المسلط

$$I = V_T / R_T$$

$$I_{R1} = V_1 \text{ هو هبوط الجهد عبر } R_1$$

$$E = V_1 + V_2 + V_3 + \text{etc}$$

(3-2)

كتشف كيرشوف بأن هذا القانون يطبق لكل الدوائر الكهربائية المغلقة. رغم أن دوائر التوالي البسيطة كالشكل (3-1) أو ذات الحلقة المغلقة في الشبكة

استنادا على هذا يمكن التعبير عن قانون كيرشوف بأنه (في أي دائرة كهربائية المجموع الجبري للجهود المسلطة يجب أن تساوي المجموع الجبري لهبوط الجهود).
قانون كيرشوف للفولتية يزودنا بحل عددي آخر للمثال (3-1) نفسه

مثال (3-1A)

ما قيمة التيار المار في دائرة التوالي التي تتكون من المقاومات : 10Ω , 20Ω , 30Ω المربوطة مع مصدر جهد $45V$ ؟

الحل :

$$E = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3}$$

$$45 = 20I + 10I + 30I = 60I$$

$$I = 45V / 60\Omega = 0.75A$$

3-4 خصائص دوائر التوالي Characteristics of Series Circuits

من قانون أوم $I = V_1 / R_1$ وبما أن التيار المار في كل مكونات دائرة التوالي متساوي فإن

$$I = V_1 / R_1 = V_2 / R_2 = V_3 / R_3 = V_T / R_T$$

إذا استبدلنا أي زوج من هذه الأطراف المتساوية على سبيل المثال $V_2 / R_2 = V_1 / R_1$ نحصل على $V_1 / V_2 = R_1 / R_2$ من ذلك نستنتج أنه في دوائر التوالي النسبة بين أي هبوط جهد يساوي النسبة بين المقاومتين التي يحصل عبرها هبوط الجهد ويمكن الاستفادة من هذه المعلومة لإيجاد معلومات معينة عن الدائرة بدون معرفة الحل الكامل التفصيلي لكل دائرة

مثال (3-2) :

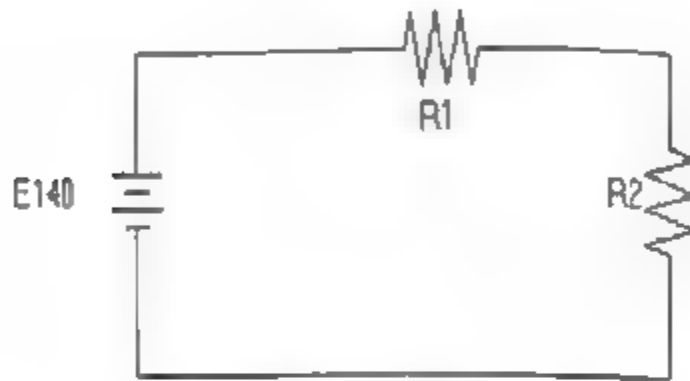
المقاومتان $15K\Omega$, $20K\Omega$ مربوطة على التوالي بمصدر جهد $140V$ جد هبوط الجهد على المقاومة $15K\Omega$ ؟

الحل :

$$R_T = R_1 + R_2 = 20K\Omega + 15K\Omega = 35K\Omega$$

$$I = E/R_T = 140V/35K\Omega = 4 \times 10^{-3}A = 4mA$$

$$V_2 = I_{R2} = 4mA \times 15K\Omega = 60V$$



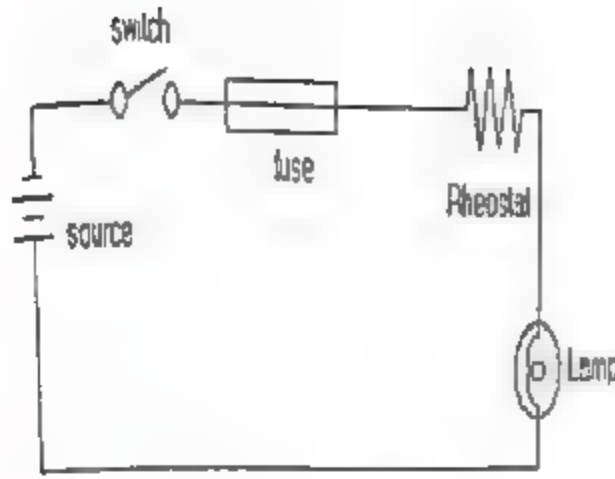
الشكل (3-4)

حل آخر مختصر

$$V_2/E = R_2/R_T$$

$$V_2 = E \cdot R_2/R_T = 140 \cdot (15K\Omega/35K\Omega)$$

خاصية أخرى لدائرة التوالي وهي تستند على التيار المار في جميع المكونات أي أن أي تغير في مكونات دائرة التوالي سوف يؤثر على التيار المار في كل المكونات لذا يجب ربط عناصر السيطرة على التوالي مع الحمل مثل المفاتيح لغلق وفتح التيار والفواصل (fuses) التي تفتح (تعزل) الدائرة عندما يكون التيار عالي (كبير) والمقاومات المتغيرة (rheostats) التي تسيطر على قيمة التيار كما موضح في الشكل (3-5).



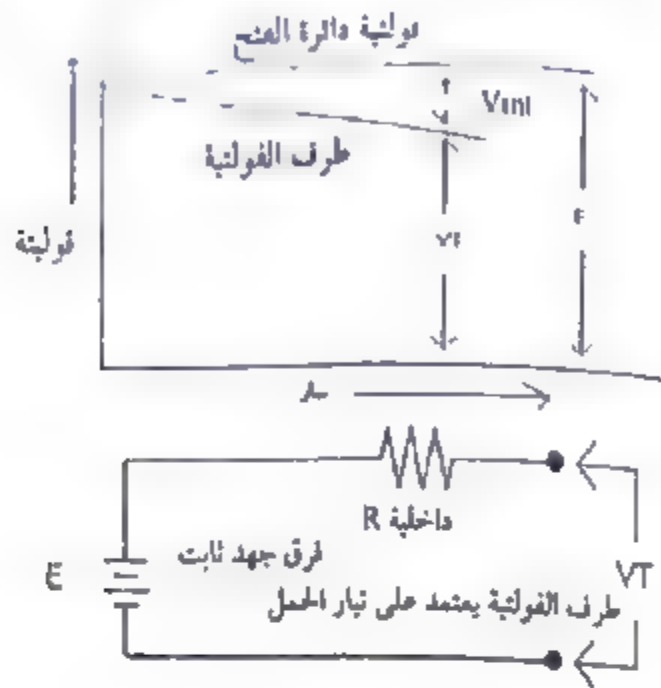
الشكل (3-5)

وللتمييز بين خصائص دائرة التوالي والتوازي يجب أن يكون لدينا معرفة بخصائص دوائر التوالي التي درسناها ويمكن تلخيص هذه الخصائص بما يلي :

- 1- التيار المار في كل أجزاء دائرة التوالي متساو (هو نفسه)
- 2- المقاومة الكلية تساوي مجموع المقاومات $R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
- 3- الفولتية المسلطة تساوي مجموع هبوط الجهد $E = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$
- 4- النسبة بين الفولتيات تساوي النسبة بين المقاومات.
- 5- أي تغير في أي مكون لدائرة التوالي يؤثر على التيار لكل المكونات.

3-5 المقاومة الداخلية Internal Resistance

القوة الدافعة الكهربائية (ق.د.ك) لمصدر معين تعتمد على طبيعة تأثير تحويل الطاقة ولا يعتمد على تيار الدائرة كما مبين في الشكل (3-6) فإن فرق الجهد بين طرفي مصدر الجهد يقل عند تضيق المقاومة الخارجية لسحب تيار أكبر من المصدر.



الشكل (3-6)

كمثال للتغير في فولتية الأطراف هي إضاءة المصابيح عند بدء سحب موتور البدء للتيار من بطارية السيارة.

في بعض الحالات إن التغير في الجهد بين الأطراف يؤدي لزيادة تيار الدائرة ضئيل ويمكن إهماله ذلك في حالات أخرى وخاصة في الدوائر الإلكترونية فإن النقصان في جهد المصدر بزيادة التيار المار يجب أن يؤخذ بنظر الاعتبار. الطريقة المقبولة لتمثيل هذا التأثير هي بافتراض أن مصدر الجهد العملي يتكون من :

- 1- لمصدر المثالي الذي يولد فرق الجهد ثابت لأي تيار
- 2- مقاومة مربوطة على التوالي مع المصدر المثالي هذه الأطراف الحقيقية لمصدر الجهد العملي كما الموضح في الشكل (3-6) وتسمى هذه المقاومة بالمقاومة الداخلية للمصدر. إضافة إلى ذلك لجعل جهد الأطراف يقل بازدياد التيار يستخدم مفهوم المقاومة الداخلية لحساب الفقد (الخسارة) في القدرة خلال تحويلها إلى حرارة داخل المولد.

إذا قسمنا الجهد بين نهايات المصدر بدون سحب أي تيار منه (المصدر) γ يوجد هبوط بالفولتية على المقاومة الداخلية حيث ($I=zero$, $V_{int}=I_{R_{int}}$) لذا فإن الجهد في هذه الحالة يساوي الجهد الذي يولده المصدر بإستخدام المصدر المثالي من هذه الطريقة أي لإيجاد فرق الجهد للمصدر المثالي للفولتية، تسمى فرق الجهد بفرق جهد الدائرة المفتوحة للمصدر.

المثال الآن يوضح كيفية إيجاد المقاومة الداخلة لمصدر الجهد العملي

مثال (3-3)

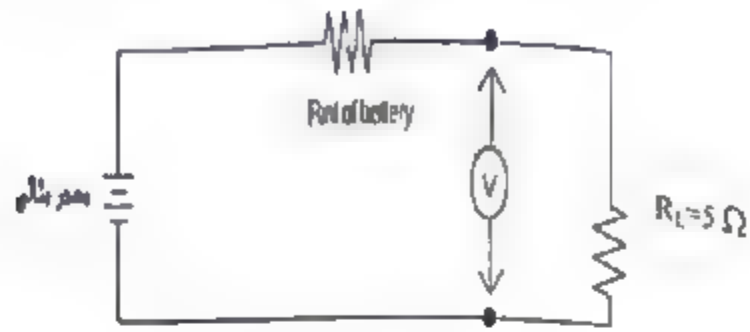
عندما يكون الفولتمتر (الذي يسحب تيار حمل) هو الدائرة الوحيدة التي تربط مع البطارية يقرأ 6V عند ربط المقاومة 5Ω إلى أطراف البطارية فإن قراءة الفولتمتر أصبحت 5V، ما هي المقاومة الداخلية للبطارية ؟

الحل :

بما أن جهد الدائرة المفتوحة 6V فإن فرق الجهد للمصدر المثالي 6V كم في الشكل (3-7) وبما أن هبوط الجهد عبر مقاومة الحمل 5Ω يساوي 5V طبقاً لقانون كيرشوف للجهد فإن هبوط الجهد على المقاومة الداخلية هو

$$E = V_{int} + V_{load}$$





الشكل (7-3)

$$V_{int} = E - V_{load} = 6 - 5 = 1V$$

ومن قانون أوم فإن التيار في الدائرة مع المقاومة 5Ω هو

$$I = V_L / R_L = 5V / 5\Omega = 1A$$

$$R_{int} = V_{int} / I = 1V / 1A = 1\Omega$$

حل آخر

$$R_{int} / R_L = V_{int} / V_L$$

$$R_{int} = R_L (V_{int} / V_L) = 5\Omega * 1V / 5V = 1\Omega$$

من المثال (3-3) نلاحظ

1- الفولتية الكلية V_T لمصدر الجهد تساوي فولتية الدائرة المفتوحة للمصدر (open circuit voltage source) فقط عند عدم وجود أي هبوط بالجهد عبر مقاومته الداخلية.

2- الفولتية الكلية V_T تساوي الهبوط الكلي عبر الحمل ($V_T = V_L$) يمكن القول بأن V_T تمثل هبوط الكلي عبر الحمل ($V_T = V_L$) ويمكن القول أنها تمثل هبوط جهد الكلي للحمل.

3- من قانون كيرشوف للجهد يمكن كتابة معادلة فولتية أطراف المصدر كما يلي

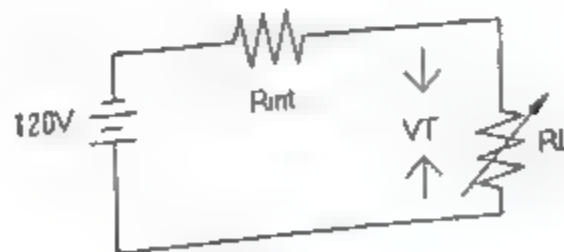
$$V_T = E - IR_{int}$$

حيث V_T هي الفولتية من طرفي المصدر، E هي فولتية الدائرة المفتوحة للمصدر، I هو التيار المسحوب من المصدر و R_{int} هي المقاومة الداخلية للمصدر. كما لاحظنا في بداية هذا الجزء إن تأثير المقاومة الداخلية لعدد من مصادر الجهد قليل يمكن إهماله وعليه إن فولتية المصدر مساوية لنفس فولتية الدائرة المفتوحة.

هذه الصورة عامة عند استخدام المصدر للنقطتان المهمة كبطارية الخزن أو الكهرباء المحلية والمصممة لتجهيز تيار الحمل بعدد من الأمبيرات لكن إذا كانت فولتية المصدر مجهز جهاز إلكتروني ذو مقاومة داخلية عالية يجب الانتباه عند التعامل مع المعاملات والتي غير موضحة في الشكل في حل المسائل من هذا النوع، إذا لم نحدد قيمة المقاومة الداخلية. سوف نفرض المقاومة الداخلية للمصدر تساوي صفر في حالة $V_T = E$

3-6 نقل اعظم قدرة Maximum Power Transfer

أحد التأثيرات الداخلية لمصدر الفولتية هو تقليل فولتية الأطراف وزيادة التيار المسحوب من المصدر. ولتحديد التأثيرات الأخرى للمقاومة الداخلية في تصرف الدائرة الكهربائية يمكن التعويض بالقيم المختلفة لمقاومة الحمل في الدائرة في الشكل (3-8). المقاومة الداخلية ثابتة لأي قيمة لمقاومة الحمل والحسابات لإحدى قيم مقاومة الحمل هي كالآتي



الشكل (3-8)

$$R_T = R_{int} + R_L = 6 + 6 = 12\Omega$$

$$I = E/R_T = 120V/12\Omega = 10A$$

$$V_T = V_L = IR_L = 10A * 6\Omega = 60$$

$$P_L = I^2 R_L = 10^2 A^2 * 6\Omega = 600w$$

$$P_T = P_i + P_L = 600 + 600 = 1200w$$

$$= P_L/P_T = 600w/1200w * 100\% = 50\% \text{ الكفاءة}$$

الجدول (3-1) يحتوي على البيانات المحسوبة من الدائرة في الشكل (3-8) مع مقاومة حمل 6Ω وبنفس الطريقة لقيم المقاومات الأخرى. لدعم التحليل يمكن رسم البيانات بشكل رسم بياني.

الجدول (3-1)

R_L	R_{int}	R_T $R_L + R_{int}$	I E/R_T	V_L IR_{int}	P_L $I^2 R_L$	P_{int} $I^2 R_{int}$	P_T $P_L + P_{int}$	%ET P_L/P_T
0Ω	6Ω	6Ω	20A	0V	0w	2400w	2400w	0
2	6	8	15	30	450	1350	1800	25
3	6	9	13.3	40	533	1067	1600	33.3
6	6	12	10	60	600	600	1200	50
12	6	18	6.7	80	533	267	800	66.7
18	6	24	5	90	450	150	600	75
∞	6	∞	0	120	0	0	0	100

العمود الأول في الجدول (3-1) هو مقاومة الحمل R_L إذا تصبح مقاومة المحور X للرسم في الشكل (3-9) لاحظ اختيار قيمة R_L في العمود غير خطي. حيث تم اختيارها على أساس النسبة: حيث أن 2Ω هي ثلث النسبة و 18Ω هي ثلاثة أمثال و 6Ω هي نصف الـ 6Ω و 12Ω هي ضعف الـ 6Ω وكذلك

رأى أحد مهندسي بوعمراني المحاور أن في x-axis للرسم لذا فإن البعد بين (1) و (4) هو نفس البعد بين (4) و (180).

جدول (1-1) يوضح تأثير ربط مقاومات المختلفة إلى المولد على المحاور (المعمودي) يرسم كل تيارات الحمل (1- للمعمود 4) وفولتية الحمل (12). للمعمود 9 كلما زادت مقاومة الحمل من صفر أوم (short circuit) إلى ليم عالية جدا (open circuit).

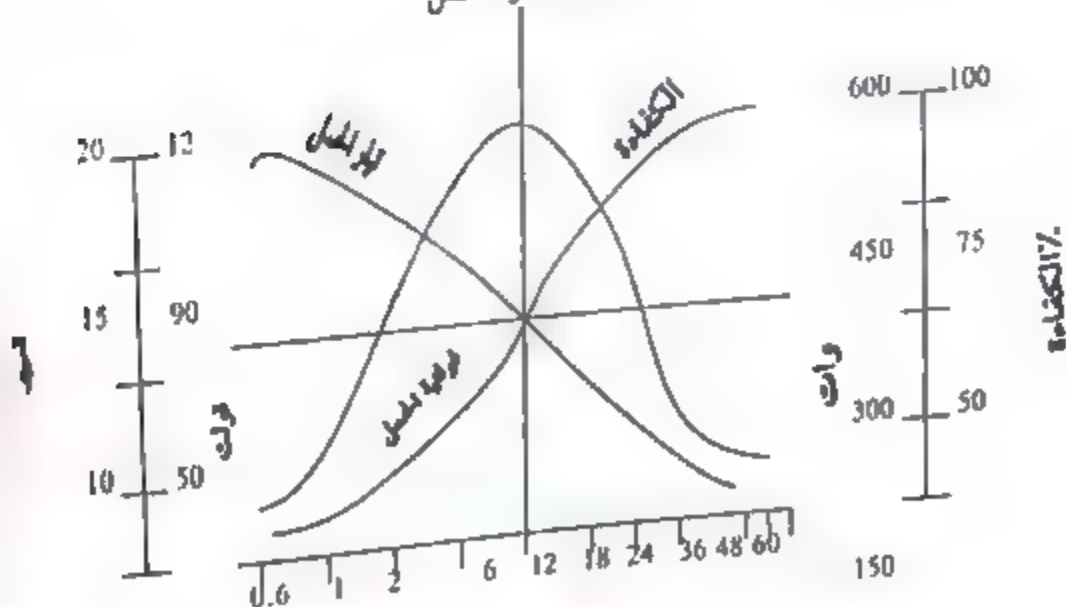
ينقص تيار الحمل من قيمة الدائرة القصيرة (20A-1) إلى الصفر عندما تكون مقاومة الحمل عالية جدا (ما لا نهاية) الفولتية عبر الحمل تتصرف بالعكس حيث تزداد من الصفر في دائرة الفسر لتصل إلى قيمة مساوية لقيمة طرق جهد المصدر في الدائرة المفتوحة. لاحظ أن رسم النسبة المئوية للكفاءة (المعمود 9) هي نفسها لرسم فولتية الحمل إذا استخدمنا مقاييس للكفاءة (تدرجات) مناسبة.

عندما نضيف رسم قدرة الحمل P_L من العمود 6 نلاحظ ما يلي

1- أعلى قدرة خارجة (في الحمل) عندما تكون

(3-4)

$R_L = R_{int}$ قدرة الحمل



الشكل (3-9)



وكذلك عندما نختار I_a للحصول على أقصى قدرة للحمل (maximum load power) فإن تيار الدائرة القصيرة (short circuit current) I_{sc} $I_a = 1/2 \cdot I_{sc}$ (3-5)

(فولتية الدائرة المفتوحة) (open circuit voltage) V_{oc} $V_a = 1/2 \cdot V_{oc}$ (3-6)

نصف أقصى كفاءة (one-half maximum efficiency) $\eta = 50\%$ (3-7)

لاحظ أن أقصى قدرة خارجة تتطابق مع أقصى كفاءة عندما نختار مقاومة الحمل لأعظم قدرة خارجة هناك قدرة مساوية مستهلكة (متبددة) داخل المصدر.

2- إذا أردنا زيادة الكفاءة نجعل مقاومة الحمل ذات قيمة من ضعفين إلى ثلاثة أضعاف المقاومة الداخلية للمصدر مما يؤدي إلى خفض في القدرة (كحرارة في المولد) لانخفاض قليل في القدرة الخارجة الضائعة.

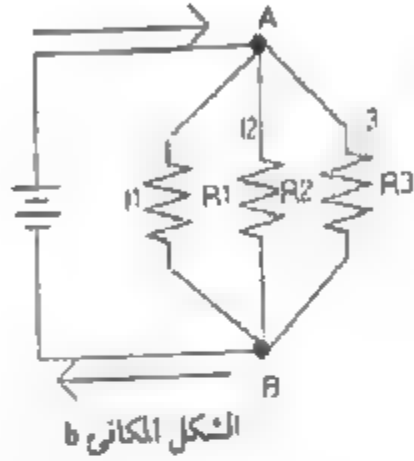
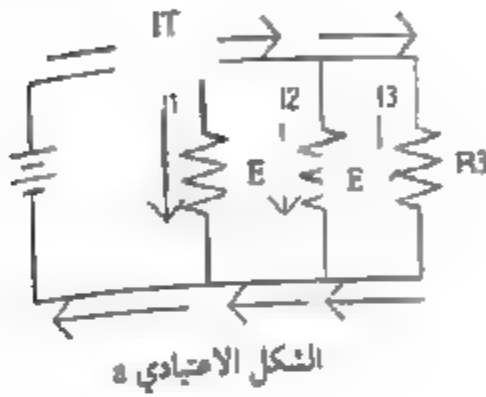
3- مقاومة الحمل أقل من المقاومة الداخلية للمولد ليس فقط تؤدي إلى انخفاض في القدرة الخارجة ولكن أيضاً بسبب الاستهلاك الكبير في المولد. هذه الحالة تسمى زيادة الحمل (over load) ويجب تجنبها.

4- إذا كان المطلوب الفولتية الخارجة وليس القدرة الخارجة (كما في ترانزستور مكبر الجهد) يجب أن تكون مقاومة الحمل كبيرة مقارنة بالمقاومة الداخلية للمصدر

$$R_L \geq 5 \cdot R_{int} \quad (3-8)$$

3-7 المقاومة على التوازي Resistance in Parallel

في ربط المقاومات على التوازي نجد أن مجموعة من الخصائص معاكسة لدوائر ربط التوالي. الشكل (3-10) يوضح طريقتين لرسم الدائرة في دائرة التوازي البسيطة



الشكل (3-10)

في دوائر التوازي البسيطة يتم ربط الموصلات إما بخطوط عمودية أو أفقية. الشكل (3-10a) هو الشكل الشائع ولتوضيح تعريف دائرة التوازي يمكن إعادة رسم الدائرة كما في الشكل (3-10b).

ومن الممكن تعريف دائرة التوازي بدلالة الربط الفيزيائي للمكونات في الشكل (3-10) E, R_1, R_2, R_3 جميعها على التوازي لأنهم مربوطين بين نفس النقطتين A و B وبما أن كل مقاومة مربوطة مباشرة عبر المصدر فإن $V_1 = V_2 = V_3 = E$ حيث أن هذه الفولتية مشتركة لكل المكونات على التوازي فيمكن إهمال الرمز السفلي (subscript) ويفضل تعريف دوائر التوازي بدلالة هذه الفولتية المشتركة.

في حل دوائر التوالي وجدنا المقاومة الكلية لغرض إيجاد التيار في الدائرة أما في دوائر التوازي فالعملية معكوسة إذا أعطي جهد الدائرة المفتوحة للمصدر عكس فرض أن المقاومة الداخلية مهملة وقيمة كل مقاومة في الدائرة في الشكل (3-10) من الممكن إيجاد التيار في كل فرع باستخدام قانون أوم وإذا اعتبرنا التيار في كل فرع بدلالة الإلكترونات لكل ثانية المارة في الفرع فعليه فإن تيار المصدر يجب أن يكون مجموع التيارات الفرعية لذا في دائرة التوازي نجد أن

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \text{etc}$$

مثال (3-4)

بالرجوع إلى الشكل (3-10) إذا كان $E=10V, R_3=20\Omega, R_2=30\Omega, R_1=40\Omega$ ما هي لمقاومة الأحادية (المكافئة) التي تسحب نفس التيار من المصدر ؟

الحل :

$$I_1 = V_1 / R_1 = 120V / 40\Omega = 3A$$

$$I_2 = V_2 / R_2 = 120V / 30\Omega = 4A$$

$$I_3 = V_3 / R_3 = 120V / 20\Omega = 6A$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 3 + 4 + 6 = 13A$$

$$R_{eq} = E / I_T = 120V / 13A = 9.23\Omega$$

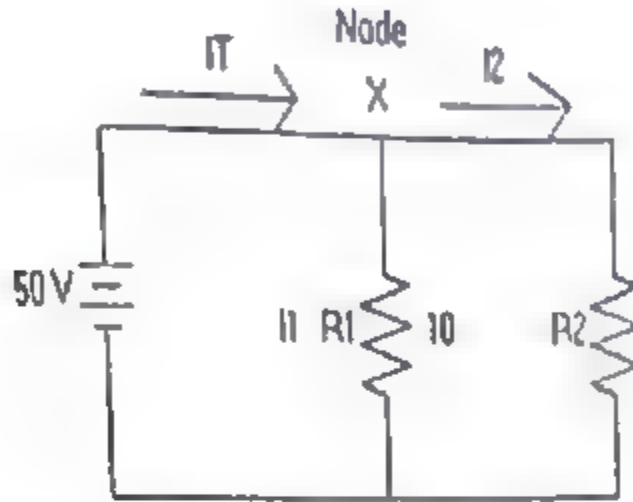
3-8 قانون كيرشوف للتيار Kirchoffs Current Law

طبق كيرشوف مفهوم التيار الكلي للمعادلة (3-9) لأي دائرة كهربائية بالصيغة التالية : (عند أي نقطة أو عقدة في دائرة كهربائية المجموع الجبري للتيارات الكهربائية الداخلة في عقدة ما يساوي المجموع الجبري للتيارات الخارجة منها)

مثال (3-5)

كم التيار المار في الفرع R_2 للدائرة المبينة في الشكل (3-11)

$$I_1 = V/R_1 = 50V/10\Omega = 5A$$



الشكل (3-11)

التيار المار في العقدة $X = I_T$ والتيارات الخارجة من العقدة X هي I_1 و I_2 لذا

$$I_T = I_1 + I_2 \text{ أو } I_2 = I_T - I_1$$

$$I_2 = I_T - 5 = 7A$$

3-9 التوصيلية Conductance

كما نشير نتيجة الأمثلة (3-4) و (3-5) على أن التيار الكلي يجب أن يكون أكبر من التيار خلال أي فراغ من دائرة التوازي. لذا فإن المقاومة المكافئة يجب أن تكون أقل من أصغر مقاومات الفرع. إذا نستمر بهذا فلن المفهوم أننا نستنتج أن ربط أكثر مقاومات على التوازي يؤدي إلى أن تصبح المقاومة المكافئة أصغر الإحصالية: هي قياس قدرة الإلكترونات لتمرير التيار ويرمز لها بالرمز G ووحدة قياسها هي السيمنس (siemens) ويرمز لهذه الوحدة S بما أن التوصيلية ببساطة هي مقلوب المقاومة فمن الممكن تعريف السيمنس بالمعادلة

$$G = 1/R \dots\dots\dots (3-10)$$

عندما تعطى الفولتية عبر مجموعة فروع التوازي فإن طريقة التيار الكلي التي تم وصفها في الجزء السابق هي الطريقة الملائمة لحل دوائر التوازي. حتى ولو أن هذه الفولتية غير معروفة بالإمكان فرض فولتية مناسبة لفرض الحل لإيجاد المقاومة المكافئة. ولكن في هذه الحالة مفهوم الإيصالية يأخذ طريقة مباشرة لحل دوائر التوازي. إذا قسمنا طرفي المعادلة (3-9) على E أو V حيث أنهما متساويان لدائرة اتوازي البسيطة فنحصل على

$$I_T / E = I_1/V + I_2/V + I_3/V + \text{etc}$$

$$\text{حيث } G = 1/R, G = I/V \text{ لكن } R_L = V/I$$

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \text{etc} \dots\dots\dots (3-11)$$

لذلك في دائرة التوازي الإيصالية الكلية تساوي مجموع الإيصاليات الفرعية ومن الممكن وبعد إيجاد التوصيلية الكلية معرفة المقاومة المكافئة ببساطة:

$$R_{eq} = 1/G_T$$

مثال (3-4a)

إشارة إلى الشكل (3-10) إذا كان $R_1=40\Omega, R_2=30\Omega, R_3=20\Omega$ ما قيمة المقاومة الأحادية التي تمر ونفس التيار من المصدر

الحل :

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 = (1/40) + (1/30) + (1/20) \text{ S}$$

$$= (2.5 \times 10^{-2}) + (3.33 \times 10^{-2}) + (5 \times 10^{-2}) = 0.1083 \text{ S}$$

$$R_{eq} = 1/G_T = 1/0.1083 \text{ S} = 9.23\Omega$$

عندما تكون لدينا مقاومتين على التوازي يمكن اختصار المعادلة (3-11) إلى صيغة مناسبة لإيجاد المقاومة المكافئة مباشرة

$$G_T = G_1 + G_2 = 1/R_1 + 1/R_2 = (R_1 + R_2)/R_1 R_2$$

$$R_{eq} = (R_1 R_2)/(R_1 + R_2) \dots\dots\dots (3-12)$$

لذا يمكن القول بأنه لمقاومتين مربوطتين على التوازي المقاومة المكافئة تساوي حاصل ضربهم مقسومة على مجموعهما وهذا لا يمكن تطبيقه على ثلاثة مقاومات أو أكثر للتعامل مع هذه الحالة حيث نريد معرفة المقاومة R_2 التي يجب ربطها على التوازي مع المقاومة R_1 للحصول على المقاومة المكافئة بالإمكان ترتيب المعادلة (3-12) كالآتي

$$R_2 = (R_1 R_{eq})/(R_1 - R_{eq}) \dots\dots\dots (3-13)$$

لتحديد نسبة الواطية المطلوبة للمقاومة R_2 يجب التعبير عن I_2 كجزء من التيار الكلي المار خلال مجموعة التوازي R_1, R_2 وبما أن $V_2 = V_1$ ، $I_2 R_2 = I_1 R_1$ ومن قانون كيرشوف للتيار $I_2 R_2 = (I_T - I_2) R_1$

$$I_2 = I_T (R_1 / (R_1 + R_2)) \dots\dots\dots (3-14)$$

مثال،

آخر خاص للمعادلة (3-11) هو الحالة لعدد من المقاومات المتساوية مقداره N مربوطة على التوازي فإن

$$R_{eq} = R/N$$

حيث R هي مقاومة كل فرع لمقاومات التوازي
 N عدد مقاومات التوازي

مثال (3-6)؛

ما هي المقاومة المكافئة للمقاومات $1K\Omega$ و $4K\Omega$ المربوطة على التوازي ؟

$$R_{eq} = (R_1 R_2 / (R_1 + R_2)) = (1K\Omega * 4K\Omega) / (1K\Omega + 4K\Omega) = 4000000 / 5000 = 800\Omega$$

التوصيلية

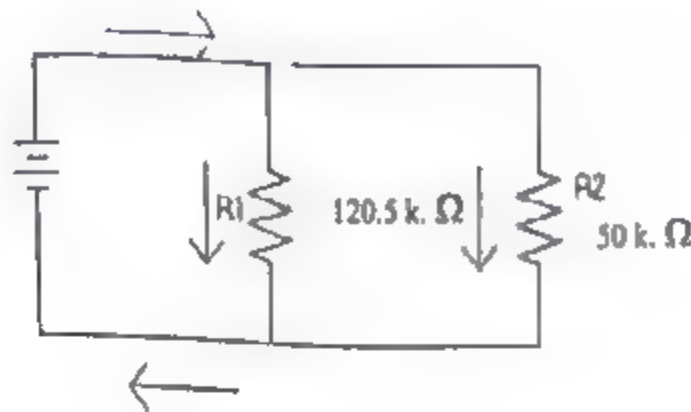
تعريف: تعرف المقاومة النوعية بأنها خاصية لتوصيل المعادن تكون المقاومة لوحدة الطول ومقطع من المعدن وينفس الطريقة إن توصيلية المعادن هي عبارة عن الإيصالية لوحدة طول والمقطع لذلك المعدن ويرمز لها بالرمز σ (sigma) بما أن الإيصالية مقلوب المقاومة فإن الإيصالية هي مقلوب المقاومة النوعية ويعبر عنها بوحدة السيمنس لوحدة الطول $1/\rho$ ويعبر عنها بوحدة السيمنس لوحدة الطول S/m (سيمنس لكل متر)

3-10 خصائص دوائر التوازي Characteristics of parallel Circuits

من قانون أوم $V = I * R$ وحيث $R = 1/G$ ، $V = I/G$ وبما أن الفولتية عبر مركبات التوازي متساوية فإن

$$V = I_1 / G_1 = I_2 / G_2 = I_3 / G_3 = I_T / G_T$$

إذا أخذنا أي زوج من هذه الأطراف المتساوية مثل $I_1 / G_1 = I_2 / G_2$ ومنها $I_1 / I_2 = G_1 / G_2 = R_2 / R_1$ ومن هذا نستنتج أن :
في دوائر التوازي النسبة بين أي تيارين في فرعين يساوي النسبة بين إصالياتهم أو النسبة بين معكوس نسبة المقاومات



الشكل (3-12)

مثال (3-7)

التيار الكلي المسحوب بواسطة $R_1 = 12.5\text{ k}\Omega$ و $R_2 = 50\text{ k}\Omega$ على التوازي هو 15 mA . جد التيار المار خلال المقاومة $50\text{ k}\Omega$ ؟

الحل :

من رسم الدائرة المبين في الشكل (3-12)

$$I_1 + I_2 = 15\text{ mA}$$

$$I_1/I_2 = R_2/R_1 = 50\text{ k}\Omega/12.5\text{ k}\Omega = 4$$

$$I_1 = 4I_2$$

بالتعويض بقيمة I_1 في المعادلة الأولى نجد

$$4I_2 + I_2 = 15\text{ mA}$$

$$I_2 = 15\text{ mA}/5 = 3\text{ mA}$$

حل آخر

$$R_{eq} = (R_1 R_2)/(R_1 + R_2) = 12.5\text{ k}\Omega * 50\text{ k}\Omega / (12.5\text{ k}\Omega + 50\text{ k}\Omega) = 10\text{ k}\Omega$$

$$V = I_T R_{eq} = 15\text{ mA} * 10\text{ k}\Omega = 150\text{ V}$$

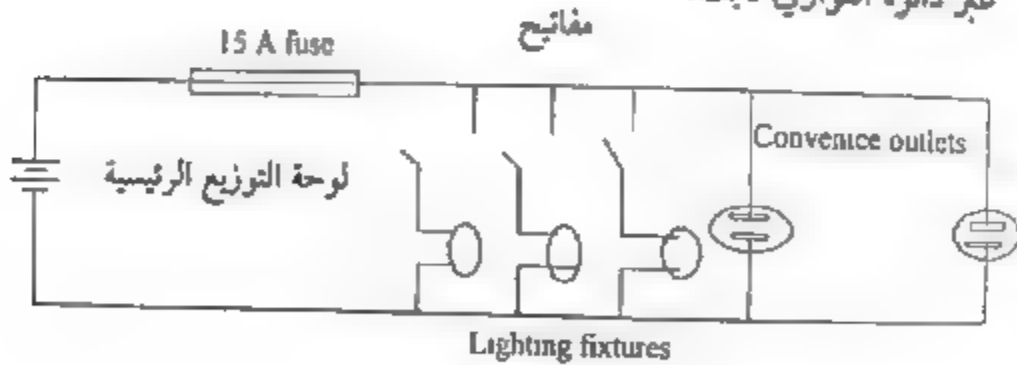
$$I_2 = V/R_2 = 150\text{ V}/50\text{ k}\Omega = 3\text{ mA}$$

ملاحظة: توجد أكثر من طريقة لحل معظم مسائل الدوائر الإلكترونية.

توجد خصائص أخرى لدوائر التوازي تستند على المقاومة الداخلية للمصدر التي بالإمكان إهمالها. إن تغير المقاومة في أحد الفروع لا يؤثر على الفولتية والتيار المار خلال الفروع الأخرى، لذا التغير في أحد الفروع لدائرة التوازي يمكن إهماله مقابل التغير في الفروع الأخرى وفي التسليك المنزلي يتم ربط دائرة المصباح على لتوازي مع بعضها إلى مصدر 117V (مصدر جهد) بحيث عند فتح أو غلق أي مفتاح لا يؤثر على عمل الدوائر الأخرى كما هو موضح في الشكل (3-13).

يمكن تلخيص خصائص دوائر التوازي كما يلي :

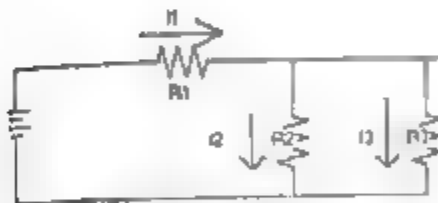
- 1- الفولتية عبر أي مركبة في دائرة التوازي متساوية.
- 2- الإصالية الكلية تساوي مجموع الإصاليات لكل فروع الدائرة.
- 3- التيار الكلي يساوي مجموع التيارات في الفروع الأخرى.
- 4- النسبة بين تيارات الفروع هي نفس النسبة بين إصالات الفروع (ومقلوب نسبة المقاومات).
- 5- كل فرع لا يعتمد على التغير في الفروع الأخرى بشرط أن يكون فرق الجهد عبر دائرة التوازي ثابت.



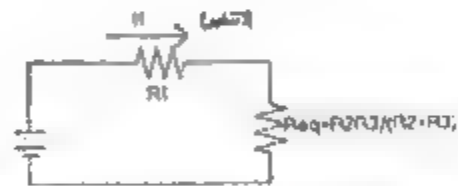
الشكل (3-12) للمثال (3-7)

3-11 دوائر التوالي والتوازي Series-Parallel Circuits

درسنا سابقاً دوائر التوالي والتوازي البسيطة فقط وعملياً هذا نادراً ما يطبق في الشبكات الكهربائية. إذا درسنا الدائرة بشكل كامل في الشكل (3-14) لإنهاء تستجيب لخواص التوالي أو التوازي للدائرة لكن إذا اعتبرنا فقط R_2 و R_3 مربوطتين بين النقطتين في الدائرة وسيكون لهما نفس هبوط الجهد لذلك R_2 و R_3 تحقق تعريف دائرة التوازي. إذا أعطيت لنا قيم R_2 و R_3 فإننا نستطيع حساب المقاومة المكافئة لتطبيق قاعدة التوازي للدوائر الأصلية في الشكل (3-14). في الشكل (3-15) تكون على التوالي مع المقاومة المكافئة لـ R_2 و R_3 المرتبطتان على التوازي، لذلك نستطيع حل الدائرة في شكل (3-16) باستخدام قوانين دوائر التوالي. ترتيب آخر لمقاومات التوالي والتوازي مبين في الشكل (3-16a) في هذه الحالة نفس التيار المار في R_1 و R_2 وبذلك تكون R_2 و R_3 على التوالي وبذلك يمكن استبدالهم بالمقاومة المكافئة كما في الشكل (3-16b) التي تساوي $(R_2 + R_3)$. الآن نستطيع حل الدائرة المبسطة في الشكل (3-16b) باستخدام قوانين دوائر التوالي.



الشكل (3-14)



الشكل (3-15) الدائرة المكافئة للشكل (3-14)



(a)



(b)

صورة مبسطة من (b) دائرة توازي - التوالي (a)

الشكل (3-16)

وكما نوضح الأمثلة يمكن تعريف دائرة التوالي التوازي بأنها الدائرة التي فيها بعض الأجزاء للدائرة تمتلك خواص التوالي والأجزاء الأخرى تمتلك خواص توازي. حينما يكون عنصرين أو أكثر في شبكة كهربائية على التوالي لا بد أن تعيق كل خواص التوالي لهذه العناصر. وحينما يكون عنصرين أو أكثر في دائرة توازي يجب تطبيق خواص التوالي.

12-1 طريقة الدائرة المكافئة Equivalent - Circuit Method

يقترح طريقة لحساب بعض شبكات التوالي والتوازي بتعويض المقاومة مكافئة لأجزاء الدائرة المختلفة وتحول الدائرة الأصلية إلى دائرة توازي أو توازي بسيطة.

مثال (3-8)،

إشارة إلى الشكل (3-14) أكمل الجدول (3-2)

الحل:

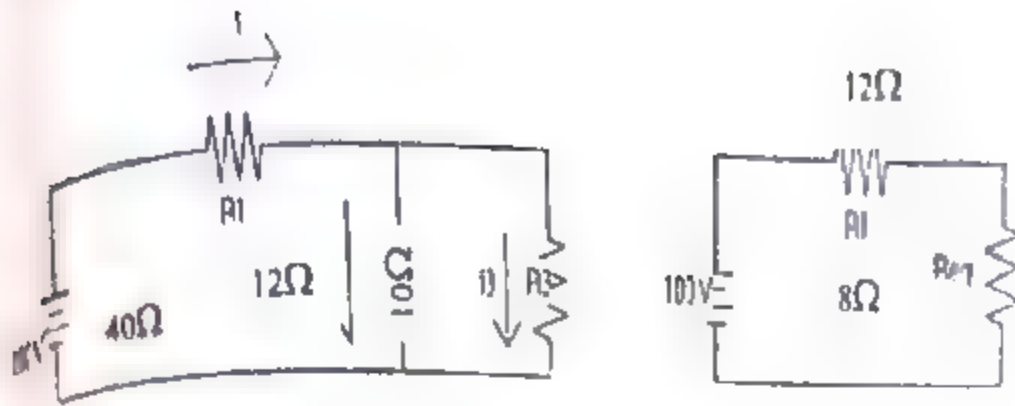
الخطوة (1) نرسم الربط الكامل لهذه الدائرة

الخطوة (2) نلاحظ من الشكل (3-16) أن المقاومات R_2 و R_3 مربوطة على التوازي

$$R_{eq} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3) = 10 \cdot 40 / (10 + 40) = 8 \Omega$$

الجدول (3-2)

المصدر	المقاومة	الفولتية	التيار	القدرة
R_1	12Ω			
R_2	10Ω			
R_3	40Ω			
الكلية		100V		



الشكل (3-17)

ومن الشكل (3-17) تصبح المقاومة الكلية

$$R_T = R_1 + R_{eq} = 12 + 8 = 20\Omega$$

ادخل هذا الجواب في الفراغ المناسب في الجدول (3-2)

الخطوة (3) من قانون أوم

$$I_T = E/R_T = 100V/20\Omega = 5A$$

الخطوة (4) من R_1 في حالة توالي مع المصدر

$$I_1 = I_T = 5A$$

الخطوة (5) من قانون أوم

$$V_1 = I_1 R_1 = 5A * 12\Omega = 60V$$

الخطوة (6) من قانون كيرشوف للفتولتية

$$V_{eq} = E - V_1 = 100 - 60 = 40V$$

بالرجوع الى الدائرة الأصلية

$$V_2 = V_3 = V_{eq} = 40V$$

الخطوة (7) من قانون أوم

$$I_2 = V_2/R_2 = 40V/10\Omega = 4A$$

$$I_3 = V_3/R_3 = 40V/40\Omega = 1A$$

عند مراجعة الحسابات نستطيع أن نلاحظ طيفاً لقانون كيرشوف (1-1) لهذه الدائرة
الخطوة (8) بما أن $P = V \cdot I$

$$P_1 = V_1 I_1 = 60 \cdot 5A = 300w$$

$$P_2 = V_2 I_2 = 40V \cdot 4A = 160w$$

$$P_3 = V_3 I_3 = 40V \cdot 1A = 40w$$

$$P_4 = V_4 I_4 = 100V \cdot 5A = 500w$$

ومرة أخرى كتدقيق يجب أن تساوي

$$P_T = (P_1 + P_2 + P_3)$$

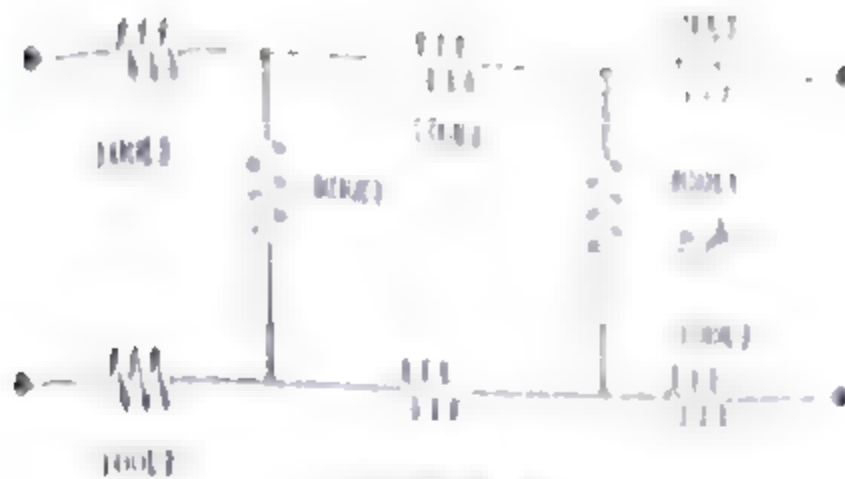
مثال (3-9)

ما هي المقاومة الداخلية على الشبكة (السلمية) (ladder network) في شكل (3-18) مع الأطراف الخارجية للخارج مفتوحة و (b) مع مقاومة الحمل 600Ω مربوطة بأطراف الخرج

الحل

(a)

الخطوة (1) عندما يكون أطراف الدائرة مفتوح لا يسري تيار باتجاه المقاومة 100Ω لذلك لا تؤثر وكأنها خارج الدائرة وتكون دأثرته المكافئة كما في الشكل (3-6a)



الشكل (3-18)

الخطوة (3) المقاومتين 200Ω والمقاومة البقية 100Ω يسري بها نفس التيار، وبذلك يكون لهم حواص ربط التوالي

$$R_{eq} = 200 + 800 + 200 = 1200\Omega$$

لدائرة المكافئة في الشكل (3-19b)

الخطوة (4) من المقاومتين 800Ω و 1200Ω في الدائرة المكافئة

في شكل (3-19c) وصلت بمسار التماس، إذا فهم على التوالي

$$R_{eq} = 800 + 1200 (800 + 1200) = 480\Omega$$

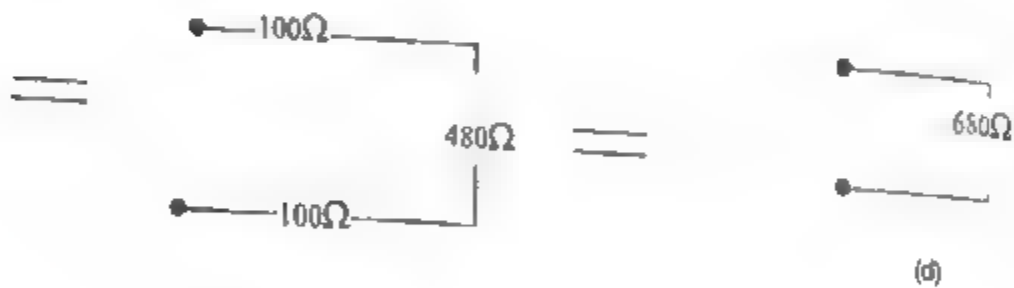
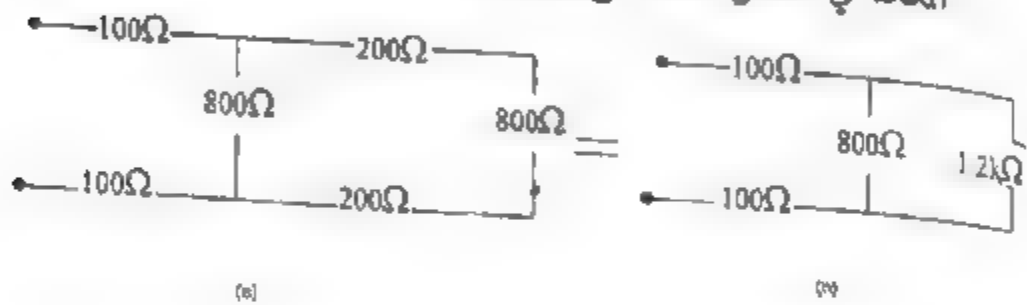
الخطوة (4)

الدائرة المكافئة في الشكل (3-19c)

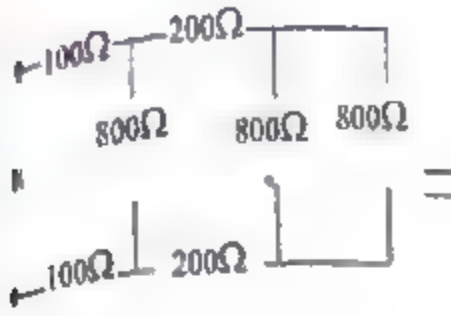
$$R_{eq} = 100 + 480 + 100 = 680\Omega$$

(b) الخطوة (1) عندما ربط مقاومة الحمل بأطراف الخرج فإن شكل الدائرة يكون
نوالي مع مقاومة 100Ω فإن
 $R_{eq} = 100 + 600 + 100 = 800\Omega$

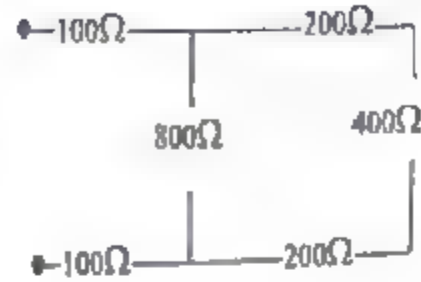
الخطوة (2) نستطيع استبدال مكان المقاومتين 800Ω المتوازيتين في الدائرة
المكافئة في الشكل (3-7a) مع المقاومة 400Ω



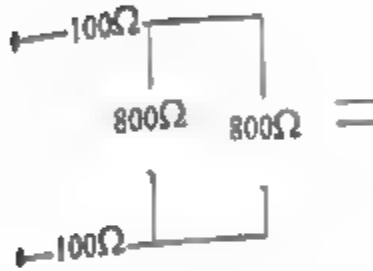
الشكل (3-19)



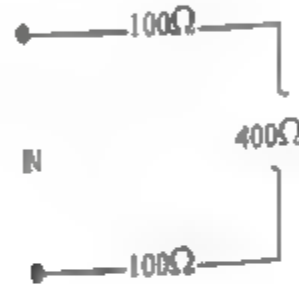
(a)



(b)



(c)



(d)

الشكل (3-20)

نقط كما في الشكل (3-20b)

الخطوة (3)

المقاومتين 200Ω والمقاومة 400Ω في الشكل (3-20b) تكون في حالة توالي ويمكن استبدالهم بمقاومة مكافئة 800Ω

نقط كما في الشكل (3-20c)

الخطوة (4)

مرة أخرى حينما تكون المقاومتين 800Ω في حالة توازي تكون مكافئة بالمقاومة 400Ω فقط كما في الشكل (3-20d)

الخطوة (5)

أخيراً فإن المقاومة الكلية في دائرة التوالي كما في الشكل (3-20d)

$$R_{in} = 100 + 400 + 100 = 600\Omega$$

3-13 طريقة قوانين كيرشوف Kirchhoff's-Laws Method

قوانين كيرشوف تزودنا بطريقة حساب أخرى بعد ترك الدائرة في حالتها الأصلية بدون تقليص دائرة التوالي والتوازي بواسطة التعويض بالمقاومات المكافئة حل المثال (3-8) باستخدام قانون كيرشوف لاحظ الشكل (3-17) من قانون كيرشوف للتيار

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1 = V_1/R_1 \text{ ولكن من قانون أوم}$$

$$V_1/R_1 = (V_2/R_2) + (V_3/R_3) \text{ و } V_1/I_2 = (V_2/10) + (V_3/40)$$

بما أن R_2 و R_3 في حالة توازي فإن $V_2 = V_3$ ومن قانون كيرشوف للجهود

$$V_1 = V_2 = E - V_1$$

نعرض بمعطيات المعادلة أعلاه لنحصل على

$$V_1/I_2 = ((100 - V_1)/10) + ((100 - V_1)/40)$$

$$10V_1 = 1200 - 12V_1 + 300 - 3V_1 \text{ أي أن}$$

مجموع المعطيات المطلوبة

$$25V_1 = 1500$$

$$V_1 = 60V \text{ ومنه}$$

$$V_2 = V_3 = E - V_1 = 100 - 60 = 40V$$

ويمكن أن نجد التيارات المختلفة بواسطة قانون أوم $I_1 = V_1/R_1$

المعطيات المعطاة في المثال (3-8) يمكن أن نختار الطريقة المناسبة للحل مع ذلك من البيانات المعطاة في المثال (3-10) لا نستطيع حساب المقاومة المكافئة بسهولة التي تمكنتنا من تقليص الدائرة إلى دائرة توالي بسيطة لهذا السبب نستعمل قوانين كيرشوف مرة أخرى للحصول على البيانات المطلوبة من مجموعة المعادلات الجبرية.

مثال (3-10)

مقاومة يسري بها تيار 20mA مربوطة على التوازي مع المقاومة 5kΩ والمجموعة مربوطة على التوالي مع مقاومة أخرى 5kΩ، والشبكة كلها مربوطة بمصدر 500V ما قيمة المقاومة التي يسري فيها التيار 20mA ؟

الحل :

بتطبيق قانون كيرشوف للمعولية على الدائرة في الشكل (3-8)

$$V_1 + V_2 = E$$

$$V = IR$$

وحيث أن

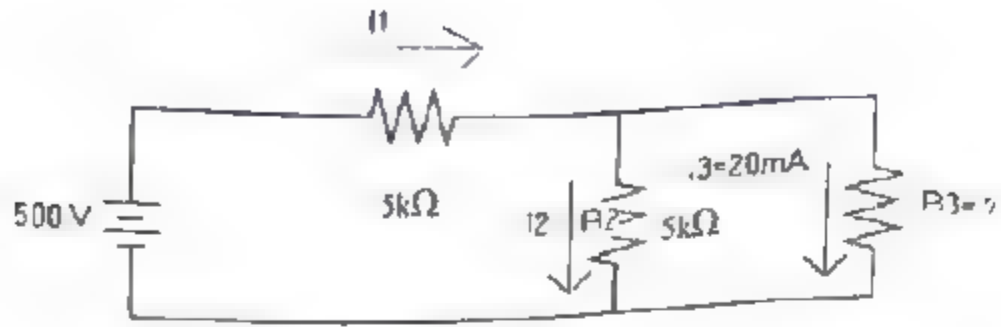
$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E$$

الشكل (3-21)

ومن قانون كيرشوف للتيار

$$I_2 = I_1 - 0.02$$

$$R_1 I_1 + R_2 (I_1 - 0.02) = E$$



الشكل (3-21)

بتعويض القيم المعطاة لـ R_1 و R_2 و E

$$I_1 - 60 \text{ mA} \quad 5000I_1 + 5000(I_1 - 0.02) = 500$$

$$40 \text{ mA} \quad I_2 = I_1 - 0.02 = 0.06 - 0.02 = 0.04 \text{ A}$$

بما أن R_2 و R_3 في حالة توازي

$$V_2 = V_3$$

$$V_2 = I_2 R_2 = 40 \text{ mA} * 5 \text{ k}\Omega = 200 \text{ V} \text{ لكن}$$

$$R_3 = V_3 / I_3 = 200 \text{ V} / 20 \text{ mA} = 10 \text{ k}\Omega$$

يمكن أيضاً التعويض المناسب من بداية الحل لـ V/R في معادلة قانون

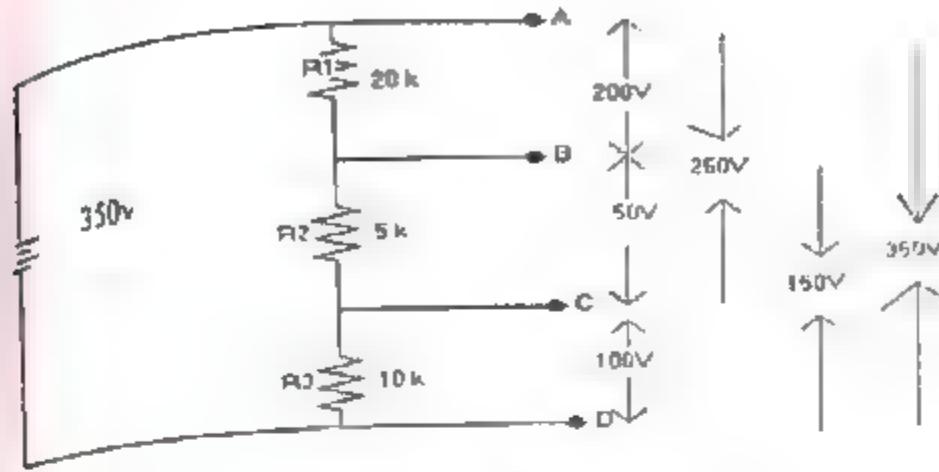
$$I_1 = I_2 + 0.02 \text{ كيرشوف للتيار}$$

3-14 قاعدة مجزئ الجهد Voltage Divider Principle

في دائرة التوالي المبينة في الشكل (3-22) ينص قانون كيرشوف للفوتية

$$\text{على } E = V_1 + V_2 + V_3 \text{ وبعبارة}$$





الشكل (3-22)

أخرى الفولتية الكلية المسطرة مقسمة بين ثلاث مقارمات. حيث نستطيع قياس فولتية واحدة عبر طرفي المصدر، ولدينا ستة مجاميع للأطراف A,B,C,D التي يمكن ربط فولتيمتر عليها كما موضح في الشكل (3-22) هذه المجاميع المتوالية للمقارمات R_1, R_2, R_3 تصبح مجزئ (مقسم) الفولتية.

حساب الفولتيات الست في الشكل (3-22) باستخدام الحل المطول المبين في المثال (3-8) أي نحسب R_T ونمجد I من قانون أوم ومن ثم نحسب هبوط الجهد عبر كل مقاومة $V_i = I \cdot R_i$ وهكذا. لأن اهتمامنا باتجاه تجزئة الفولتية ويفضل الحل القصير باستخدام القاعدة الموضحة في الجزء (3-5). هذا قبل الرجوع إلى قاعدة مجزئ الفولتية في دائرة التوالي النسبة بين هبوط أي فولتين هي نفس نسبة المقاومتين التي يحدث فيها هبوط الجهد أي أن

$$V_x / E = R_x / R_T$$

ومنه

$$V_x = E R_x / R_T \quad (3-13)$$

المعادلة (3-13) أصبحت معادلة جبرية لقاعدة مقسم الجهد (الفولتية)

مثال (3-10)

ما هي الفولتية بين الطرفين B و D في الدائرة المبينة في الشكل (3-22)

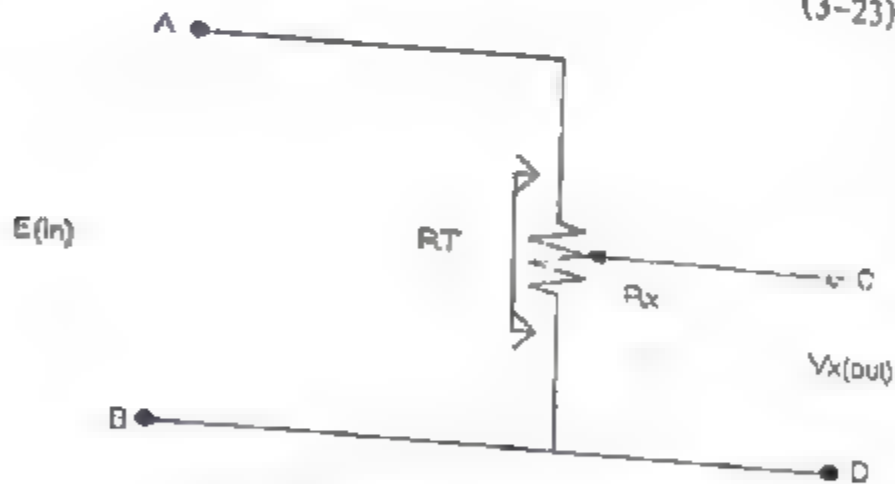
الحل :

$$V_{BD} = E (R_2 + R_3) / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$= 350v (5k\Omega + 10k\Omega) / (20k\Omega + 5k\Omega + 10k\Omega)$$

$$= 350v * 15k\Omega / 35k\Omega = 150v$$

غالباً نحتاج إلى فولتية متغيرة مستمرة أكثر من الفولتيات الثابتة المجهزة بمقسم الفولتية كما هو موضح في الشكل (3-22) هذا يمكن الحصول عليه بواسطة الجهد الذي نيه تتحرك نقطة اتصال (sliding contact) على طول السلك أو مقاومة كربونية لتكوين مقاومة متغيرة (مقسم الجهد) (potentiometer) الموضحة في الشكل (3-23)



الشكل (3-23) مجزئ الفولتية أو الجهد

3-15 مقسمات الجهد (الفولتية)

يستخدم مقسم الفولتية بكثرة في الدوائر الإلكترونية بقصد التوفير حيث مصدر فولتية واحد يمكن أن يزود الفولتيات المختلفة المطلوبة لمكونات الجهاز

مقاومة الخفض المتوالي في الشكل (3-24) تجهزنا بأبسط طريقة لإيجاد هبوط الجهد المطلوب عبر عنصر معين في الدائرة.



الشكل (3-24) مقاومة خافض للفولتية

مثال (3-11)

جزء من دائرة إلكترونية يحتاج إلى جهد تشغيل 15V عند تيار صاحب مقداره 20mA إذا كانت الفولتية بين طرفي المصدر 25V ما قيمة مقاومة الهبوط المتوالي المطلوبة (series dropping resistor)

الحل :

من قانون أوم نستطيع تمثيل حمل الدائرة بمقاومة كما في الشكل (3-24)

$$R_L = V_L / I_L = 15V / 20mA = 750\Omega$$

من قانون كيرشوف للفولتية، المقاومة الخافضة لفولتية هبوط الجهد على مقاومة الانخفاض المتوالي يجب أن تكون

$$V_D = E - V_L = 25 - 15 = 10V$$

ولأن هذه دائرة توالي فإن

$$I_D = I_L = 20mA$$

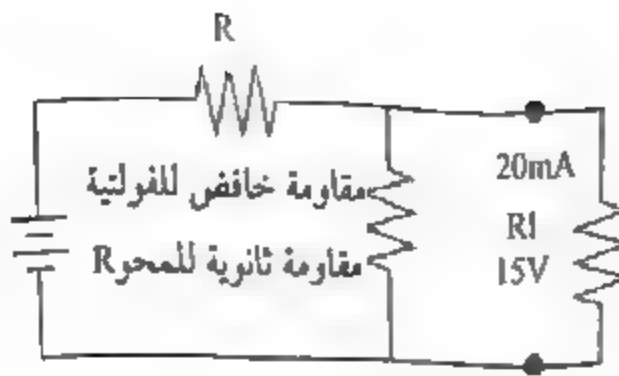
$$= V_D / I_D = 10V / 20mA = 500\Omega$$

لإكمال التصميم يجب أن نعرف أدنى قدرة للمقاومة التي نختارها

$$P = V \cdot I = 10V \cdot 20mA = 0.02w$$

عملياً يمكن إختيار مقاومة تتحمل قدرة (w 1/2) بحيث تعمل دون درجة الحرارة وبذلك يتحسن أداء الجهاز من فوائده خافض المقاومة المتوالي (series dropping resistor) هو أن تيار الساحب يتغير مع مقاومة خافض للفولتية، مصدر القدرة لا يكون أكثر من التيار المطلوب لمكونات الدائرة في السؤال. لكن هذه الدائرة لها سلبيات حيث أن التغير في مقاومة الحمل يسبب تغير ملحوظ في التيار الذي يسري في مقاومة الخافض المتوالي وكذلك في هبوط الجهد عبرها. بدورها نسمح بتغير ملحوظ في الفولتية المجهزة إلى الحمل في الدائرة الإلكترونية في الشكل (24-3) تكون ترانزستور أو صمام إلكتروني من المحتمل أن تكون العملية حيث R_L عالية جداً (عندما يكون الترانزستور أو الصمام الإلكتروني منحاز إلى القطع، أو سخان الصمام الإلكتروني يكون بارد).

تحت هذه الظروف فإن هبوط الجهد عبر الحمل يجب أن يزداد إلى الفولتية المطلقة الكلية بالرغم من أن الترانزستور أو الصمام الإلكتروني لا يمرر التيار، من المحتمل أن تكون هذه الفولتية عالية لتسبب عطل (انهيار) الجهاز ولتسبب حدوث ذلك من الحدوث نربط مقاومة جزئية (bleeder resistor) متوازية مع الحمل كما في الشكل (25-3) عندما تكون مقاومة الحمل لا نهائية تحتفظ المقاومة المتوازية بالتيار لجاري، كذلك هبوط الجهد عبر مقاومة خافض المتوالي وبذلك فإن فولتية الطرفين لا تزداد إلى الفولتية المطلقة الكلية في تصميم مصادر القدرة للأجهزة الإلكترونية، جزء من التيار من 10% إلى 25% من التيار الكلي المسحوب من المصدر يجهز بحماية كافية ضد زيادة الفولتية عند عدم وجود الحمل (no load condition) مع زيادة جزء من التيار نسبة إلى تيار الحمل والتغيرات في تيار الحمل سيكون تأثيرها قليل على فولتية الحمل وبذلك نحصل على تحسين في تنظيم الفولتية (Voltage regulation) إن التيار الإضافي من المصدر يولد حرارة إضافية ناتجة من مقاومات مقسم الفولتية على حسب قيمة التيار الإضافي للساحب من المصدر والحرارة الخارجية في مقاومات مجزء الجهد.



الشكل (3-25)

مثال (3-12):

مجزئ تيار يسمح بمرور 50mA صمم مقسم جهد (فولتية) لتجهيز 15V عند تيار 20mA من مصدر 25V أحسب فولتية الدائرة المفتوحة (open-circuit terminal voltage) لمقسم الفولتية ؟

الحل :

بما أن المقاومة الجزئية على التوازي مع الحمل الشكل (3-12) هي 15V لذلك عليها مر 15V

$$\text{المقاومة الجزئية (bleeder resistance)} = V_L / I_B = 15V / 50mA = 300\Omega$$

$$\text{القدرة الجزئية (power rating of bleeder)} = V_L \cdot I_B = 15V \cdot 50mA = 0.75W$$

هبوط الجهد عبر مقاومة الخافض المتوالي

$$V_D = E - V_L = 25 - 15 = 10V$$

$$I_D = I_B + I_L = 50mA + 20mA = 70mA$$

$$\text{مقاومة خافض المقاومة المتوالي (series dropping resistor)} = V_D / I_D = 10V / 70mA = 143\Omega$$

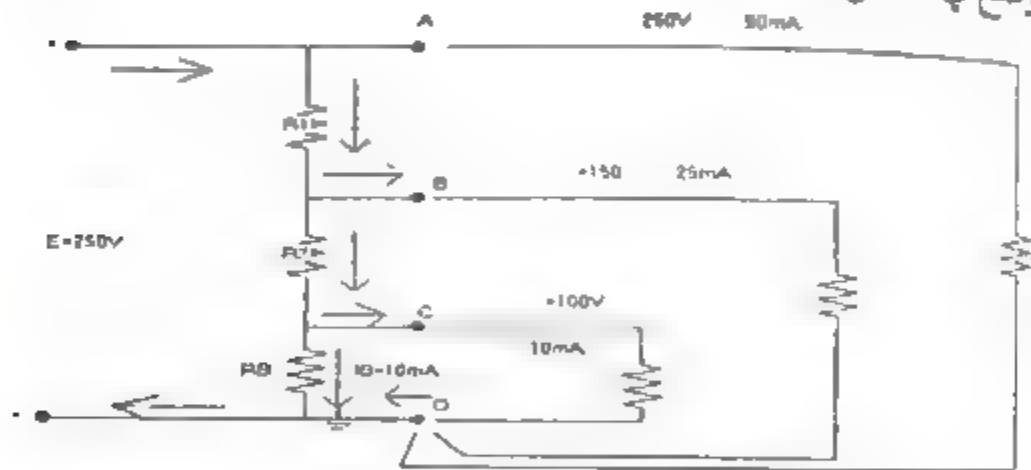
$$\text{متوسط القدرة} = V_D I_D = 10V \cdot 70mA = 0.7W$$

نختار 1W لمقسم فولتية المقاومات، تحت شروط الدائرة المفتوحة نستخدم قاعدة مقسم الجهد من المعادلة (3-13)

$$V_T = V_D = 25 \times 300 / (143 + 300) = 16.9V$$

التحدث عن الفولتية لا معنى له في دائرة كهربائية ما لم تكن منسوبة إلى نقطة مرجعية من صيغة (Reference point) وهذه خاصية في الدوائر الإلكترونية حيث لمحص منها على فولتيات مختلفة من مصدر قدرة واحد.

ومن المناسب اعتبار نقطة واحدة كمرجع (Reference) لكل مقاييس الفولتية في الدائرة. عادة يتم ربط النقط الكهربائية المرجعية بهيكل معدني أو إطار الجهاز التي تمثلها في نموذج المتصل الموضح في الشكل (3-13) نؤرض (ground) الهيكل المعدني أو الإطار كهربائياً (أنبوب الماء أو قضيب معدني متصل بالأرض) بحيث يكون فرق الجهد بين الهيكل المعدني والأرض يساوي صفراً، ونشير إلى أنه نقطة لمرجع لمصدر مقسم الفولتية المرتبط بالأرض كما في الشكل (3-13) باستخدام لنموذج المتصل بالأرض. الفولتية عند النقطة A تكون 250V نسبة الأرض في دوائر الصمام، الإلكتروني يؤرض الطرف السالب لمصادر القدرة السالب كما هو موضح في الشكل (3-26)



الشكل (3-26)

مثال (3-13):

صمم مجزئ (مقسم) فولتية للمواصفات المبينة في الشكل (3-26)

الحل :

الخطوة (1) نضع تصميماً بتيارات مختلفة، ونرسم المقاومات التي تمثل الأحمال المعطاة حسب المواصفات المختلفة.

نرسم أسهم اتجاه التيار في كل فرع. إنجاء التيار المتعارف عليه موضح في الشكل (3-26)

النقطة A لا تسحب التيار 50mA الذي يسري من خلال مقاومات مقسم الفولتية وبذلك لا يدخل هذا التيار في حساباتنا

الخطوة (2) بداية المقاومة الجزئية (bleeder resistor) نحسب التيار المار في كل مقاومة بمقسم الفولتية وفقاً للدائرة في الشكل (3-26).

التيار المار في المقاومة R_B يكون 10mA. إن المقاومة R_2 تمرر التيار 10mA المسحوب بواسطة حمل ذو 100V

$$I_2 = 10 + 10 = 20 \text{ mA}$$

أخيراً يمر التيار I_2 في المقاومة بـ R_2 وتيار 25mA يسحب بواسطة حمل ذو 125V

$$I_1 = 20 + 25 = 45 \text{ mA}$$

الخطوة (3) نحسب المقاومة القدرة لكل مقاومة من المقاومات الثلاث بمقسم الفولتية

$$R_B = V_B / I_B = 100 \text{ V} / 10 \text{ mA} = 10 \text{ k}\Omega$$

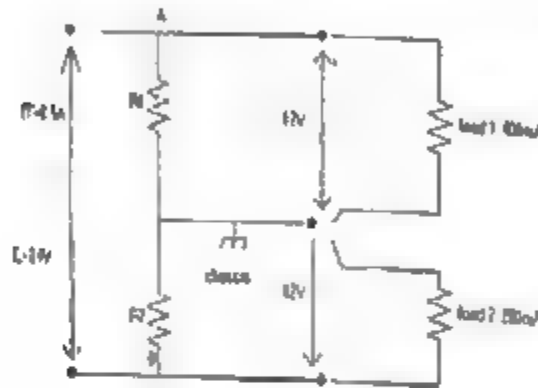
$$P_B = V_B I_B = 100 \text{ V} * 10 \text{ mA} = 1 \text{ W}$$

(نختار مقاومات مقاومات ذات قدرة 2w أو مقاومات ذات قدرة 5w لـ R_2

$$V_1 = 250 - 150 = 100 \text{ أخيراً } R_1$$

$$R_1 = V_1/I_1 = 100/45\text{mA} = 2.22\text{k}\Omega$$

(نختار مقاومة ذات قدرة 10w $P_1 = V_1 I_1 = 100 \times 45\text{mA} = 4.5\text{w}$)



الشكل (3-27)

مصدر لقدرة للترانزستور يتطلب ربط طرف (+) أو طرف (-) بالأرض
عتماداً على نوع الترانزستور المستخدم. توائمتور الدائرة يتطلب كلا الفولتين
(+) و (-) نسبة إلى نقطة مشتركة (common). نحصل على كلا الفولتين الموجبة
والسالبة (بخصوص الهيكل المعدني) من مصدر قدره واحد بواسطة ربط النقطة
للمناسبة على مقسم الفولتية إلى الإطار الخارجي (chassis) كما هو مبين في
الشكل (3-27)

مثال (3-14)

مصدر قدره مكبر توائمتور يولد الفولتية 24V dc بحمل كامل (full load).
صمم مجزئاً جهد (فولتية) لتزويد الخرج بـ + و -12V (وبخصوص الهيكل المعدني)
عندما يكون التيار المسحوب من المصدر +12V هو 400mA والتيار المسحوب من
المصدر هو 200mA عبر المصدر -12V.

التيار الكلي المسحوب من مصدر القدرة هو 0.5A
مقسم الفولتية لمكبر ترانزستور من مصدر القدرة الشكل (27-3).

الحل :

بما أن R_1 على التوازي مع الحمل (1)، $V_1=12V$ نطبق قانون كيرشوف للتيار عند نقطة الالتقاء A

$$I_1=500mA-400mA=100mA$$

$$R_1=V_1/I_1=12/100mA=120\Omega$$

$$P_1=V_1 I_1=12V*100mA=1.2w$$

$$V_2=12V \text{ و } I_2=500mA-200mA=300mA$$

$$R_2=12/300mA=40\Omega \text{ و } P_2=12V*300mA=3.6w$$

3-16 قاعدة مجزئ التيار Current Divider Principle

في المثال (12-3) التيار الكلي المسحوب من مصدر الفولتية يتجزأ بين الحمل والمقاومة الجزئية.

نطبق قاعدة المقاومات المتوازية في الجزء (12-3) في دائرة تيرازي مزدوجة لقاعدة مقسم الفولتية لدوائر متوالية نسمى قاعدة مقسم الفولتية.

في الدوائر المتوازية، النسبة بين تيار أي فرعين هي نفس النسبة بين الإيصاليات التي تسري خلالها التيارات لترجمة هذه القاعدة إلى معادلة جبرية مفيدة لأن V مشتركة المقاومتين المتوازيتين

$$I_1/G_1=I_2/G_2=I_T/G_T=I_X/G_X$$

$$I_X=I_T G_X/G_T$$

(14-3)

بما أنه عادة يتم تزويدنا ببيانات حول مقاومات الفروع المتوازية أفضل من الموصلات نعوض $G_X=1/R_X$ و $G_T=1/R_{eq}$ في المعادلة (2-3) المعطاة

$$I_1 = I_T R_{eq} R_1 \quad (3-15)$$

نلاحظ ان نسبة التيار هي عكس نسبة المقاومة وبذلك فإن نص قاعدة مقسم التيار (في دائرة التوازي النسبة بين تيارات أي فرعين يكون عكس نسبة المقاومة المقومتين مربوطتين على التوازي

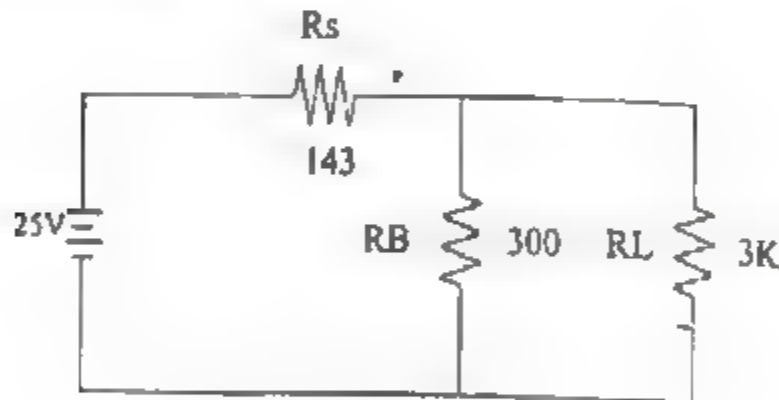
$$R_{eq} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \quad (3-16)$$

$$I_1 = I_T R_2 / (R_1 + R_2) \quad (3-17)$$

$$I_2 = I_T R_1 / (R_1 + R_2) \quad (3-18)$$

وبالمثل

$$I_2 = I_T R_1 / (R_1 + R_2)$$



الشكل (3-28)

مثال (3-15)

أحسب التيار في مجزئ الفولتية المصمم في المثال (3-12) إذا زادت المقاومة إلى $3k\Omega$ انظر الشكل (3-28)

الحل :

المقاومة المكافئة الجزئية ومقاومة الحمل مربوطة على التوازي وعليه

$$R_{eq} = (300\Omega * 3k\Omega) / (300\Omega + 3k\Omega)$$

$$R_T = R_s + R_{eq} = 143 + 273 = 416\Omega$$

$$I_T = E / R_T = 25 / 416\Omega = 60.1mA$$

$$I_B = I_T R_L / (R_B + R_L) = 60.1mA * 3k\Omega / 3.3k\Omega = 54.6mA$$

مثال (3-16) :

أميتر ذو مقاومة داخلية 50Ω وأقصى قراءة له (full-scale) عند مرور تيار $1mA$ ما قيمة المقاومة التي نربطها على التوازي مع الأميتر بحيث تكون أقصى قراءة للتيار $1.0A$ الدائرة أنظر الشكل (3-16)

الحل :

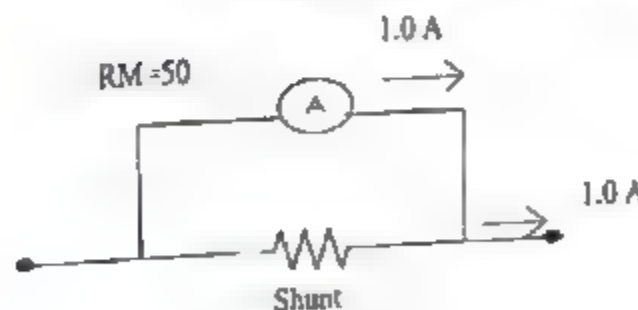
من قانون كيرشوف للتيار

$$I_{sh} = I_T - I_M = 1000mA - 1mA = 999A$$

وطبقاً لقاعدة مقسم التيار

$$R_{sh} / R_M = I_M / I_{sh}$$

$$R_{sh} = R_M * I_M / I_{sh} = 50 * 1 / 999 = 0.0500\Omega$$



الشكل (3-29)

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

Resistive Circuits

المقدمة

- 1-4 المقاومات على التوالي والتوازي
- 2-4 تحليل الشبكة باستخدام مكافئات التوالي و التوازي
- 3-4 دوائر مجزئ الجهد و مجزئ التيار
- 4-4 تحليل جهد العقدة
- 5-4 تحليل تيار الحلقة
- 6-4 دوائر ثيفن و نورتن المكافئة
- 7-4 تحويل المصادر
- 8-4 نقل اعظم قدرة
- 9-4 مبدأ نظرية التراكيب
- 10-4 فنطرة ويتستون

الاستة

المراسلة
المراسلة

الفصل الرابع

دوائر المقاومات

Resistive Circuits

المقدمة

في تطبيقات الهندسة الكهربائية فإننا غالباً ما نواجه مسائل تحليل الدائرة لدائرة مركبة والتي تتضمن قيم عناصر معروفة و تيارات و جهود وقدرات مطلوب إيجادها. في هذا الفصل سنختبر تقنيات لتحليل دوائر مركبة من مقاومات مصدر جهد و مصادر تيار. أخيراً سنستعرض عدد من المفاهيم لدوائر تحتوي على بحث و متسعة. على امتداد السنين سوف تقابل عدد من تطبيقات الهندسة الكهربائية في مجال الهندسة. هذا الفصل سوف يعطيك المهارة التي تحتاجها للتعامل بكفاءة مع الأجهزة الكهربائية و دوائر أخرى يمكن أن تواجهها.

دراسة هذا الفصل ستجعلك قادراً على:

- 1- تحليل الدوائر بواسطة تجميع مقاومات على التوالي و التوازي.
- 2- تطبيق أساسيات مجزئ الجهد و مجزئ التيار.
- 3- حل الدوائر بتقنية جهد العقدة (node-voltage).
- 4- حل الدوائر بتقنية تيار الشبكة (mesh-current).
- 5- إيجاد مكافئ ثيفينين و نورتن.
- 6- تطبيق نظرية التراكيب.
- 7- رسم مخطط الدائرة.

4-1 المقاومات على التوالي والتوازي

Resistances in Series and Parallel

في هذا الفقرة، سوف نرى كيف نستبدل مجموعات مقاومات على التوالي أو التوازي بالمقاومة المكافئة. ثم نرى كيفية استخدامها في حل الدوائر.

المقاومات على التوالي Series Resistances

اعتبر مجموعة ثلاثة مقاومات متوالية كما هو موضح في الشكل (4.1a). تذكر انه في دائرة التوالي فان العناصر تربط نهايتها بالتي تليها و ذلك يجعل التيار المتدفق خلال كل العناصر متساوي. بتطبيق قانون أوم، يمكن ان نكتب:

$$V_1 = R_1 i \quad (4.1)$$

$$V_2 = R_2 i \quad (4.2)$$

$$V_3 = R_3 i \quad (4.3)$$

باستخدام KVL نستطيع أن نكتب:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (4.4)$$

بتعويض المعادلات (4.1) و (4.2) و (4.3) في المعادلة (4.4) نحصل على:

$$V = R_1 i + R_2 i + R_3 i \quad (4.5)$$

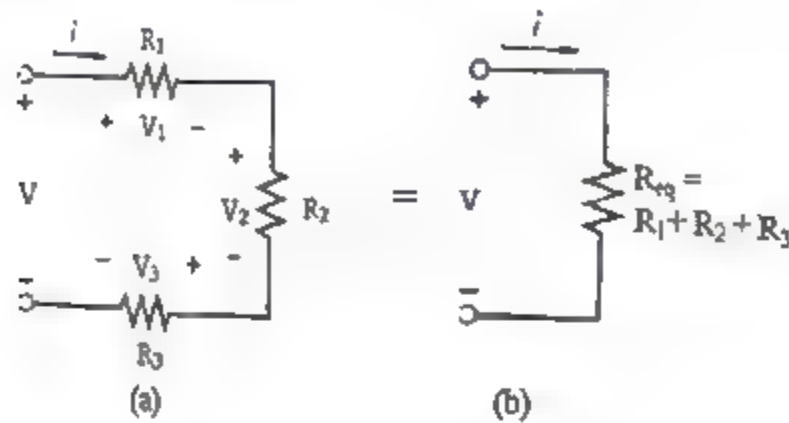
$$V = i (R_1 + R_2 + R_3) \quad (4.6)$$

لمجموعة مقاومات على التوالي كالتالي R_{eq} الآن سنعرف المقاومة المكافئة:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (4.7)$$

بالتعويض في المعادلة (4.6) نحصل على:

$$V = R_{eq} i \quad (4.8)$$



الشكل (4-1)

مقاومات التوالي يمكن أن تجمع في مقاومة مكافئة

هكذا، نستنتج بأن المقاومات الثلاث على التوالي يمكن أن تستبدل بمقاومة مكافئة R_{eq} موضحة في الشكل (4.1b) بدون تغيير في العلاقة بين الجهد V والتيار i . إذ كانت المقاومات الثلاث جزء من دائرة أكبر، فيمكن استبدالهن بمقاومة مكافئة وحيدة دون أن نحدث أي تغييرات في التيارات أو الجهود في أجزاء أخرى من الدائرة. هذا التحليل يمكن أن يطبق على أي عدد المقاومات. على سبيل المثال، مقاومتين على التوالي يمكن أن تستبدل بمقاومة وحيدة مكافئة. والخلاصة أن مجموعة مقومات على التوالي لها مقاومة مكافئة تساوي مجموع المقاومات الأصلية.

المقاومات على التوازي Parallel Resistances

الشكل (4.2a) يوضح ثلاث مقاومات على التوازي. ففي دائرة التوازي يصبح الجهد المسلط على العناصر متساوي ويتطبيق قانون أوم في الشكل (4.2a) يمكن أن نكتب:

$$i_1 = V / R_1 \dots\dots\dots (4.9)$$

$$i_2 = V / R_2 \dots\dots\dots (4.10)$$

$$i_3 = V / R_3 \dots\dots\dots (4.11)$$

إن النهايات للمقاومات في الشكل (4.2a) مربوطة بعقدة واحدة، لذلك يمكننا تطبيق KCL على العقدة العليا للدائرة و نحصل على:

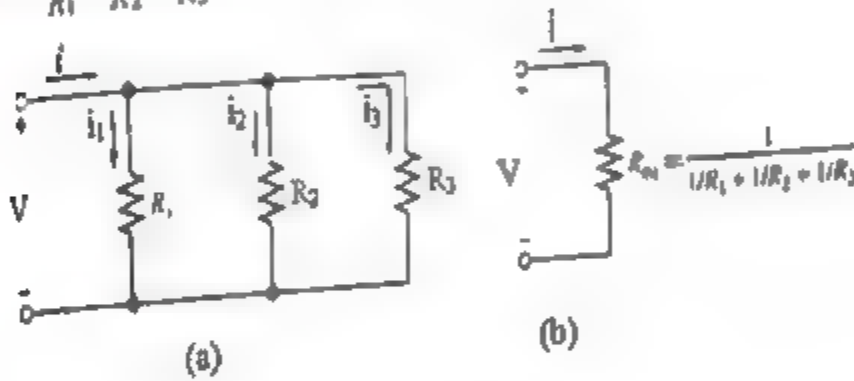
$$i = i_1 + i_2 + i_3, \dots \dots (4.12)$$

الآن نستخدم المعادلات (4.9) و (4.10) و (4.11) للتعبير في المعادلة (4.12) نحصل على:

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \dots \dots \dots (4.13)$$

بأخذ V عامل مشترك نحصل على:

$$i = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V \dots \dots \dots (4.14)$$



الشكل (4-2)

مقاومات التوازي يمكن أن تجمع لتكون مقاومة مكافئة

الآن سنعرف المقاومة المكافئة كالتالي:

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \dots \dots \dots (4.15)$$

باعتبار المقاومة المكافئة فإن المعادلة (4.14) تصبح:

$$i = \frac{1}{R_{eq}} V \dots \dots \dots (4.16)$$

بمقارنة المعادلات (4.14) و (4.16)، نرى أن i و V لهما علاقة بالطريقة نفسها بـ R_{eq} معطاة بالمعادلة (4.15) لذا فإن مجموعة المقاومات

منه يمكن أن تستبدل بمقاومة مكافئة بدون تغيير التيارات والجهد في الدارة.
أدى من الدائرة المقاومة المكافئة موضحة في الشكل (4.2b)

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \quad (4.17)$$

وبالمثل فإنه لمقاومتين يكون:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad \dots (4.18)$$

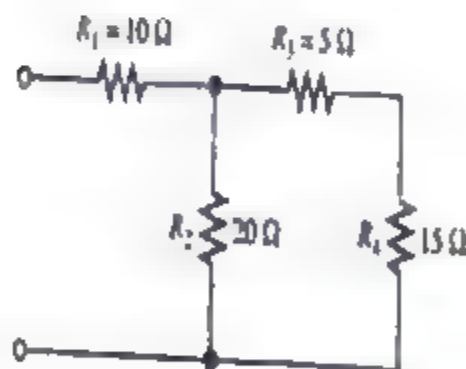
و يمكن وضعها على الشكل:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.19)$$

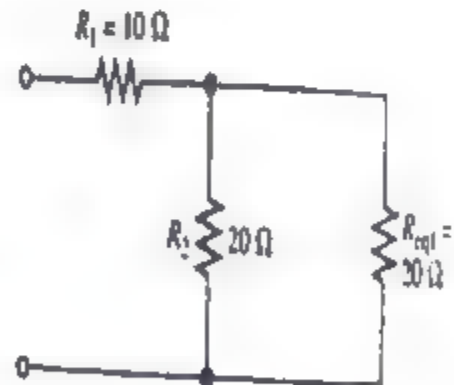
(ملاحظة تلك المعادلة 4.19 تنطبق فقط على مقاومتين). أحياناً، دوائر
المقاومة يمكن أن تتحول إلى مقاومة مكافئة وحيدة بإعادة لجميع مقاومات على
التوالي أو التوازي.

مثال 4-1

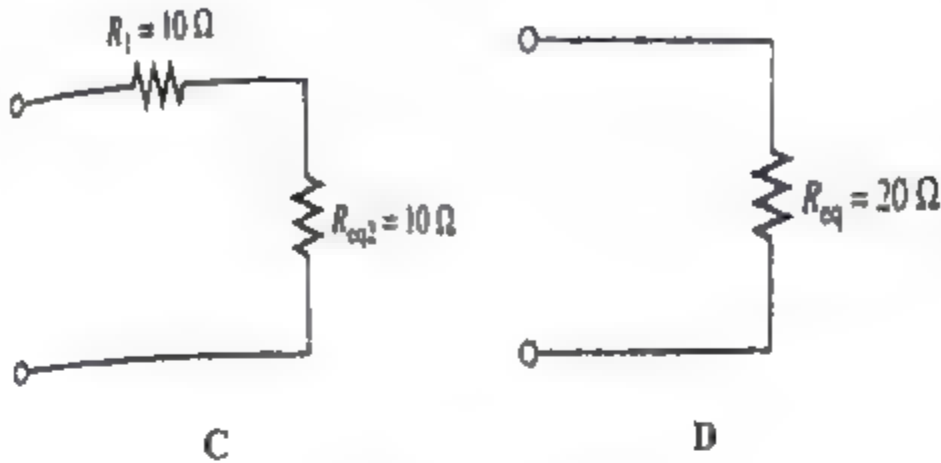
جد المقاومة المكافئة الوحيدة للشبكة الموضحة في الشكل (4.3a).



A



B



الشكل (4-3)

دوائر المقاومة للمثال 4-1

الحل:

أولاً، نبحث عن مجموعة مقاومات على التوالي أو التوازي. في الشكل (4.3a) فإن R_3 و R_4 هما على التوالي. (في الحقيقة، ليست هناك مقاومتين أخرى في هذه الشبكة بالتوازي أو بالتوازي) هكذا. خطوتنا الأولى أن نجمع R_3 و R_4 و يحل محلهم مقاومتهم المكافئة. نذكر أن المقاومة المكافئة لمقاومتين على التوالي هو مجموع تلك المقاومتين

$$R_{eq1} = R_3 + R_4 = 5 + 15 = 20\Omega$$

الشكل (4.3b) يوضح الشبكة بعد استبدال R_3 و R_4 بالمقاومة المكافئة لهما. الآن نرى أن R_2 و R_{eq1} هما بالتوازي. المقاومة المكافئة لهذه المجموعة هي:

$$R_{eq2} = \frac{1}{1/R_{eq1} + 1/R_2} = \frac{1}{1/20 + 1/20} = 10\Omega$$

هذا البديل يعطينا الشبكة المكافئة الموضحة في الشكل (4.3c)

أخيراً، نرى بأن R_1 و R_{eq2} يكونان على التوالي. هكذا، فإن المقاومة المكافئة لكامل الشبكة هي 20Ω

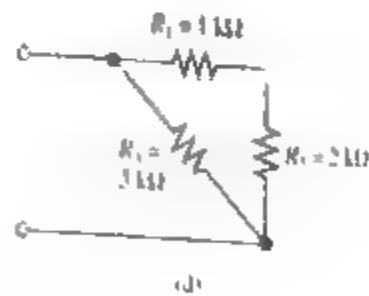
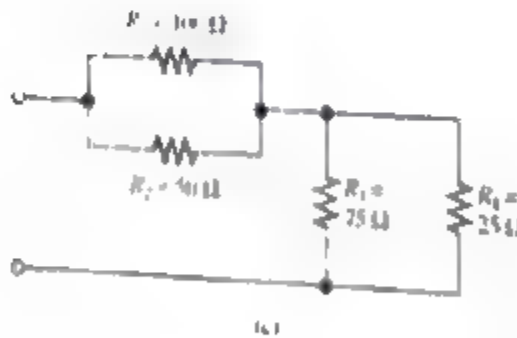
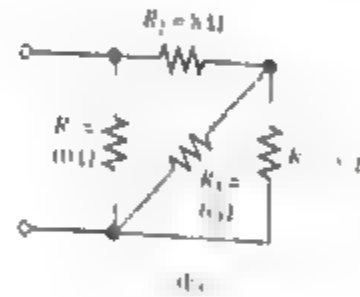
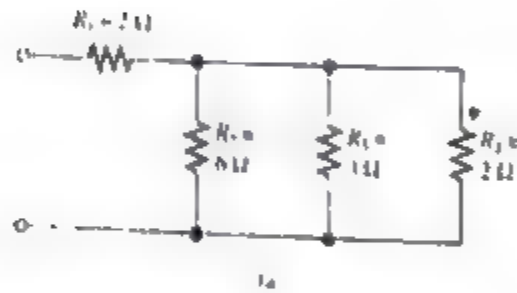
مسألة (4-3)

حدد المقاومة المكافئة لكل من الشبكات الموضحة في الشكل (4-4):

الجواب:

- a) 3Ω ;
- b) 5Ω ;
- c) 52.1Ω
- d) $1.5k\Omega$

لدوائر المتوازية مقابل الدوائر المتوازية:



الشكل (4-4)

العنصر مثل المصباح الضوئي الذي يمتص القدرة يسمى بالحمل. عندما نريد توزيع القدرة من مصدر جهد وحيد إلى الأحمال المختلفة، نضع عادة الأحمال

بالتوازي، و المفتاح على التوالي مع كلّ حمل يمكن أن يمنع تدفق التيار إلى ذلك الحمل بدون التأثير على الجهد المسلط على الأحمال الأخرى.

4-2 تحليل الشبكة باستخدام مكافئات التوالي والتوازي:

network Analysis by Using Series and Parallel Equivalents

الشبكة الكهربائية (أو الدائرة الكهربائية) تشمل عناصر الدائرة، مثل المقاومات و مصادر الجهد ومصادر التيار، تربط سوية في الشكل مسار مغلق. تحليل الشبكة هي عملية تحديد التيار والجهد والقدرة لكل عنصر معطى في مخطط الدائرة وقيم العناصر. في الفقرات الآتية سوف ندرس عدة تقنيات مفيدة لتحليل الشبكة أحيانا نستطيع تحديد التيارات والجهود لكل عنصر في دائرة المقاومة لإعادة استبدال المركبات المتوالية والمتوازية بمقاوماتها المكافئة هذا يمكن أن يقلل كفاءة الدائرة التي دوائها المكافئة يمكن أن تحل بسهولة. المعلومة مرة أخرى من الدائرة المبسطة تنقل إلى الخطوات السابقة للدائرة المكافئة. في النهاية سوف نكسب معلومة حول الدائرة الأصلية للتحليل كل التيارات والجهود.

تحليل الدائرة باستعمال مكافئات التوالي والتوازي:

Circuit Analysis Using Serial/Parallel Equivalent

- يوجد هناك خطوات في حل الدوائر باستخدام مكافئات التوالي و لتوازي.
- 1 - إبدأ بوضع المركبات للمقاومات التي تكون على التوالي أو التوازي. غالبا نضع البداية في الجهد البعيدة من المصدر
 - 2 - نعيد رسم الدائرة مع المقاومة المكافئة لتجميع الموجود في الخطوة الأولى.
 - 3 - نعيد الخطوات 1 و 2 حتى تقل الاحتمالات. غالبا (وليس دائما) سوف ينتهي بمصدر مفرد ومقاومة مفردة.

٤- نحل للتيارات و الجهود للدائرة المكافئة الأخيرة. بعد ذلك نحول النتيجة إلى خطوة التي قبلها ونحل للتيارات غير معروفة وجهود. مرة أخرى نحول النتيجة إلى الخطوة التي قبلها ونحل. نعيد حتى تصبح كل التيارات والجهود معروفة في الدائرة الأصلية.

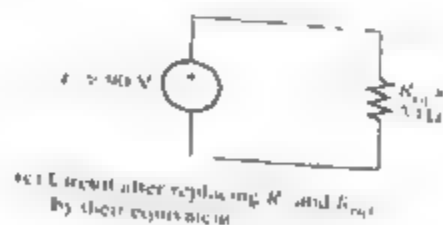
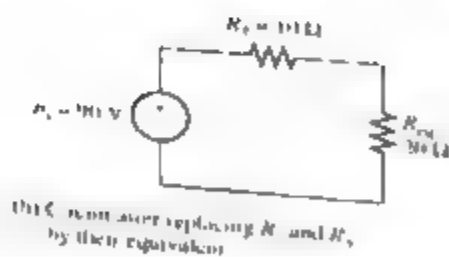
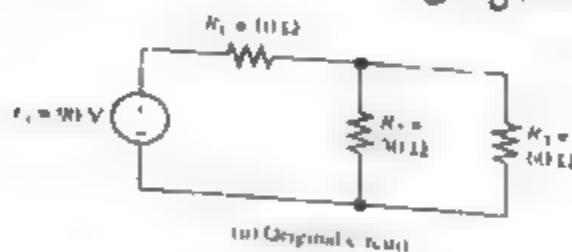
مثال 4-2

جد التيار والجهد والقدرة لكل عنصر من الدائرة المبينة في الشكل (4.2a) ؟

الحل:

أولا لجمع المقاومات على التوالي والتوازي ، مثلا في الدائرة الأصلية R_2 و R_3 يكونان بالتوازي.

إستبدال R_2 و R_3 بمكافئهم الموازي. سنحصل على الدائرة المبينة في الشكل (4.5b). بعد ذلك نرى أن R_1 و R_{eq1} بالتوازي نستبدل هذه المقاومات بمجموعهم، سوف نحصل على الدائرة المبينة في الشكل (4.5c).



الشكل (4-5)

الدائرة ونسختها المبسطة

بعد أن اختصرنا الشبكة إلى مقاومة مكافئة مربوطة مع المصدر لحمل الدائرة المبسطة. بعد ذلك سوف نحول النتيجة عكسيا خلال الدوائر المكافئة. نبين هذه العملية في الشكل (4.6) (الشكل 4.6 يشير إلى الشكل 4.5 ماعدا للتيارات والجهود المبينة في الشكل (4.6) غالبا في حل الشبكة بواسطة هذه التقنية نرسم أولا مجموعة الشبكات المكافئة وبعد ذلك نكتب النتائج على نفس الرسومات).

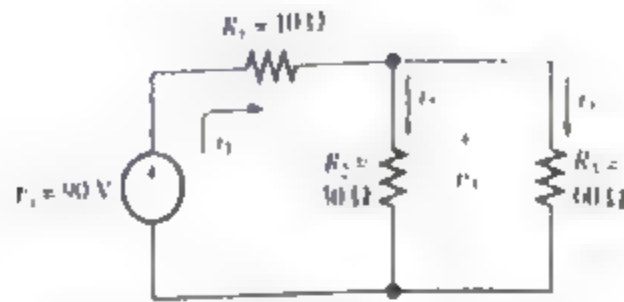
أولا نحل الشبكة المبسطة الموضحة في الشكل (4.6c). بسبب أن R_{eq} بالتوازي مع مصدر الجهد $90V$ فإن الجهد المسلط على R_{eq} ينبغي أن يكون $90V$ بقطبية موجبة في النهاية العليا. هكذا فإن التيار المتدفق خلال R_{eq} يعطى بالعلاقة:

$$i_1 = \frac{V_s}{R_{eq}} = \frac{90V}{30\Omega} = 3A$$

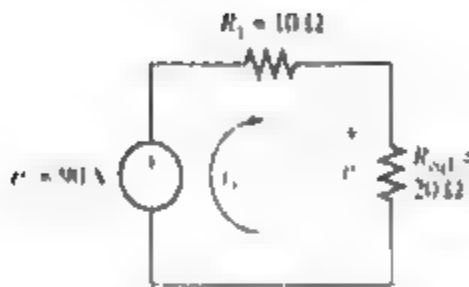
عرفنا أن هذا التيار يتدفق إلى الأسفل (من الموجب إلى السالب) خلال R_{eq} . حيث أن V_s و R_{eq} هما بالتوالي كما في الشكل (4.6c) وأن التيار ينبغي أن يتدفق إلى الأعلى V_s . هكذا فإن $i_1 = 3A$ يتدفق باتجاه عقرب الساعة حول الدائرة كما هو موضح في الشكل (4.6c).

بسبب أن R_{eq} هي المقاومة المكافئة المنظورة من قبل المصدر في كل الأجزاء الثلاثة في الشكل (4.6) أن التيار خلال V_s ينبغي أن يكون $i_1 = 3A$ متدفق باتجاه الأعلى في كل الثلاث الدوائر المكافئة.

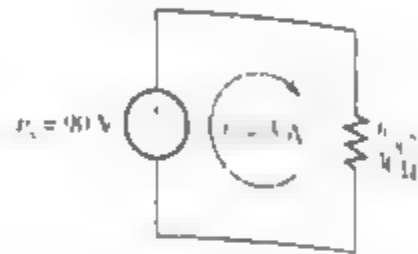
في الشكل (4.6b) رأينا أن i_1 يتدفق باتجاه عقارب الساعة خلال V_s و R_1



(a) Third, we use known values of i_1 and v_1 to solve for the remaining currents and voltages



(b) Second, we find $v_2 = R_{eq} i_1 = 60V$



(c) First, we solve for $i_1 = \frac{V_1}{R_{eq}} = 3A$

الشكل (4-6)

تحويل الدائرة إلى مصدر ومقاومة مكافئة

و R_{eq1} . الجهد المسلط على R_{eq1} يعطى بالعلاقة التالية :

$$V_2 = R_{eq1} i_1 = 20\Omega \times 3A = 60V$$

بسبب أن R_{eq1} هي المقاومة المكافئة لمجموعة التوازي R_2 و R_3 فإن الجهد V_2 يظهر مسلط على R_2 و R_3 في الشبكة الأصلية.

في هذه النقطة نلاحظ أن التيار خلال V_s و R_1 و $i_1 = 3A$. لذلك فإن الجهد المسلط على R_2 و R_3 هو 50. هذه المعلومة الموضحة في الشكل (4-6a)، الآن يمكننا حساب القيم الباقية المطلوبة :

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{60V}{30\Omega} = 2A$$

$$i_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{60v}{60\Omega} = 1A$$

(كما يمكننا استخدام KCL لتسوية التيار $i_1 = i_2 + i_3$)

بعد ذلك نستطيع استخدام قانون أوم لحساب قيمة V_1 .

$$V_1 = R_1 i_1 = 10\Omega \times 3A = 30v$$

(ويمكننا استخدام KVL حيث $V_s = V_1 + V_2$).

الآن يمكننا حساب القدرة لكل عنصر لمصدر الجهد فإن القدرة هي :

$$P_s = -V_s i_1$$

نحن نضمن الإشارة السالبة بسبب أن المرجع لـ V_s و i_1 عكس المركبة الحاملة. يتموضع القيم نحصل على:

$$P_s = -(90v) \times 3A = -270w$$

بسبب أن القدرة للمصدر سالبة فإننا نعرف أن المصدر هو طاقة المسطرة على العناصر الأخرى في الدائرة.

القدرة للمقاومات هي:

$$P_1 = -R_1 i_1^2 = 10\Omega \times (3A)^2 = 90w$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{(-60v)^2}{30\Omega} = 120w$$

$$P_3 = \frac{V_2^2}{R_3} = \frac{(-60v)^2}{60\Omega} = 60w$$

(إن $P_s + P_1 + P_2 + P_3 = 0$ يوضح أن القدرة تكون محفوظة)



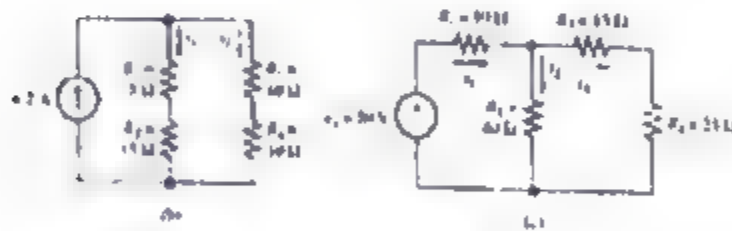
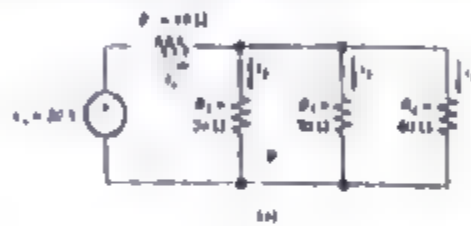
لتحكم القدرة باستخدام عناصر حرارية بالتوالي أو بالتوازي

Power Control By Using Heating Elements in Serial or Parallel

نستخدم المقاومات عموماً كعناصر حرارية نتيجة رد الفعل للعمليات الكيميائية باستخدام عناصر حرارية متعددة والتي تعمل منفردة على التوالي أو لتوازي يمكن تحقيق مستويات قدرة متعددة، هذا يكون مفيد للتحكم في درجة الحرارة للعمليات الكيميائية.

سؤال 2 - 4:

جد التيارات الموضحة في الشكل (7 - 4) بتركيب المقاومات على التوالي و التوازي



الشكل (7 - 4)

الجواب:

- a) $i_4 = 0.240A$ $i_3 = 0.320A$ $i_2 = 0.480A$ $i_1 = 1.04A$
 b) $i_2 = 1A$ $i_1 = 1A$
 c) $i_3 = 0.5A$ $i_2 = 0.5A$ $i_1 = 1A$

4-3 دوائر مجزئ الجهد ومجزئ التيار

Voltage - Divider and Current - Divider Circuit

- مجزئ الجهد Voltage Divider

عندما نسلط جهد على مجموعة متوالية من المقاومات فإن أجزاء من الجهد تظهر مسلطة عبر كل من المقاومات خذ الدائرة الموضحة في الشكل (4.8) ،
المقاومة المكافئة المنظورة بواسطة مصدر الجهد هي:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \dots (4-20)$$

التيار الكلي هو قسمة الجهد الكلي على المقاومة المكافئة:

$$I = \frac{V_{total}}{R_{eq}} = \frac{V_{total}}{R_1 + R_2 + R_3} \dots (4-21)$$

لذلك فإن الجهد المسلط على R_1 هو:

$$V_1 = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} V_{total} \dots (4-22)$$

بالمثل نحصل على:

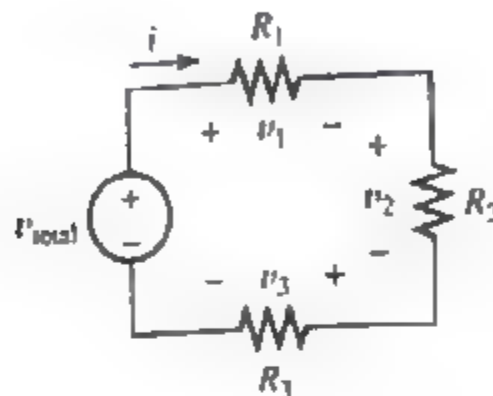
$$V_2 = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V_{total} \dots (4-23)$$

و

$$V_3 = R_3 I = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V_{total} \dots (4-24)$$

يمكننا تلخيص هذه النتائج بواسطة هذه العبارة : الجهد الكلي يظهر مجزئ على المقاومة في دائرة التوالي كنسبة المقاومة المعطاة إلى مقاومة التوالي الكلية. هذا ما يسمى بقاعدة تجزئة الجهد (Voltage - Division Principle) نحن اشتقنا أساس

تجزئة الجهد لثلاث مقاومات على التوالي ولكن يطبق لأي عدد من المقاومات مادامت مربوطة على التوالي.



الشكل (4-8)

دائرة توضح أساس تجزئة الجهد

مثال 4-3

جد الجهد V_1 و V_4 في الشكل (4-9)

الحل :

باستخدام تجزئة الجهد فإن V_1 هو عبارة الجهد الكلي مضروب في نسبة R_1 إلى المقاومة الكلية.

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{total}$$

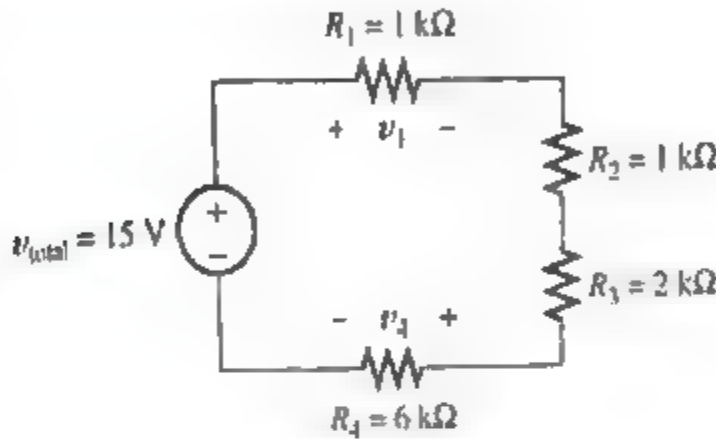
$$= \frac{1000}{1000 + 1000 + 2000 + 6000} \times 15 = 1.5v$$

بالمثل

$$V_4 = \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} V_{total}$$

$$= \frac{6000}{1000+1000+2000+6000} \times 15 = 9V$$

لاحظ أن الجهد الأكبر يظهر على المقاومة الكبرى في دائرة التوالي.



الشكل (4-9)

مجزئ التيار Current – Divider

التيار الكلي يتدفق في داخل المقاومات المتوازية و يتجزأ التيار خلال كل مقاومة. للدائرة الموضحة في الشكل (4.10). المقاومة المكافئة تعطى بالعلاقة :

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \dots \dots \dots (4-25)$$

والجهد المسلط على المقاومة يعطى بالعلاقة :

$$V = R_{eq} i_{total} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_{total} \dots \dots \dots (4-26)$$

الآن يمكننا إيجاد التيار في كل مقاومة :

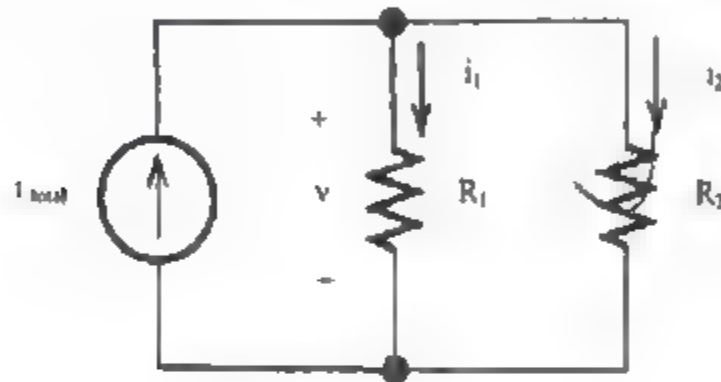
$$i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_{total} \dots \dots \dots (4-27)$$

و

$$i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_{total} \dots \dots \dots (4-28)$$



يمكننا تلخيص هذه النتائج بواسطة معرفة أساس تجزئة التيار: لمقاومتين على التوازي فإن جزء من التيار الكلي يتدفق في المقاومة بنسبة المقاومة الأخرى إلى مجموع المقاومتين. لاحظ أن هذا الأساس يطبق فقط على مقاومتين. إذا كان لدينا أكثر من مقاومتين على التوازي فينبغي أن لجمع المقاومات لنحصل على مقاومتين تل تطبيق أساس تجزئة التيار.



الشكل (4-10)

دائرة تستخدم أساس تجزئة التيار

مثال 4-4

باستخدام أساس تجزئة الجهد V_x في الشكل (4-11a) بعد ذلك جد مصدر التيار i_3 و استخدم أساس تجزئة التيار لتحسب التيار i_3 .

الحل:

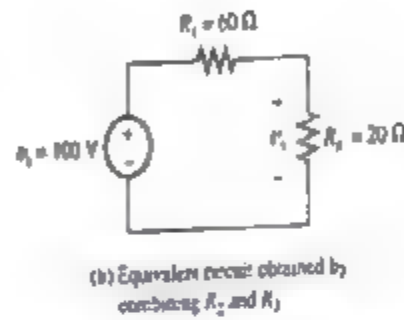
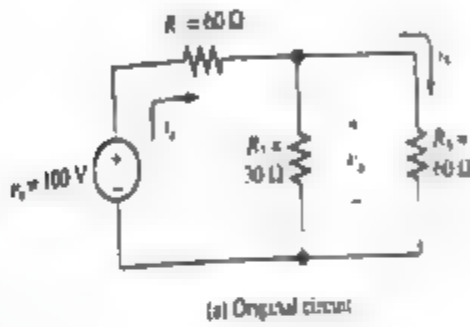
أساس تجزئة الجهد يطبق فقط للمقاومات على التوالي. لذلك فإننا ينبغي أن نجمع R_2 و R_3 . المقاومة لمجموعة التوازي R_2 و R_3 هي

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20 \Omega$$

الشبكة المكافئة موضحة في الشكل (4-11b).

الآن يمكننا تطبيق أساس تجزئة الجهد لإيجاد V_x . الجهد V_x يساوي الجهد الكلي مضروب في R_x مقسومة على مقاومة التوالي الكلية

$$V_x = \frac{R_x}{R_1 + R_x} V_s = \frac{20}{60 + 20} \times 100 = 25V$$



الشكل (11 - 4)

تيار المصدر i_s هو

$$i_s = \frac{V_s}{R_1 + R_x} = \frac{100}{60 + 20} = 1.25A$$

الآن يمكننا استخدام أساس تجزئة التيار لإيجاد i_3 . جزء من تيار المصدر يمر خلال R_3 بعامل يساوي $R_2 / (R_2 + R_x)$ هكذا نحصل على:

$$i_3 = \frac{R_2}{R_1 + R_x} i_s = \frac{30}{30 + 60} \times 1.25 = 0.417A$$

يمكننا حساب i_3 بطريقة أخرى:

$$i_3 = \frac{V_x}{R_3} = \frac{25}{60} = 0.417A$$

مثال 4-5

استخدم أساس تجزئة التيار لإيجاد التيار i_1 في الشكل (4-12a).

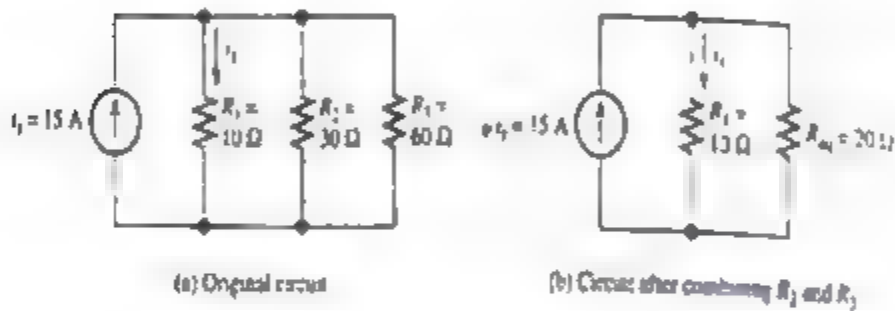
الحل: أساس تجزئة التيار يطبق للمقاومتين على التوازي. لذلك الخطوة الأولى هي
تجميع R_2 و R_3 :

$$R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20 \Omega$$

النتيجة دائرة مكافئة موضحة في الشكل (4-12b). بتطبيق أساس تجزئة التيار

نحصل على:

$$I_1 = \frac{R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} I_s = \frac{20}{10 + 20} 15 = 10 A$$



الشكل (4-12)

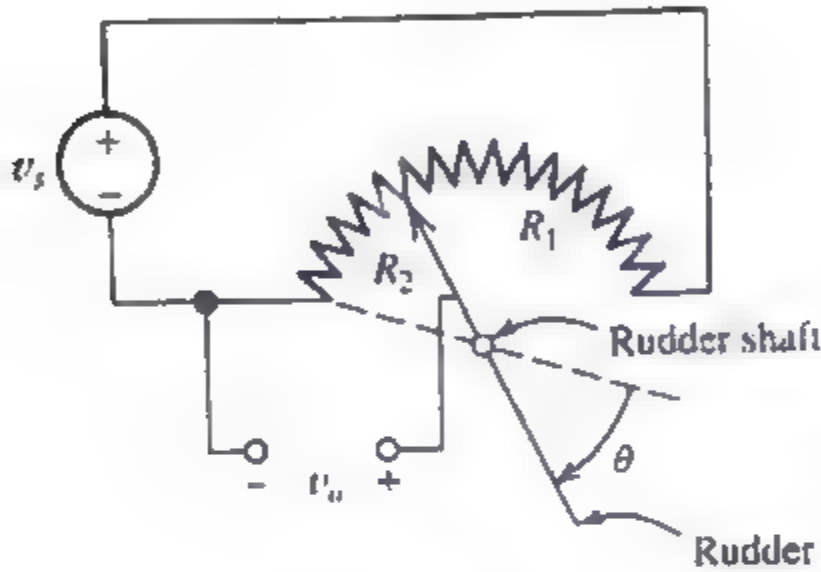
محسات الموضع المعتمدة على أساس تجزئة الجهد:

Position Transducers Based on the Voltage Division Principle

نستخدم المحسات (Transducers) لإنتاج جهد (أو في بعض الأحيان تيار) يتناسب مع كمية فيزيائية مهمة مثل المسافة أو الضغط أو الحرارة. فمثلاً الشكل (3، 4) يوضح كيف أن الجهد يتناسب مع زاوية الفة لقارب أو سفينة. كلما رجعت لدفة فإن المترلق المحتك يتحرك على طول المقاومة حيث أن R_2 تتناسب مع روية⁹. إن المقاومة ($R_1 + R_2$) تكون ثابتة. لذلك فإن جهد الخرج يكون:

$$V_o = V_s \frac{R_2}{R_2 + R_3} = K\theta$$

حيث K هو ثابت التناسب الذي يعتمد على مصدر الجهد V_s وتركيب المجس. توجد هناك أمثلة كثيرة من المجسات تستخدم في التطبيقات الهندسية.



الشكل (13 - 4)

أساس تجزئة الجهد تشكل منحس الموضع حيث أن الجهد V_o يتناسب مع زاوية الدفة؟

سؤال 3 - 4:

استخدم أساس تجزئة الجهد لإيجاد الجهود الموضحة في الشكل (14 - 4).

الجواب :

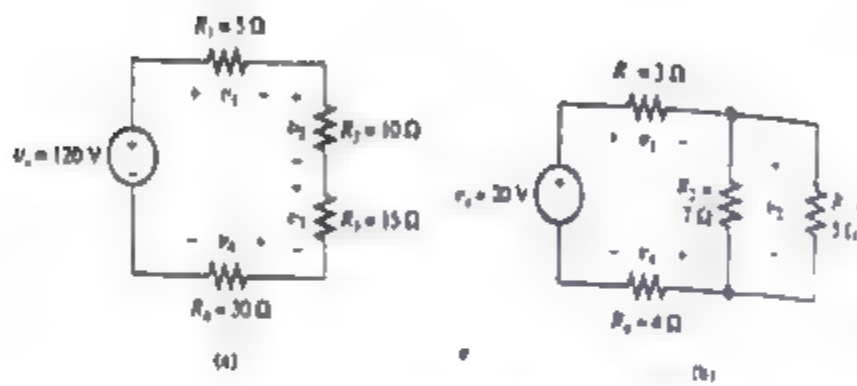
- a) $V_4 = 60V$ $V = 30V$ $V_2 = 20V$ $V_1 = 10V$
b) $V_4 = 8.07V$ $V_2 = 5.88V$ $V_1 = 6.05V$

سؤال 4-4:

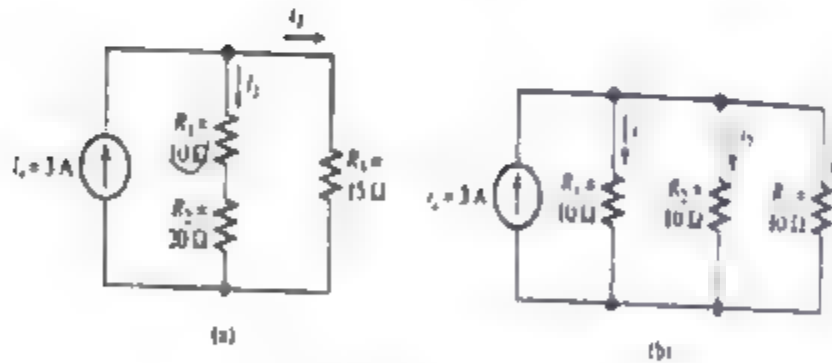
استخدم أساس تجزئة التيار لإيجاد التيارات الموضحة في الشكل (4-15).

الجواب:

$$i_1 = i_2 = i_3 = 1A \quad (a)$$



الشكل (4-14)



الشكل (4-15)

4-4 تحليل جهد العقدة Node Voltage Analysis

طرق تحليل الشبكة تكون مفيدة ولكن لا تحتاج تطبيقها على الشبكات. فعثلا لدائرة الموضحة في الشكل (4-16) اتنا لا نستطيع حل هذه الدائرة بواسطة تجميع

تدومت على ثوري و ثوري بسبب انه لا يوجد تركيب متوالي او متوازي
مقدومت موجودة في دائرة. فضلا عن ذلك فان اساسيات نظرية الجهد والحيزان
تتبع لا يمكن ان تحقق على هذه الدائرة. في هذه الفقرة سنتعلم تحليل جهد العقدة
و اني تشكل تقنية عامة يمكن تطبيقها على أي دائرة.

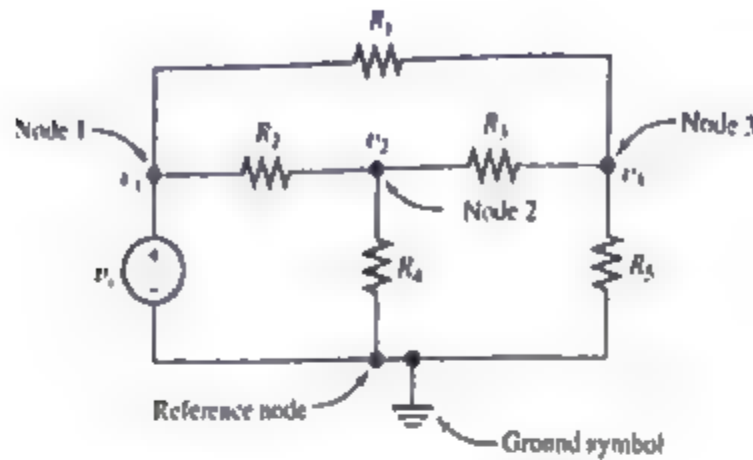
اختيار عقدة مرجع Selecting the Reference Node

عقدة هي نقطة نسبي تربط عنصرين أو أكثر مع بعض في الدائرة. في
تحليل الجهد العقدة ذات ولا اختيار عقدة مرجع (Reference Node). في
الأساس فان أي عقدة يمكن ان نسميها عقدة مرجع و اني اختيار في إحدى
نقاط مصدر جهد.

فمثلا دائرة موضحة في الشكل التالي فان أربع عقد. دعنا نختار العقدة
نفسى كعقدة مرجع. تكون عقدة مرجع بواسطة رمز الأرضي كما موضح في
شكل (4-16).

تسمية جهود العقدة Assigning Node Voltages

بعد ذلك نسمي جهود في كل عقدة لأخرى. فمثلا لنبدأ الجهود في العقدة
ثلاث نسمي ١١ و ١٢ و ١٣ كما هو موضح في الشكل (4-16). الجهد ٧١ هو
جهد بين العقدة ١ و عقدة مرجع و يشار إليه ١٢ هو الجهد بين العقدة ٢ و
عقدة مرجع. نقطة محبة ان تكون موجبة في العقدة ٢ و سالبة في عقدة المرجع.
في حقيقة ان نقطة سالبة لكل جهود مرجع هي في عقدة المرجع. نقول ان ٧١
هو جهد في العقدة ١ نسبة إلى عقدة المرجع

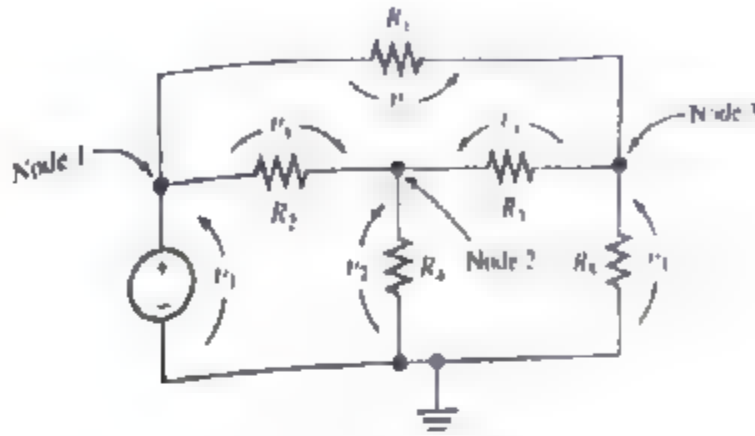


الشكل (4-16)

إيجاد جهود العنصر بواسطة جهود العقدة :

Finding Element Voltage In Term of the Node Voltage

في تحليل جهد العقدة فإننا نكتب المعادلات و نحل جهود العقدة. إن جهود العقدة التي نبحثها تسهل إيجاد التيار و الجهد و القدرة لكل عنصر في الدائرة. فمثلاً إذا افترضنا أننا عرفنا قيم جهود العقدة و نريد إيجاد الجهد المسلط على R_3 ، و لتجنب تسميات إضافية في الشكل (4-16) فإننا نكون رسم آخر للدائرة كما موضح في الشكل (4-17) حيث أسهم لنشير للقطبيات نسبة إلى المرجع. لاحظ أن V_2 و V_x و V_3 هي جهود موجودة في المسار المغلق خلال R_3 و R_4 و R_5 . هذه الجهود يجب أن تحقق قانون كيرشوف للجهد. الشكل (4-17) يوضح تسمية جهود العقدة.



الشكل (4-17)

بالدوران حول الحلقة في اتجاه عقرب الساعة و جمع الجهود لمحصل على
 $-V_2 + V_x + V_3 = 0$

لحل V_x لمحصل على

$$V_x = V_2 - V_3$$

هكذا يمكننا إيجاد الجهد المسلط على أي عنصر في الشبكة كفسرق بين جهود العقدة.

بعد أن نوجد الجهود يمكن استخدام قانون أوم أو KCL لإيجاد التيار في كل عنصر بعد ذلك يمكن حساب القدرة عن طريق حاصل ضرب الجهد و التيار لكل عنصر.

سؤال 4-5 :

للدائرة في الشكل (4-17) جد تعبير لـ V_y و V_z بواسطة جهود العقدة V_1 و V_2 و V_3 ؟

الجواب :

$$V_z = V_3 - V_1$$

$$V_y = V_2 - V_1$$

كتابة معادلات KCL بدلالة جهود العقدة

Writing KCL Equation In Terms of the Node Voltages

بعد اختيار عقدة المرجع و تسمية متغيرات الجهد نكتب المعادلات التي نحل جهود العقدة. في الشكل (4 - 16) فإن الجهد V_1 هو نفس جهد المصدر V_S .

$$V_1 = V_S$$

ندلك نحتاج إلى تحديد قيم V_2 و V_3 و ينبغي علينا كتابة معادلتين مستقلتين. نبدأ غدا بكتابة معادلات التيار في كل عقدة موافقة لجهد العقدة المجهولة. مثلاً في العقدة 2 في الشكل (4 - 16) فإن التيار الراحل خلال R_4 يعطى V_2 / R_4 هذا صحيح بسبب أن V_2 هو الجهد المسلط على R_4 مع مرجع موجب في العقدة 2. هكذا فإن التيار V_2 / R_4 يتدفق من العقدة 2 باتجاه عقدة المرجع.

نلاحظ في الشكل (4 - 17) إن التيار المتدفق خارج العقدة 2 خلال R_3 يعطى V_x / R_3 . يمكننا إيجاد أن $V_x = V_2 - V_3$ ، لذلك فإن التيار المتدفق خارج العقدة 2 خلال R_3 يعطى

$$\frac{V_2 - V_3}{R_3}$$

لإيجاد التيار المتدفق في العقدة n خلال المقاومة في اتجاه العقدة k فإننا نطرح جهد العقدة k من جهد العقدة n ونقسم الفرق على المقاومة.

هكذا فإنه إذا كان V_n و V_k جهود عقد R هي مقاومة الربط بين العقتين و أن التيار المتدفق من العقدة n باتجاه العقدة k يعطى بالعلاقة :

$$\frac{V_n - V_k}{R}$$

تطبيق هذه الملاحظة في الشكل (4-16) لإيجاد التيار المتدفق الخارج من العقدة 2 خلال R_2 نحصل على :

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2}$$

[في التمرين 5 جدنا أن $V_y = V_2 - V_1$ (انظر الشكل (4-17)) ، إن التيار إلى اليسار خلال R_2 هو V_y/R_2 ، التعويض يعطينا الصيغة أعلى] بالطبع إذا كانت المقاومة مربوطة بين العقدة n وعقدة المرجع فإن صيغة التيار المتحرك من العقدة n باتجاه عقدة المرجع ، يبسط إلى جهد العقدة V_n مقسوما على المقاومة ، مثلا العقدة السابقة فإن التيار يغادر من العقدة 2 خلال R_4 والمعطى بالعلاقة V_2/R_4 الآن نطبق KCL وإضافة كل الصيغ للتيار الراحلة للعقدة 2 ووضع المجموع مساو للصفر ، لذلك نحصل على :

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0$$

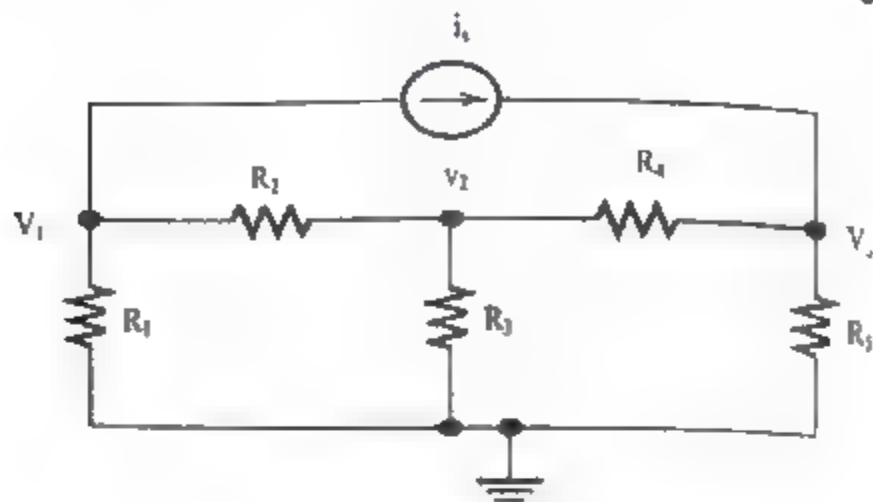
ان كتابة معادلة التيارات في العقدة 3 يكون مشابه. نحاول ان نتبع نفس الطريقة في كتابة كل المعادلات ، بعد ذلك فإن المعادلات تأخذ شكل مشابه ، غالبا نكتب صيغ التيارات الراحلة من العقدة ونضع المجموع مساو للصفر ، بتطبيق هذه الطريقة في العقدة 3 من الشكل نحصل على :

$$\frac{V_3 - V_1}{R} + \frac{V_3}{R_3} + \frac{V_3 - V_2}{R_3} = 0$$

في كثير من الشبكات يمكننا الحصول على كل المعادلات المطلوبة لحل جهود العقدة بواسطة تطبيق KCL على العقد التي جهودها غير معروفة.

مثال 4-6

اكتب معادلات جهود العقدة V_1, V_2, V_3 للدائرة الموضحة في الشكل (4-18) ؟



الشكل (4-18)

باستخدام KCL نكتب معادلة العقدة 1

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + i_s = 0$$

كل حد على الجانب الأيسر من هذه المعادلة يمثل تيار يغادر من العقدة 1

بجمع التيارات الخارجة من العقدة 2 نحصل على

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_3}{R_4} = 0$$

و بالمثل في العقدة 3 نجد أن

$$\frac{V_3}{R_5} + \frac{V_3 - V_2}{R_4} = i_s$$

وبالمثل في العقدة 3 فإن التيار يرحل من الجانب الأيسر والتيار الداخل على

الجانب الأيمن.

سؤال 4-6 :

استخدم KCL لكتابة المعادلات في كل عقدة (عدا عقدة المرجع) للدائرة

الموضحة في الشكل (4-19) ؟

الجواب :

$$\frac{V_1 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} = i_a$$

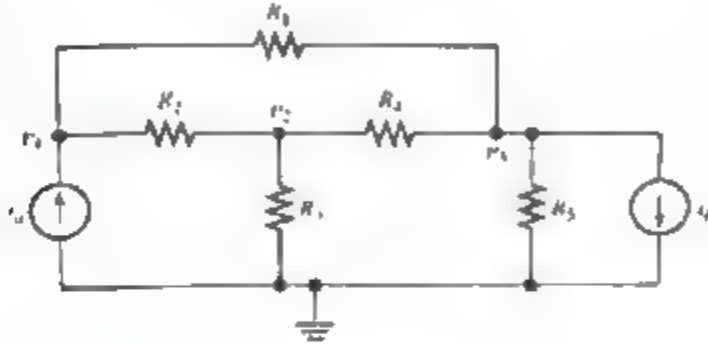
العقدة 1 :

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_2 - V_3}{R_4} = 0$$

العقدة 2 :

$$\frac{V_3}{R_5} + \frac{V_3 - V_2}{R_4} + \frac{V_3 - V_1}{R_1} = 0$$

العقدة 3 :



الشكل (4 - 19)

حل معادلات الدائرة Solving the circuit Equations

مرة اخرى نكتب المعادلات المطلوبة لحل جهود العقدة بوضع المعادلات في الشكل القياسي. نحن نجمع متغيرات جهد العقدة على الطرف الايسر من المعادلات ونضع الحدود دون ان تتضمن جهود العقدة على الطرف الايمن ، جهود عقدتين اصلاحا نضع معادلات جهد العقدة في الشكل التالي:

$$g_{11}V_1 + g_{12}V_2 = i_1 \quad (4.29)$$

$$g_{21}V_1 + g_{22}V_2 = i_2 \quad (4.30)$$

اذا كان لدينا ثلاثة جهود عقدة غير معروفة فان المعادلات تكون بالشكل التالي:

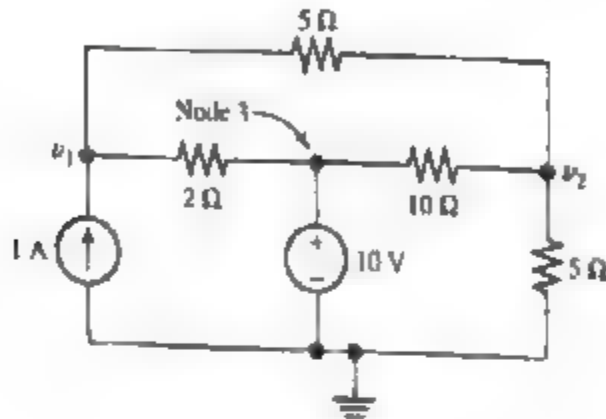
$$g_{11}V_1 + g_{12}V_2 + g_{13}V_3 = i_1 \quad (4.31)$$

$$g_{21}V_1 + g_{22}V_2 + g_{23}V_3 = i_2 \quad (4.32)$$

$$g_{31}V_1 + g_{32}V_2 + g_{33}V_3 = i_3 \quad (4.33)$$

مثال 4-7

اكتب المعادلات للشبكة الموضحة بالشكل (4-20) ثم ضعها في الشكل القياسي؟



الشكل (4-20)

الحل :

لاحظ اننا اخترنا عقدة المرجع في النهاية السفلى لمصادر الجهد. ان الجهد في العقدة 3 يكون معروفا ويساوي 10v و لا نحتاج الى وضع متغير لتلك العقدة.

بكتابة معادلات التيارات في العقدة 1 و 2 نحصل على :

$$\frac{V_1 - V_2}{5} + \frac{V_1 - 10}{2} = 1$$

$$\frac{V_2}{5} + \frac{V_2 - 10}{10} + \frac{V_2 - V_1}{5} = 0$$

ونتجميع الحدود ووضعت الثوابت على الجانب الايمن من المعادلات نحصل على

$$0.7 V_1 - 0.2 V_2 = 6$$

$$- 0.2 V_1 + 0.5 V_2 = 1$$

وبذلك حصلنا على المعادلات المطلوبة لحل V_1 , V_2 في شكلها القياسي.

حل معادلات الشبكة Solving the Network Equations

بعد الحصول على المعادلات في الشكل القياسي يمكننا حلها بعدة طرق،
مثل الحذف أو التعويض. برامج الكمبيوتر والحاسبات متاحة بشكل واسع لتحل
نظم معادلات خطية

سؤال :

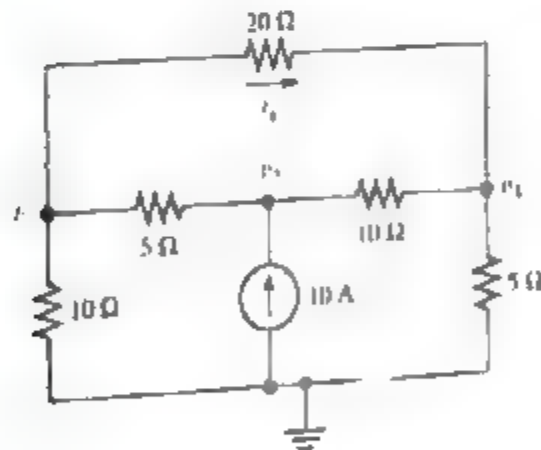
حل المعادلات للمثال (4-7) لإيجاد V_1 و V_2

الجواب :

$$V_2 = 6.129V$$

$$V_1 = 10.32V$$

مثال 4-8

حل جهود العقدة الموضحة بالشكل (4-21) وجد قيمة التيار i_x 

الشكل (4-21)

الحل :

الخطوة الأولى في تحليل الدائرة هي اختيار عقدة المرجع وتسمية الجهود على
لعقدة، هذا موضح في الشكل (4 21)

ثم بعد ذلك نكتب المعادلات. في هذه الحالة يمكن أن نكتب معادلة التيار في كل عقدة وهذا يعطينا

$$\frac{I_1}{10} + \frac{I_2 - I_1}{20} + \frac{I_3 - I_1}{20} = 0$$

العقدة 1 :

$$\frac{I_2 - I_1}{5} + \frac{I_1 - I_2}{10} = 10$$

العقدة 2 :

$$\frac{I_1}{5} + \frac{I_2 - I_1}{10} + \frac{I_3 - I_1}{20} = 0$$

العقدة 3 :

بعد ذلك نكتب هذه المعادلات في صورتها القياسية .

$$0.35I_1 - 0.2I_2 - 0.05I_3 = 0$$

$$0.2I_1 - 0.3I_2 - 0.1I_3 = 0$$

$$0.05I_1 - 0.1I_2 - 0.35I_3 = 0$$

ونحل هذه المعادلات لحصل على

$$V_1 = 45.45V$$

$$V_2 = 72.73V$$

$$V_3 = 27.27V$$

انحرا نجد التيار i_x

$$i_x = \frac{I_1 - I_2}{20} = \frac{45.45 - 27.27}{20} = 0.909$$

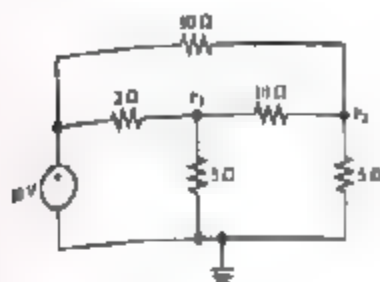
سؤال 4-8 :

حل جهود العقدة V_1 و V_2 في الدائرة الموضحة في الشكل (4-22)

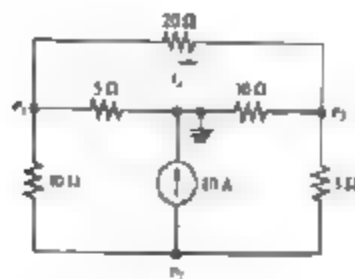
الجواب :

$$V_2 = 4.19V$$

$$V_1 = 6.77V$$



الشكل (4-22)



الشكل (4-23)

سؤال 4-9 :

اعد تحليل دائرة المثال (4-8) باستخدام عقدة المرجع وجهود العقدة الموضحة

في الشكل (4-23)

(a) اولا اكتب معادلات الشبكة

(b) ضع معادلات الشبكة في شكلها القياسي

(c) حل V_1 و V_2 و V_3 (القيم تختلف عن تلك التي وجدت في المثال 4-8بسبب ان V_1 و V_2 و V_3 ليست نفس الجهود في الشكلين)

(d) جد ix (بالطبع ix هو نفسه في كلا الشكلين لذلك فله نفس القيمة).

الجواب :

$$\frac{V_1 - V_3}{20} + \frac{V_1}{5} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{10} + 10 + \frac{V_2 - V_3}{5} = 0$$

$$\frac{V_3 - V_1}{20} + \frac{V_3}{10} + \frac{V_3 - V_2}{5} = 0$$

$$0.35V_1 - 0.10V_2 - 0.05V_3 = 0$$

(b)

$$-0.10V_1 + 0.30V_2 - 0.20V_3 = 0$$

$$-0.05V_1 + 0.20V_2 - 0.35V_3 = 0$$

$$V_3 = -45.45$$

$$V_2 = 72.73$$

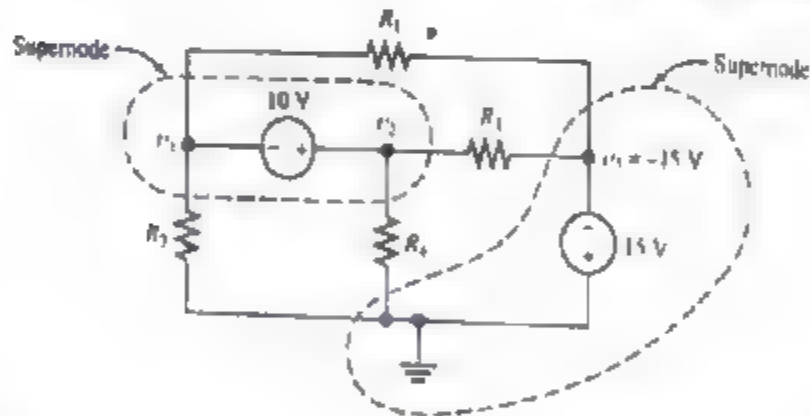
$$V_3 = -27.27 \text{ (c)}$$

$$ix = 0.909 \text{ A (d)}$$

الدوائر مع مصادر الجهد Circuit with Voltage Sources

أحيانا يكون النموذج مكتابة معادلات جهد العقدة (node-voltage) لدينا واضحا مثال ذلك الشبكة في الشكل (4-24) لها جهود عقدة واضحة. لاحظ ان $V_3 = 15\text{V}$ لان مصدر الجهد 15V قد مربوط بين العقدة 3 وعقدة المرجع لذلك فاننا نحتاج الى معادلتين متعلقتين بالجهود غير المعروفة V_1 و V_2 .

ذاتكون كتابة معادلة التيار في العقدة 1 فاننا يجب ان نصنم الفرع للتيار خلال لمصدر 10V سنشير الى هذا انه غير معروف ولكن بعد ذلك سنحل معادلات النظام ذو رتبة عالية.



لشكل (4-24) عقدة السوبر تشكل بواسطة رسم خط متقطع يضم عدة عقد

دا حللنا المعادلات يدويا فاننا نحتاج الى عدد قليل من المجاهيل ، لهذه الدائرة لا يمكن كتابة معادلة لتيار بصيغة جهز لاى عقدة مفردة (حتى عقدة المرجع) لان جهد المصدر مربوط بين العقدتين.

هناك طريقة اخرى للحصول على معادلة التيار بتشكيل عقدة سوبر (supper node) بواسطة خط متقطع حول نقاط متعددة تتضمن عناصر ربط

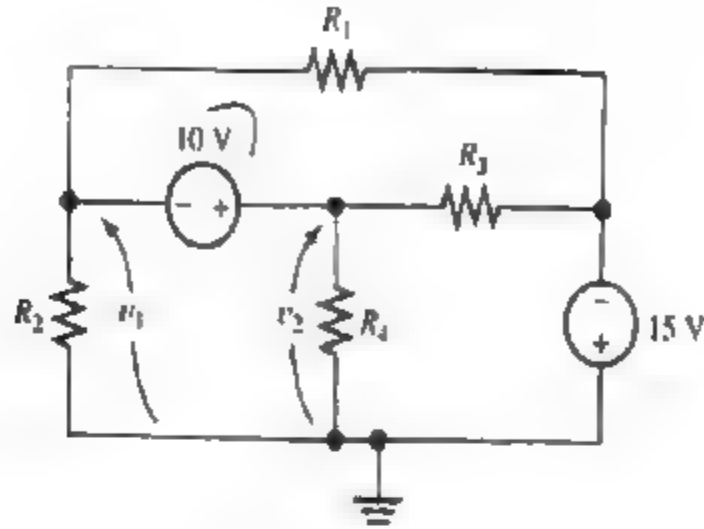
بينهما، ذلك موضح في الشكل (4-24). عقدتي السوبر تتحددان بأن كل واحد منهما مربوطة مع الأخرى عن طريق مصدر جهد.

بصيغة قانون كيرشوف للتيار KCL العامة : مجموع التيارات المتدفقة خلال أي سطح مغلق يجب أن تساوي الصفر. هكذا بتطبيق KCL على عقدة السوبر. مثلا لعقدة السوبر المتضمنة مصدر 10V سوف نجمع التيارات الخارجة ونحصل على

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - (-15)}{R_1} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2 - (-15)}{R_3} = 0$$

كل حد على الجانب الأيسر من هذه المعادلة يعطي التيار الخارج من عقدة السوبر خلال واحدة من المقاومات. يمكننا الحصول على معادلة التيار بدون زيادة متغير جديد للتيار في المصدر بعد ذلك يمكننا كتابة معادلة أخرى للتيار لعقدة سوبر أخرى. لذلك نجد أن المعادلة هي مكافئة لواحدة مكتوبة. عموما نحصل على معادلات معتمدة إذا استخدمنا كل العقد لكتابة معادلات التيار العقدة 1 و 2 هي جزء من عقدة السوبر الأولى بينما العقدة 3 وعقدة المرجع هي جزء من عقدة السوبر الثانية هكذا لكتابة معادلات كلا عقدتي السوبر فأننا استخدمنا كل العقد الأربع في الشبكة.

إذا حاولنا حل جهود العقدة باستخدام التعويض في بعض النقاط من حدود المعادلات ولا يمكن أن نحل لجهود العقد ، إذا حدث ذلك نعرف أننا ينبغي أن نعيد كتابة المعادلات وإيجاد معادلة أخرى لنستخدم في الحل. سوف لن يحدث هذا إذ تجنبنا استخدام كل العقد في كتابة معادلات التيار



الشكل (4-25) جهود العقد V_1, V_2 والمصدر 10V تشكل حلقة مغلقة لتطبيق KVL

و هناك طريقة للحصول على معادلة غير معتمدة للشبكة المأخوذة بعين الاعتبار ، يمكننا استخدام KVL بسبب أن V_1 والمصدر 10V و V_2 تشكل حلقة مغلقة ، هذا موضح في الشكل (4-25) حيث استخدمنا أسهم لنشير الى قطبيات V_1 و V_2 بالدوران باتجاه عقارب الساعة وجمع الجهود حول الحلقة نحصل على

$$-V_1 - 10 + V_2 = 0 \quad (4.35)$$

المعادلات (4.34) و (4.35) تشكل مجموعة مستقلة ، يمكن ان تستخدم لحل V_1 و V_2 .

سؤال 4-10 :

اكتب معادلة التيار لعقدة السوبر المربوطة عبر المصدر 15V الموضحة في شكل (4 24). بين ان المعادلة تكافئ المعادلة (4 34) ؟

سؤال 4-11 :

اكتب مجموعة المعادلات المستقلة لجهود العقدة الموضحة في الشكل (4.26)

الجواب :

KVL

$$-V_1 - 10 + V_2 = 0$$

KCL لعقدة السور التي تربط المصدر 10v :

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_4} = 0$$

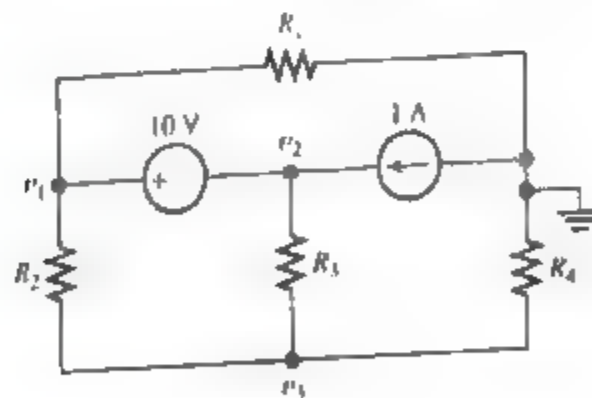
KCL للعقدة 3 :

$$\frac{V_3 - V_1}{R_2} + \frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_4} = 0$$

KCL في عقدة المرجع

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_3}{R_4} = 1$$

للاستقلال فان المجموعة يجب ان تتضمن معادلة KVL أي اثنين من المعادلات الثلاث معادلات لـ KCL يمكن ان تستخدم لتكملة مجموعة المعادلة الثالثة (المعادلات الثلاث لـ KCL يمكن ان تستخدم كل عقدة في في الشبكة ولذلك لا تشكل مجموعة مستقلة).



الشكل (4-26)

Circuit With Controlled Sources

للدوائر مع المصادر المحكومة المصادر المحكومة تعطي تكملة لتقنية جهد العقدة (تذكر أن قبعة المصدر المحكوم تعتمد تيار أو جهد موجود في الشبكة) بتطبيق تحليل جهد العقدة ، نكتب أولا المعادلات الصحيحة كما عملنا ذلك لشبكات بمصادر مستقبلية. بعد ذلك نغير عن لتغير المحكوم بمحدود متغيرات جهد العقدة ونعوض في معادلات الشبكة. سنوضح ذلك بمثالين.

مثال 4-9

اكتب المجموعة المستقلة لمعادلات جهود العقدة للدائرة الموضحة في الشكل

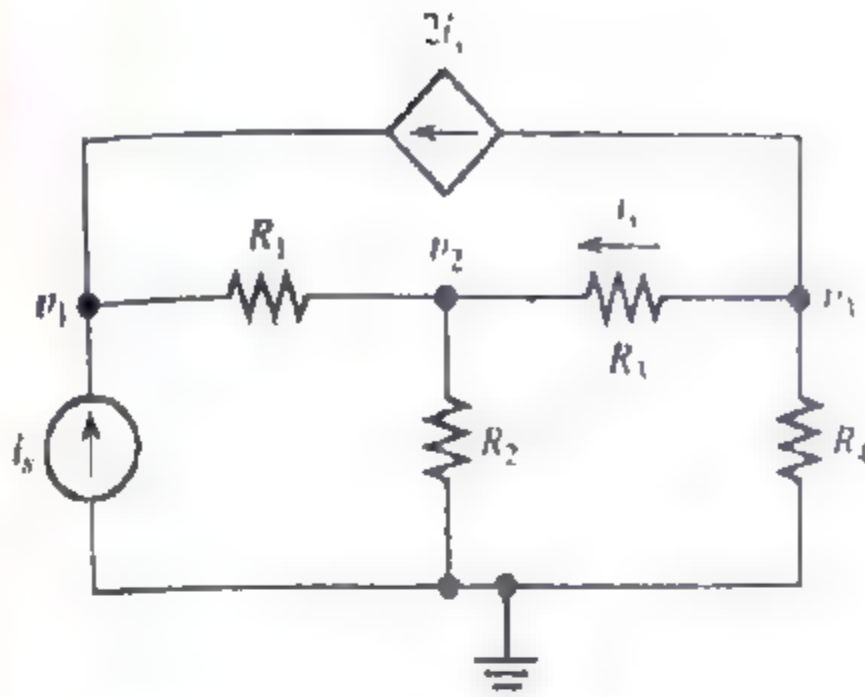
(4.27) ؟

الحل :

اولا نكتب معادلات KCL لكل عقدة متضمنة التيار للمصدر المحكوم.

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I_2 + 2I_1 \quad (4.36)$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0 \quad (4.37)$$



الشكل (4-27) دائرة تحتوي على مصدر تيار محكوم بالتيار

$$\frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_4} + 2I_1 = 0 \quad (3.38)$$

بعد ذلك نجد صيغ للمتغير المحكوم i_x في حدود جهود العقدة. لاحظ ان i_x هو التيار المتدفق من العقدة 3 خلال R_3 ، هكذا يمكننا ان نكتب

$$I_1 = \frac{V_3 - V_2}{R_3} \quad (4.39)$$

اخيرا نستخدم المعادلة (4 39) بالتعويض في المعادلات (4.36) و(4 37) و(4 38) نحصل على مجموعة المعادلات المطلوبة

$$\frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_4} + 2 \frac{V_3 - V_2}{R_3} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0$$

$$\frac{V_3 - V_2}{R_3} = \frac{V_3}{R_4} + 2 \frac{V_3 - V_2}{R_3}$$

نفترض ان قيمة 15 والمقاومات معلومة ، يمكننا ان نضع هذه مجموعة من المعادلات في الشكل القياسي ونحل V_1 و V_2 و V_3

مثال 4-10

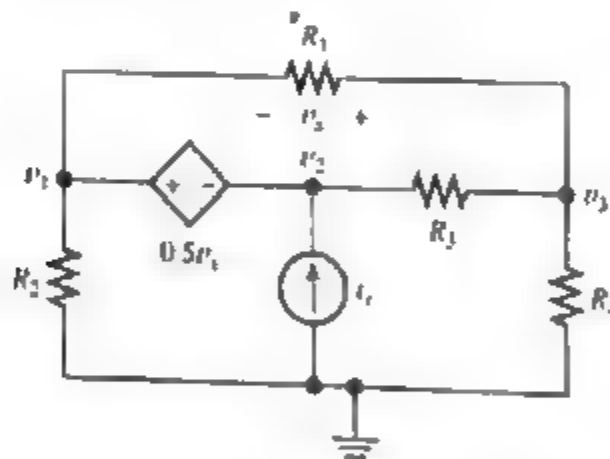
اكتب المجموعة المستقلة من المعادلات لجهود العقدة الموضحة في الشكل

4.28

الحل :

اولاً: نهمل مصادر الجهد المعتمدة ونكتب معادلات الدائرة بالمصادر الغير مستقلة. لا نستطيع كتابة معادلة التيار في أي من العقد 1 أو 2 بسبب ان مصدر الجهد مربوط بينهما ، لذلك يمكننا ان نكتب معادلة KVL

$$-V_1 + 0.5V_2 + V_2 = 0 \quad (4.40)$$



الشكل (4 - 28) دائرة تحتوي على مصدر تيار محكوم بالجهود

بعد ذلك نستخدم KCL لكتابة معادلات التيار لعقدة السوبر فإن المصدر

المحكوم بالجهود

$$\frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_3}{R_1} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0$$

للعقدة الثالثة 3 :



$$\frac{V_3}{R_4} + \frac{V_3 - V_2}{R_3} + \frac{V_3 - V_1}{R_1} = 0$$

لعقدة المرجع

$$\frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1}{R_4} = I_x$$

بالطبع معادلات التيار هذه معتمدة لاننا استخدمنا كل العقد الاربع في كتابتها. ينبغي علينا استخدام المعادلة (4.40) واثنين من معادلات KCL لتشكيل مجموعة مستقلة. المعادلة (4.40) تحتوي على متغير محكوم V_x والذي يجب ازالته قبل الحصول على معادلات بدلالة جهود العقدة.

هكذا الخطوة التي تليها هي كتابة تعبير للمتغير المحكوم V_x في شكل جهود العقدة. لاحظ ان V_1 و V_x و V_3 تشكل حلقة مغلقة. الدوران باتجاه عقرب الساعة وجمع الجهود نحصل على

$$-V_1 + V_x + V_3 = 0$$

الحل لـ V_x نحصل على

$$V_x = V_3 - V_1$$

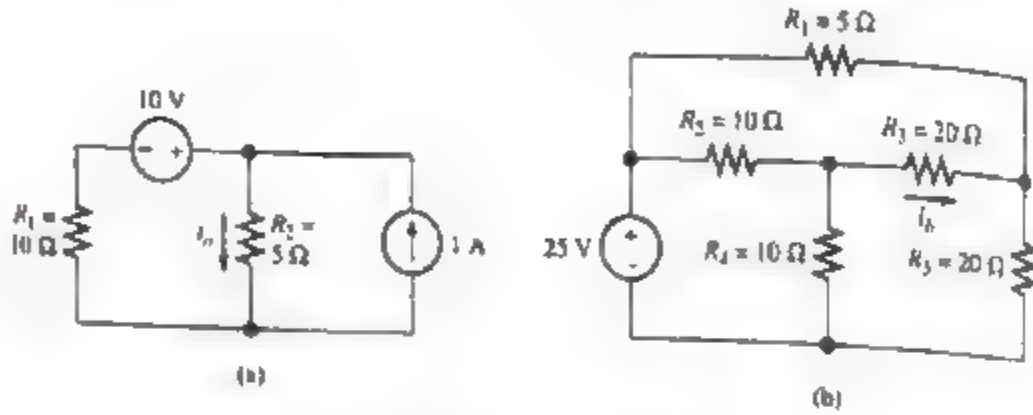
الان اذا عوضنا في المعادلة (4-40) نحصل على

$$V_1 = 0.5(V_3 + V_1) + V_2 \dots \dots (4.41)$$

المعادلة (4.41) مع أي معادلتين kcl تشكل مجموعة مستقلة والتي يمكن ان تحل لجهود العقدة باستخدام الاساس الذي ناقشاه في هذه الفقرة فانه يمكن كتابة معادلات جهد العقدة لأي شبكة تحتوي مصادر ومقاومات. هكذا فان الحاسوب أو الآلة الحاسبة تساعد في حل المعادلات ونستطيع حساب التيارات والجهود لأي شبكة.

بعد ذلك نلخص خطوات تحليل الدوائر بواسطة تقنية جهد العقدة.

(1) اختيار عقدة المرجع وترميز المتغيرات لجهود العقدة الغير معروفة. اذا كانت عقدة المرجع احدى نهايات مصدر جهد مستقل فيكون جهد تلك العقدة معروف ونحتاج الى حسابات قليلة.



الشكل (4-29)

(2) نكتب معادلات الشبكة ، أولا نستخدم KCL لكتابة معادلات التيار للعقد وعقدة لسور ، نكتب عدد من معادلات التيار بدون استخدام كل العقد ، اذا لم نحصل على معادلات كافية بسبب ربط مصادر الجهد بين العقد ، فإننا نستخدم KVL لكتابة معادلات اضافية.

(3) اذا كانت الدائرة تحتوي مصادر غير مستقلة فاننا نجد تعبير للمتغير المحكوم في صيغة جهود العقدة. نعوض في معادلات الشبكة للحصول على معادلات جهود العقدة الغير معروفة.

(4) نضع المعادلات في الشكل القياسي ونحل جهود العقدة.

(5) نستخدم القيم الموجودة لجهود العقدة لحساب أي تيار او جهد اخر.

سؤال 4-12 :

استخدم تقنية جهد العقدة لحل التيار المسماه في الدوائر الموضحة في الشكل

(4-29)

الجواب :-

$$i_b = -0.259 \text{ A (b)}$$

$$i_a = 1.33 \text{ A (a)}$$

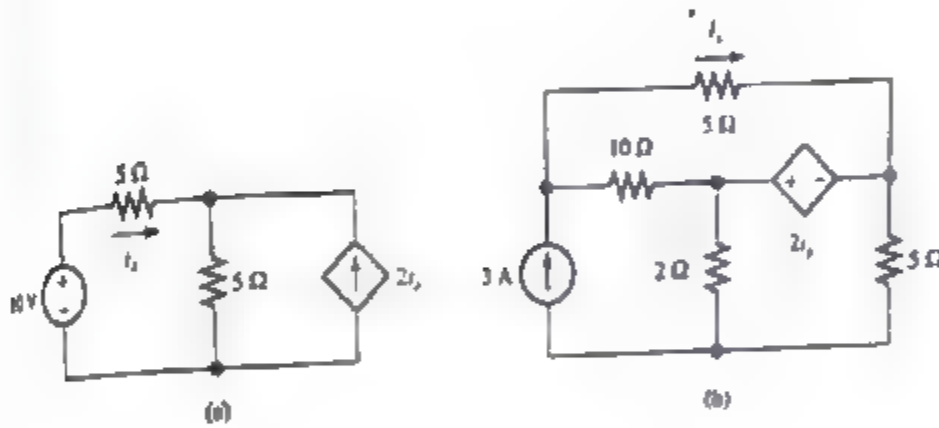
سؤال 4-13 :

استخدم تقنية جهد العقدة لحل قيم i_x , i_y في الشكل (4-30)

الجواب :-

$$i_x = 0.5 \text{ A}$$

$$i_y = 2.31 \text{ A}$$



الشكل (4-30)

4-5 تحليل تيار الحلقة Mesh Current Analysis

في هذا الجزء سنقوم بتوضيح كيفية تحليل الشبكات باستخدام تكنولوجيا اسامية أخرى والتي تسمى تحليل تيار الحلقة ، الشبكات التي يمكن ان نرسمها في مخطط بدون عنصر واحد (او موصل) يشترك مع الآخر تسمى بالشبكات المخططة (planer network) من الناحية الأخرى ، الدوائر التي ينبغي ان نرسمها بعنصر او اكثر تشترك مع الآخر تسمى بغير المخططة (non planer) نحن سنقوم بشرح الشبكات المخططة فقط.



دعنا نبدأ بتمثيل الشبكة المخططة في الشكل (4-31a)، افترض ان فولتيات المصدر ولقاومات معلومة، سنقوم بإيجاد قيم التيارات في البداية وسنكتب المعادلات للتيارات الموضحة في الشكل (4-31a) والتي نسمى تيارات الفرع (branch current) بسبب توزيع التيارات لكل فرع في الشبكة.

مع ذلك سنرى استخدام تيارات الحلقة الموضحة بالشكل (4-31b). تحتاج ثلاث المعادلات معتمدة لإيجاد تيارات الفرع الموضحة بالشكل (4-31a) أساسا عدد معادلات من قانون كيرشوف التي يمكن كتابتها للشبكة المخططة تساوي عدد المساحات المفتوحة المعروفة بواسطة مخطط الشبكة مثال ذلك الدائرة الموضحة بالشكل (4-31a) لها مساحتان مفتوحة واحدة موضحة بالشكل، واحدة معروفة بواسطة R_3, R_1, V_A بينما الأخرى معروفة بواسطة V_B, R_2, R_3 لهذه الشبكة، يمكن كتابة معادلتان من قانون كيرشوف للتيار KCL لتوضيح المعادلة الثالثة.

بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية للحلقة المكونة من R_3, R_1, V_A

$$R_1 i_1 + R_3 i_3 = V_A \quad (4-42)$$

وبالمثل للحلقة المكونة من R_3, R_2, V_B

$$-R_3 i_3 + R_2 i_2 = -V_B \quad (4-43)$$

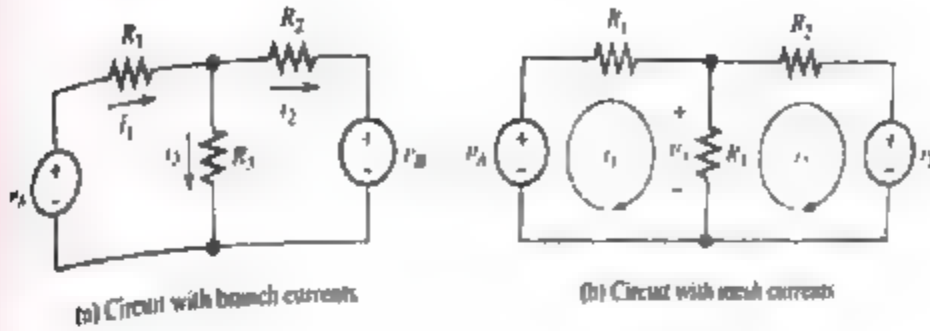
بتطبيق قانون كيرشوف للتيار KCL للعقدة في أعلى نهاية R_3

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (4-44)$$

بعد ذلك سنقوم بحل المعادلة 4-44 لـ i_3 والتعويض في المعادلتين كما يلي :

$$R_1 i_1 + R_3 (i_1 - i_2) = V_A \quad (4-45)$$

$$-R_3 (i_1 - i_2) + R_2 i_2 = -V_B \quad (4-46)$$



الشكل (4-31) الدائرة لتوضيح طريقة تحليل تيار الحلقة.

لذا سوف نستخدم معادلات قانون كيرشوف للتيار للفولتية الى معادلتين مجهولين.

الآن نمثل تيارات الحلقة i_1, i_2 الموضحة بالشكل (4-31b) كما يشار لها في الشكل تيارات الحلقة تمثل بالتدفق حول مسار مغلق ، لذا تيارات الحلقة تلقائياً تحقق قانون كيرشوف KCL ، عندما نمر تيارات الحلقة المختلفة خلال عنصر واحد. نمثل التيار في ذلك العنصر بالمجموع الجبري لتيارات الحلقة ، لذلك افترض ان الاتجاه المرجعي هو الى الاسفل ، التيار خلال المقاومة R_3 يكون $(i_1 - i_2)$ لذا $V_3 = R_3(i_1 - i_2)$ ، الان اذا راينا i_1 خلال الحلقة وتطبيق قانون كيرشوف للفولتية سنحصل على المعادلة (4-45)، وبالمثل تكون R_2 . سنحصل على المعادلة (4-46).

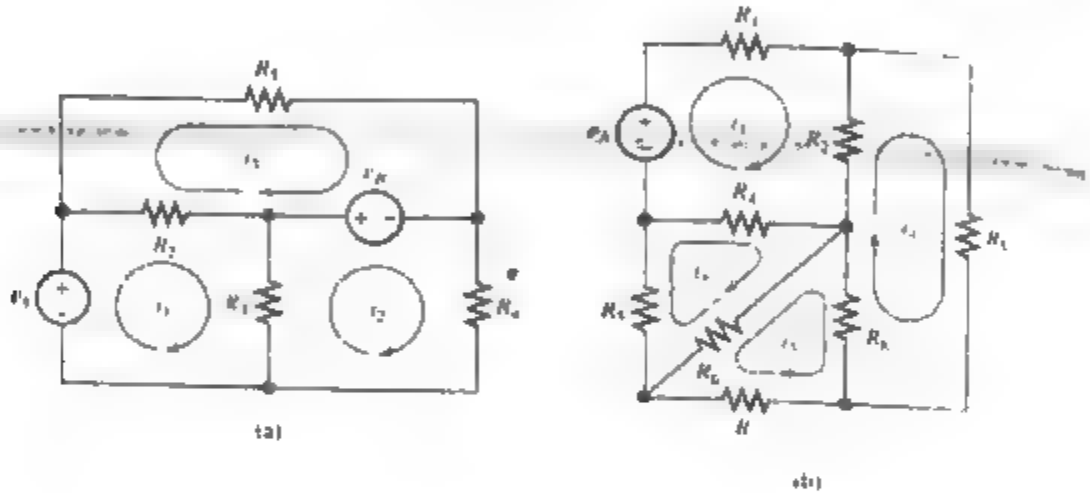
لان تيارات الحلقة تحقق تلقائياً قانون كيرشوف للتيار. الدائرة في الشكل (4-31) واضحة وبسيطة ومن محاسن تيارات الحلقة انها ليست كبيرة. مع ذلك هذه المحاسن تكون مهمة جداً للشبكات الاكثر تعقيداً.

اختيار تيارات الحلقة Choosing the Mesh Currents

في الشبكات المخططة نستطيع اختيار التيار المتغير المار خلال العناصر حول المحيط لكل المساحات المقترحة في شكل الدائرة. في التركيب غالباً تعرف تيارات الحلقة باتجاه عقارب الساعة.

الشبكات والاختيار المناسب لتيارات الحلقة موضحة في الشكل (4-32) عندما ترسم الشبكات بدون عناصر مشتركة هناك نوافذ متشابهة لكل مساحة مفتوحة بمثابة نافذة من الزجاج. في بعض الأحيان تيارات الحلقة تعرف بواسطة (sopping the window pans).

إذا كان تياران من تيارات الحلقة يمر خلال عناصر سنمثل التيار في ذلك عنصر بالمجموع الجبري لتيارات الحلقة فمثلا الشكل (4-32a) التيار المار في R_2 يكون $i_3 - i_1$ أيضا يكون التيار الصاعد في R_3 هو $i_2 - i_1$



الشكل (4-32) دائرتين و تيارات حلقة متغيرة

سؤال 4-14 :

مثل الدائرة الموضحة بالشكل (4-32b) بشكل تيارات الحلقة ، جد التيار في (a) R_3 ، (b) R_4 ، (c) R_8

الجواب :-

(a) $i_4 - i_1$ (b) $i_2 - i_1$ (c) $i_5 - i_4$

كتابة المعادلات للحل بواسطة تيارات الحلقة : Writing Equations to
Solve for Mesh Currents

حيث V هي سرعة التدفق و ρ هي الكثافة و μ هي اللزوجة و τ هي إجهاد القص و γ هي الزاوية بين اتجاه التيار و اتجاه القوة الدافعة.

في حالة التدفق في أنبوب دائري، يمكن تطبيق قانون كيرشوف للتيار و قانون كيرشوف للجهد على أي حلقة داخلية (أو خارجية) من أي عقد داخلية لها.

مثال 4-11

تحليل تيار الحلقة

كتب معادلات المظلمة لحل تيارات الحلقة للشكل (4-32b).

الحل:

استخدم المخطط لحل الشكات بطريقة تيار الحلقة. يساعد على تحليل الخطوات. حزه من المخطط الذي نستخدمه يكون دائما لا اختيار تيارات الحلقة لمارة باتجاه عقارب الساعة.

ومن ثم نكتب معادلة كيرشوف للفولتية لأي حلقة حول حلقات باتجاه عقارب الساعة. غالبا نضيف فولتية إذا كان مرجع موجب يدور بداية للوصول حول الحلقة، نطرح الفولتية إذا كان المرجع سالب ويدور للبداية. المخطط يأخذ دائما يأخذ بداية ونهاية أي مقاومة.

فمثلا في الحلقة 1 في الشكل (4-32a) بداية نعتبر نهاية الجهة اليسرى من R_2 الفولتية على R_2 رجعت موجبة في نهاية الجهة اليسرى وتكون $R_2(11-13)$ وبالمثل سنعتبر نهاية القمة بداية والفولتية على R_3 ترجع موجبة في أعلى النهاية وتكون $R_3(11-12)$. بواسطة استخدام هذا المخطط سنضيف تعبير لأي مقاومة في معادلة قانون كيرشوف للفولتية، استخدم هذا المخطط في الشكل 4-32a يعطينا

$$R_2(i_1 - i_2) + R_3(i_1 - i_2) - V_A = 0$$

وبالمثل للحلقة 2

$$R_3(i_2 - i_1) + R_4 i_2 + V_B = 0$$

$$20i_1 + 10(i_1 - i_2) - 150 = 0 \quad (4-47)$$

في الحلقة 2

$$10(i_2 - i_1) + 15i_2 + 100 = 0 \quad (4-48)$$

بعد ذلك نضع المعادلات في صيغ مثالية والتي تعطى

$$30i_1 - 10i_2 = 150 \quad (4-49)$$

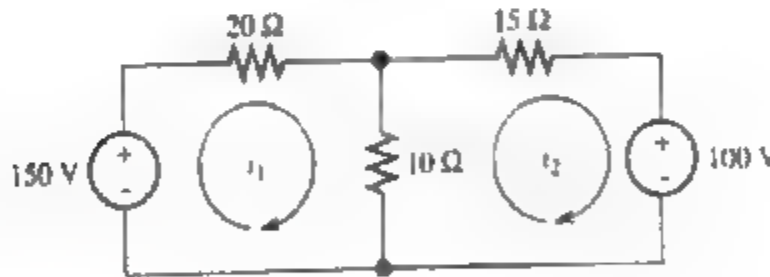
$$-10i_1 - 25i_2 = -100 \quad (4-50)$$

نحلها فنحصل على

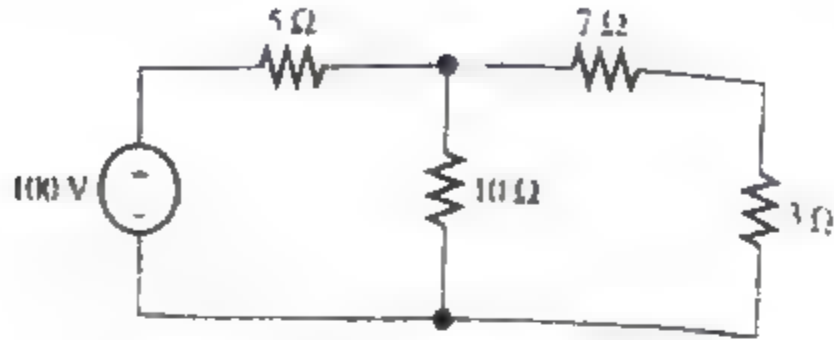
$$i_1 = 4.231A$$

$$i_2 = -2.308A$$

ويسبب أن i_2 سالبة نرى أن ذلك التيار الذي يمر تماماً من أعلى المصدر $100V$ ويذهب إلى اليسار للمقاومة 15Ω ، التيار المار إلى الأسفل من خلال المقاومة 10Ω يكون $i_1 - i_2 = 6.539A$



الشكل (4-33) دائرة للمثال 4.12



الشكل (4-34) دائرة السؤال 4.16

سؤال 4-16:

استخدم تيارات الحلقة لإيجاد التيار المار خلال المقاومة 10Ω في الشكل (4-34)، تحقق من الإجابة بمقارنة المقاومة على التوالي وعلى التوازي لحل الدائرة وتحقق مرة ثانية بواسطة تيارات العقدة.

الجواب:

التيار المار خلال المقاومة 10Ω هو $5A$

سؤال 4-17:

استخدم تيارات الحلقة لحل التيار المار في المقاومة 2Ω في الشكل (4-22) ؟

الجواب:

التيار هو $1.613A$ المتجه باتجاه اليمين.

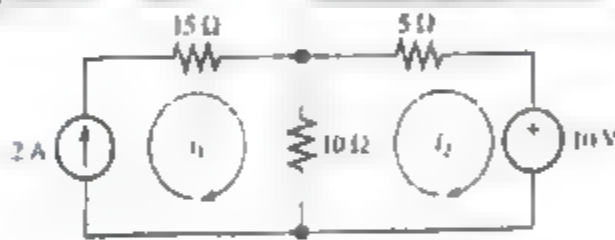
تيارات الحلقة في الدوائر التي تحوي مصادر للتيار

Mesh Currents in Circuits Containing Current Sources

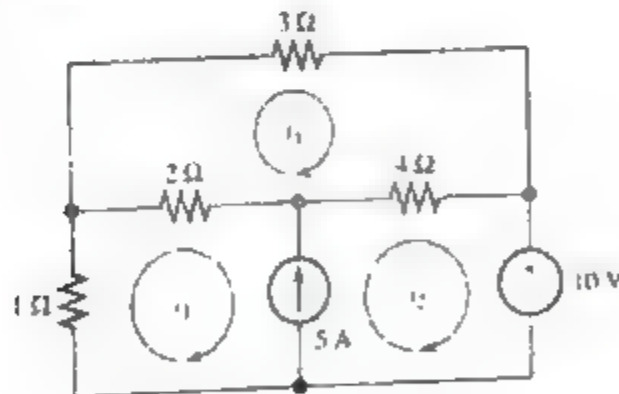
نسُمي مصدر التيار تيار خاص يمر خلال هذه الأطراف ، ولكن الفولتية على هذه الأطراف غير محددة لذلك الفولتية على مصدر التيار تعتمد على الدائرة ولتي يرتبط بها المصدر، وغالبا ليس من السهل كتابة صيغ للفولتية على مصدر التيار.

وهكذا عندما تحتوي دائره على مصدر التيار ينبغي أن نغادر من المخطط الذي نستخدمه للدوائر التي تحتوي على مصادر الفولتية والمقاومات ، أولا : لمثل الدائرة في الشكل 4-35 وغالبا نعرف تيارات الحلقة باتجاه عقارب الساعة ، إذا أردنا كتابة معادلة كيرشوف للفولتية KVL للحلقة 1 لكي تتضمن المجاهيل للفولتية على مصدر التيار لاننا لا نريد زيادة عدد المجاهيل وغالبا نكتب معادلات كيرشوف للفولتية للحلقات التي تتضمن مصادر تيار. الدائرة في الشكل (4-35). نعرف التيار في مصدر التيار مثل i_1 ومع ذلك نعرف ان ذلك التيار يكون $2A$ ولذا يمكن ان نكتب

$$i_1 = 2A \quad (4-51)$$



الشكل (4-35) في هذه الدائرة لحصل على $i_1 = 2A$



الشكل (4-36) الدائرة بمصدر تيار مشترك الى حلقتي

المعادلة الثانية التي نستطيع كتابتها بواسطة تطبيق قانون كيرشوف للحلقة 2 والتي تكون



$$10(i_2 - i_1) - 5i_2 + 10 = 0 \quad (4-52)$$

لمعادلات 4-51 و 4-52 نستطيع حلها لـ i_2 لاحظ انه في هذه الحالة وجود مصدر التيار يسهل الحل.

الآن دعنا نمثل البعض منها والتي تكون اكثر تعقيدا كالحالة الموضحة في الشكل (4-36) وغالبا نعرف تيارات الحلقة باتجاه عقارب الساعة. ولا نستطيع كتابة معادلة قانون كيرشوف للفولتية حول الحلقة لان الفولتية على مصدر التيار $5A$ يكون مجهول (ولا نريد زيادة عدد المجاهيل في معادلاتنا) ، الحل يكون بدمج الحلقة 1 و 2 الى الحلقة الرئيسية في الاتجاه الاخر ، نكتب معادلة قانون كيرشوف للفولتية KVL حول المحيط للحلقة 1 و 2 المدجة وهذا يجعل

$$i_1 + 2(i_1 - i_3) + 4(i_2 - i_3) + 10 = 0 \quad (4-53)$$

بعد ذلك نستطيع كتابة معادلة قانون كيرشوف للفولتية للحلقة 3

$$3i_3 + 4(i_3 - i_2) + 2(i_3 - i_1) = 0 \quad (4-54)$$

اخيرا نحن نقرر ذلك ونعرف ان التيار في مصدر التيار يرجع الى الاعلى مثل 12-11 مع ذلك نعرف ان التيار المار من الاعلى خلال مصدر التيار يكون $5A$ وهذا يجعل

$$i_2 - i_1 = 5 \quad (4-55)$$

هذا مهم لفهم المعادلة (4-55) انها ليست معادلة قانون كيرشوف للتيار. ولذا الحالات السهلة تكون بمعرفة عودة التيار من الاعلى خلال مصدر التيار، في التعابير من تيارات الحلقة مثل $i_2 - i_1$ ولكن هذا التيار معرف بـ $5A$. المعادلات (4-53) و (4-54) و (4-56) يمكن حلها تيارات الحلقة.

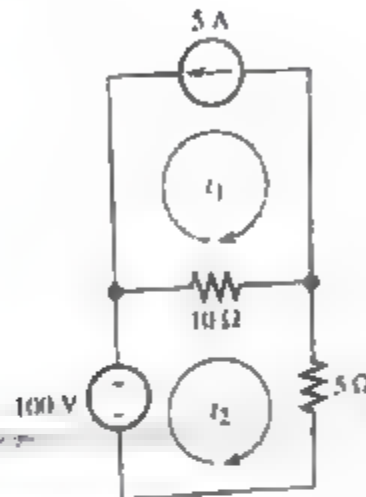
سؤال 4-18 :-

اكتب المعادلات المطلوبة لحل تيارات الحلقة في الشكل (4-37) ؟

اجواب :-

$$i_1 = -5A$$

$$10(i_2 - i_1) + 5i_2 - 100 = 0$$



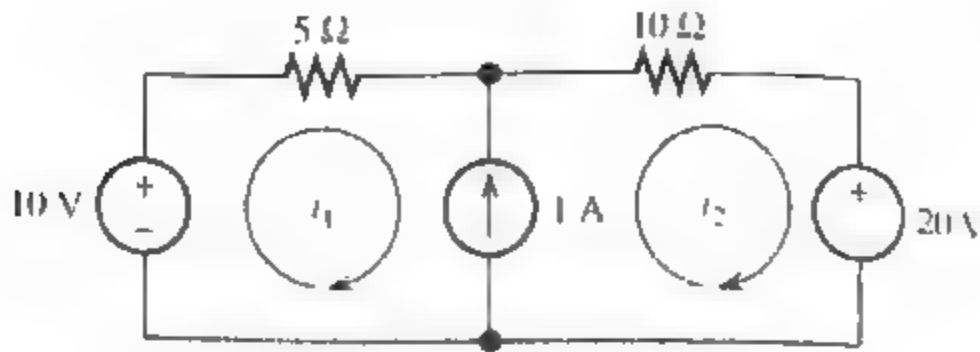
الشكل (4-37) الدائرة للسؤال 4.18

سؤال 4-19 :-

اكتب المعادلات المطلوبة لإيجاد تيارات الحلقة في الشكل (4-38) ومن ثم جد التيارات ؟

الاجواب :-

المعادلات هي $i_2 - i_1 = 1$ و $5i_1 + 10i_2 + 20 - 10 = 0$ والحل يكون $i_1 = -4/3$ و $i_2 = -1/3$



الشكل (4-38) الدائرة للسؤال (4-19)

الدوائر بالمصادر المحكومة Circuits with Controlled Sources

المصادر المسيطرة تقدم اضافة تعقيدات الى تقنية تيار الحلقة ، أولا - نكتب معادلات مثل عمل شبكات بمصادر معتمدة ، ومن ثم نضع المتغيرات المحكومة في تعابير تيار الحلقة و صياغتها الى معادلات الشبكة ومنوضح ذلك بمثال.

مثال 4-13

نحلل تيار الحلقة بواسطة المصادر المحكومة

وجد تيارات الدائرة في الشكل (4-39) والتي تحتوي على مصدر تيار مشترك بين حلقتي.

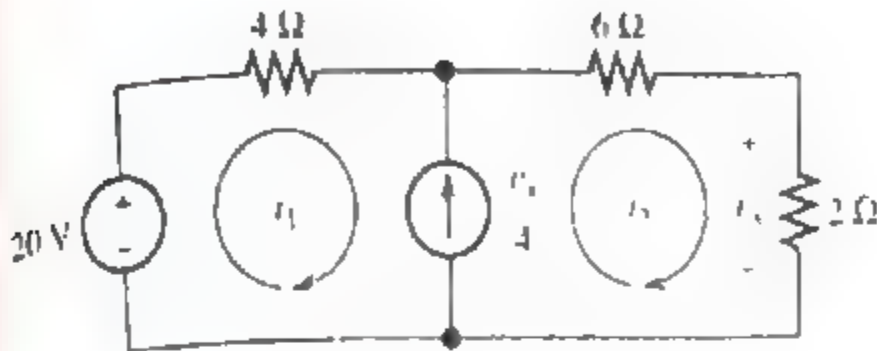
الحل :-

أولا :- نكتب معادلات تيارات الحلقة كما في المصادر المعتمدة ، لذلك هناك مصدر تيار مشترك بين الحلقة 1 والحلقة 2 ، سنبدأ بواسطة دمج الحلقات لشكل الحلقة الرئيسية وكتابة معادلة الفولتية

$$-20 + 4i_1 + 6i_2 + 2i_2 = 0 \quad (4-56)$$

ومن ثم نكتب الصيغة لتيار المصدر في تعابير تيارات الحلقة :

$$\frac{V_x}{4} = i_2 - i_1 \quad (4-57)$$



الشكل (4-39) الدائرة مع مصدر تيار محكوم بالجهد

ومن ثم نجد تلك الفولتية المحكومة هي

$$V_x = 2i_2 \quad (4-58)$$

استخدم معادلة (4-58) للتعويض عن V_x في المعادلة (4-57) ويكون

$$\frac{i_2}{2} = i_2 - i_1 \quad (4-59)$$

اخبرنا نضع المعادلات (4-56) و (4-57) في الشكل التالي ينتج ان

$$4i_1 - 8i_2 = 20 \quad (4-60)$$

$$i_1 - \frac{i_2}{2} = 0 \quad (4-61)$$

حل هذه المعادلات يجعل $i_1 = 1$ و $i_2 = 2$

باستخدام الأساسيات التي ناقشنا في هذا الجزء نحصل لكتابة معادلات التيار لأي مخطط شبكة يتكون من مصادر ومقاومات.

وبعد ذلك نلخص الخطوات لتحليل مخطط الدوائر بواسطة تقنية تيار الحلقة:-

إذا كان ضروريا إعادة رسم الشبكة بدون عنصر مشترك. ومن ثم تعريف تيارات الحلقة المارة حول أي من المساحات المفتوحة معروفة بواسطة الشبكة غالبا نختار إتجاه عقارب الساعة لأي من تيارات الحلقة، ولكن هذا ليس ضرورياً.

كتابة معادلات الشبكة يوفق بعدد من معادلات يكون مساوي لعدد تيارات الحلقة أولا نستخدم قانون كيرشوف للفولتية لكتابة معادلات الفولتية للحلقات تلك التي لا تحتوي على مصادر تيار بعد ذلك إذا كان هناك أي مصادر التيارات، يكتب صيغ تياراته في تعابير من تيارات الحلقة أخيرا إذا كان مصدر تيار مشترك بين حلقتين، أكتب معادلة قانون كيرشوف للفولتية للحلقة الرئيسية.

إذا كانت الدائرة تحتوي على مصادر معتمدة، أوجد صيغ للمتغيرات المسيطرة في صيغ تيارات الحلقة، بدل في معادلات الشبكة والمعادلات السائدة التي لها فقط تيارات حلقة مجهولة.

ضع المعادلات في الصيغ المثالية، وحل تيارات الحلقة بواسطة استخدام الموجود أو أي معنى آخر.

استخدم القيم الموجودة لتيارات الحلقة لحساب أي تيارات أخرى أو فولتية مطلوبة

سؤال 4-20:-

استخدم تقنية تيار الحلقة لحل التيارات المجهولة في الدائرة الموضحة في الشكل (4-29).

الجواب:-

$$a) i_a = 1.33A \quad b) i_b = 0.259A$$

سؤال 4-21 :

استخدم تقنية تيار الحلقة لحل القيم من i_x ، i_y في الشكل (4-30)

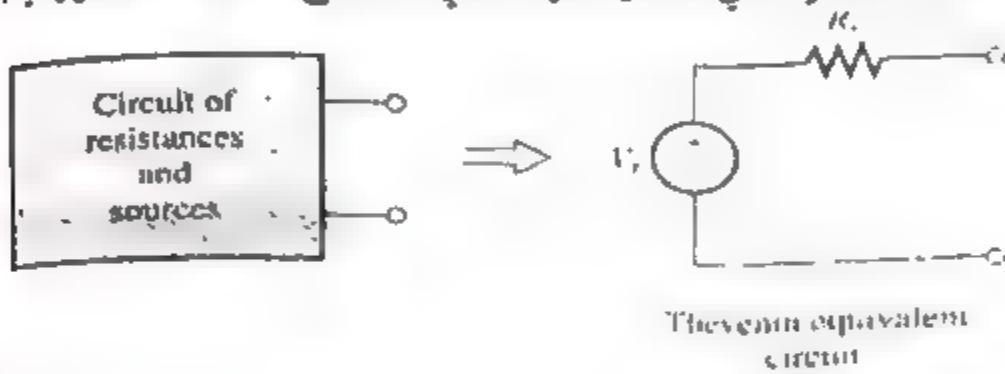
الجواب :

$$i_x = 0.5A \quad i_y = 2.31A$$

4-6 دوائر ثيفنن ونورتن المكافئة

Thevenin and Norton Equivalent Circuits

في هذا الجزء سندرس كيفية استبدال دوائر ذات طرفين نحوي على مقاومات ومصادر بدوائر مكافئة بسيطة ، بواسطة دائرة ذات طرفين ونعرف تلك الدائرة الرئيسية بنقطتين التي نستطيع توصيلها الى دوائر اخرى ، الدائرة الرئيسية تكون روابط معقدة من المقاومات والمصادر، مع ذلك اعادة تركيب يكون تلك المتغيرات المسيطرة لاي مصادر محكومة ينبغي ان توضع داخل الدائرة الرئيسية.



الشكل (4-41)

طرفا الدائرة المكونة من المقاومات و المصادر يمكن ان تستبدل بدائرة ثيفنن المكافئة

دائرة ثيفنن المكافئة Thevenin Equivalent Circuits

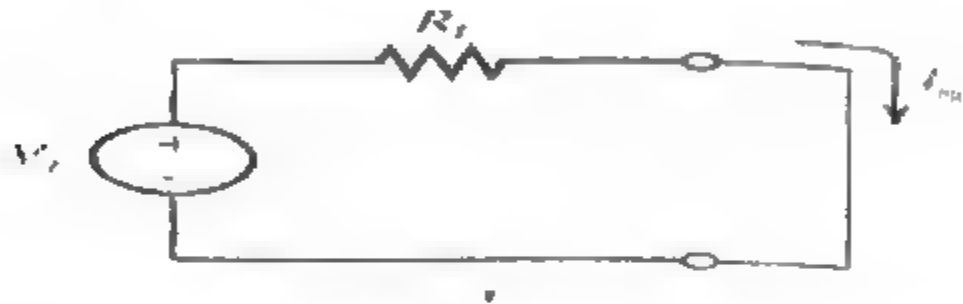
احد انواع الدوائر المكافئة هو دائرة ثيفنن المكافئة، والتي تتكون من مصدر فولتية معتمد بالتوالي مع مقاومة ، هذا موضح في الشكل (4-40) تمثيل ثيفنن المكافئة بأطراف الدوائر المفتوحة كما موضح بالشكل (4-41) بواسطة تعريف، لا يمر تيار خلال الدائرة المفتوحة، ولذلك لا يمر تيار خلال مقاومة ثيفنن والفولتية على المقاومة صفر ، بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية منحصل على $V_t - V_{oc}$ كلا الدائرة الاصلية

ردود ثيفن تكون مطلوبة لاعطاء نفس فولتية الدائرة المفتوحة وهذه فولتية مصدر ثيفن V_t تكون مساوية لفولتية الدائرة المفتوحة للشبكة الاصلية.

الان نخل ثيفن المكافئة بدائرة قصيرة تربط على اطرافها كما موضح بالشكل (4-42) ويكون التيار المار في هذه الدائرة $I_{sc} = \frac{V_t}{R_t}$ تيار الدائرة القصيرة I_{sc} يكون

نفس للدائرة القصيرة كما لثيفن المكافئة ، الحل لمقاومة ثيفن يعطي

$$R_t = \frac{V_t}{I_{sc}} \quad (4-62)$$



شكل (4-42) دائرة ثيفن المكافئة ذات اطراف مقصورة. تيار دائرة القصر $I_{sc} = V_t/R_t$

ان فولتية ثيفن مساو لفولتية الدائرة المفتوحة للشبكة يعطينا

$$R_t = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} \quad (4-63)$$

هذا ولايجاد دائرة ثيفن المكافئة يمكننا البدء بتحليل الشبكة الاصلية لفولتية الدائرة المفتوحة (open circuit) فولتية ثيفن تساوي فولتية الدائرة المفتوحة ومقاومة ثيفن تعطى بالمعادلة (4-63)

مثال (4-14)

ايجاد دائرة ثيفن المكافئة

اوجد ثيفن المكافئة للدائرة الموضحة بالشكل (4-43a) ؟

احل :-

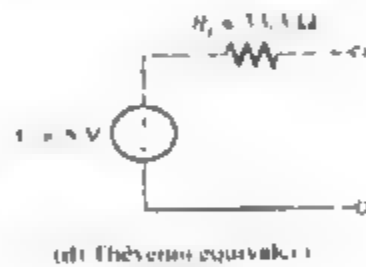
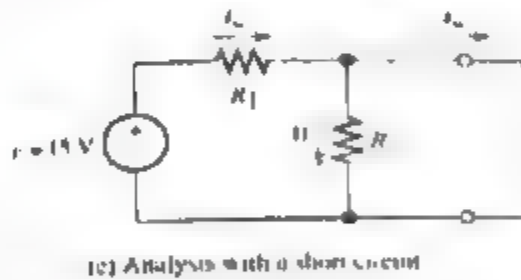
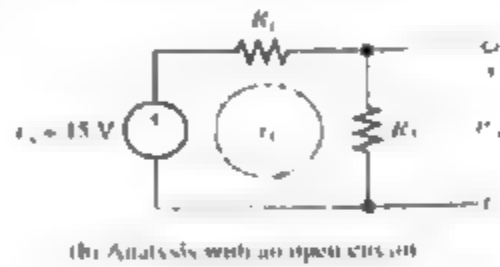
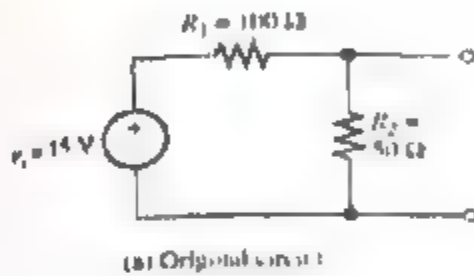
أولاً: نقوم بتحليل الدائرة بفتح اطراف الدائرة كما موضح بالشكل 4. (44b)، المقاومة R_1, R_2 تكون على التوالي ومكافئتها المقاومة $R_1 + R_2$ ويكون التيار

$$i_1 = \frac{V_s}{R_1 + R_2} = \frac{15}{100 + 50} = 0.10 \text{ A}$$

فولتية الدائرة المفتوحة هي الفولتية على R_2

$$V_{oc} = R_2 i_1 = 50 \times 0.10 = 5 \text{ V}$$

ولذا فإن فولتية ثيفنن تكون $V_1 = 5 \text{ V}$



الشكل (4-43) الدائرة للمثال 4.14

الآن نحلل الدائرة بواسطة ربط دائرة قصيرة بين الأطراف كما هو موضح في الشكل (4-43c) بواسطة معرفة أن الفولتية على الدائرة القصيرة تساوي صفر هذه الفولتية على R_2 تكون صفر والتيار خلالها يساوي صفر كما موضح في الشكل. يمر تيار الدائرة القصيرة خلال R_1 وتظهر فولتية المصدر على R_1 ولذلك يمكننا كتابة:

$$I_{sc} = \frac{V_{oc}}{R_1} = \frac{15}{100} = 0.15A$$

و يمكننا استخدام المعادلة (4-63) لحساب مقاومة ثيفن

$$R_t = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{5V}{0.15A} = 33.3\Omega$$

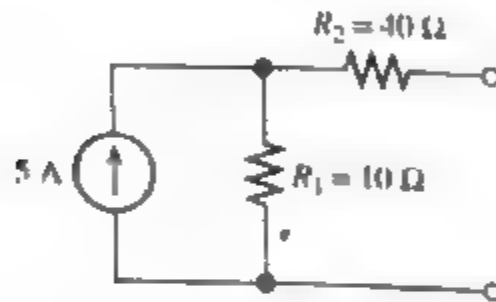
دائرة ثيفنن المكافئة موضحة في الشكل (4-43b).

سؤال 4-22 . جد دائرة ثيفنن للدائرة الموضحة في الشكل (4-44)

$$V_t = 50V$$

$$R_t = 50\Omega$$

الجواب :



الشكل (4-44) الدائرة للسؤال (4-22)

Finding the Thevenin Resistance Directly إيجاد مقاومة ثيفنن مباشرة

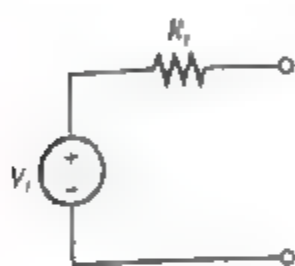
إذا كانت الشبكة لا تحتوي على مصادر معتمدة هناك طريقة بديلة لإيجاد مقاومة ثيفنن أولاً. نصفر المصدر في الشبكة، عند تصفير مصدر الفولتية نقلل لفولتية إلى الصفر. مصدر الفولتية بفولتية صفر يكون مكافئاً لدائرة شورت. عند تصفير مصدر التيار نحن نقلل تياره إلى الصفر، بواسطة معرفة عنصر دائماً يحمل تيار صفر هو دائرة مفتوحة. هذا بالنسبة لمصادر المستقلة، نستبدل مصادر الفولتية بدوائر شورت ونستبدل مصادر التيار بدوائر مفتوحة.

الشكل (4-45) يوضح ثيفنن المكافئة قبل وبعد تصغير فولتية المصدر. لذلك نستطيع إيجاد مقاومة ثيفنن بواسطة تصغير المصادر في الشبكة الأصلية ومن ثم حساب المقاومة بين الطرفين المطلوبة (المحددة).

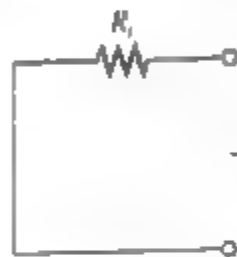
مثال: 4-15

تصغير المصادر لإيجاد مقاومة ثيفنن

جد مقاومة ثيفنن للدائرة في الموضحة في الشكل (4-46a) بواسطة تصغير المصادر، ومن ثم جد تيار دائرة القصر (الشورت) ودائرة ثيفنن المكافئة.



(a) Thévenin equivalent



(b) Thévenin equivalent with its source active

الشكل (4-45) عندما يكون المصدر صفر تكون المقاومة المنظورة من طرفي الدائرة تساوي مقاومة ثيفنن

الحل :-

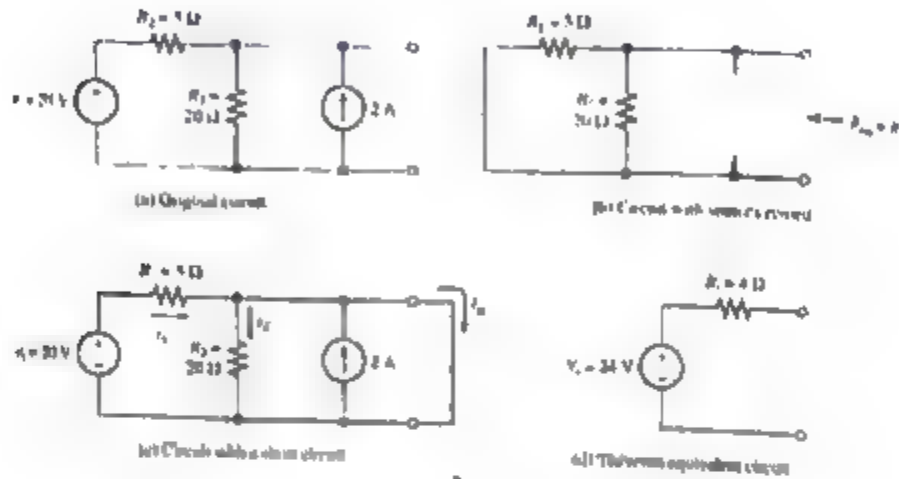
لتصغير المصدر نستبدل مصدر الفولتية بدائرة قصيرة (شورت) ونستبدل مصدر التيار بدائرة مفتوحة. الدائرة الناتجة موضحة في الشكل (4-46b).

مقاومة ثيفنن هي المقاومة المكافئة بين الأطراف و تتكون من R_1 و R_2 على التوازي ، والتي تعطى بواسطة

$$R_1 = R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/5 + 1/20} = 4\Omega$$

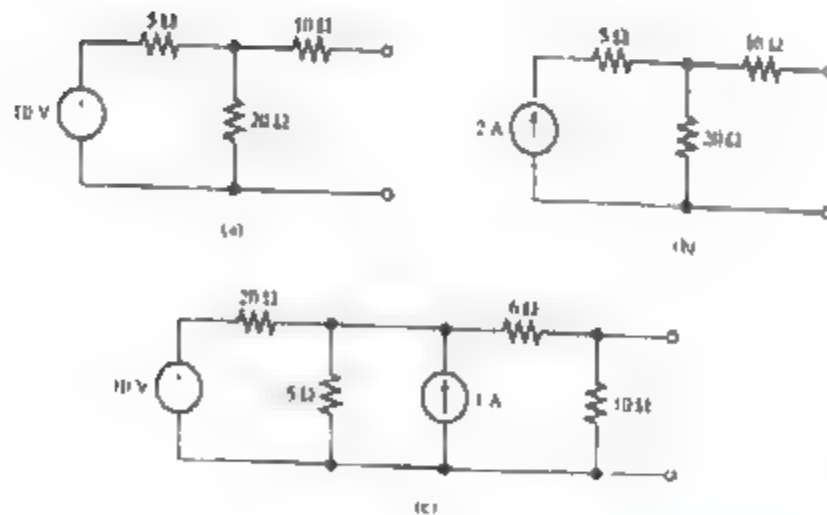
بعد ذلك لمحدد تيار دائرة الشورت للدائرة. الدائرة موضحة في الشكل (4-46c) في هذه الدائرة القولية على R_2 تكون صفر بسبب دائرة الشورت، لذا التيار خلال R_2 يكون صفر.

$$i_2 = 0$$



الشكل (4-46)

دائرة المثال 4.15



الشكل (4-47)

الدائرة للسؤال (4-24)



علاوة على ذلك لفولتية على R_1 تساوي $20V$ ، هذا التيار يكون

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{20}{5} = 4A$$

أخيرا نكتب معادلة التيار للعقدة المرتبطة في نهاية أعلى R_2 والمصدر A :
اجعل مجموع التيارات الداخلة تساوي مجموع التيارات الخارجة ويعطينا:

$$I_1 + 2 = I_2 + I_{sc}$$

وهذا يجعل $I_{sc} = 6A$

الآن نجد فولتية ثيفن من المعادلة (4-63) وهي

$$V_1 = R_1 I_{sc} = 4 \times 6 = 24V$$

الدائرة المكافئة موضحة في الشكل (4-46d).

سؤال 4-23:

استخدم تحليل فولتية العقدة من الدائرة الموضحة بالشكل 4-46a وضع إن فولتية الدائرة المفتوحة تساوي فولتية ثيفن الموجودة في المثال (4-15).

سؤال 4-24:

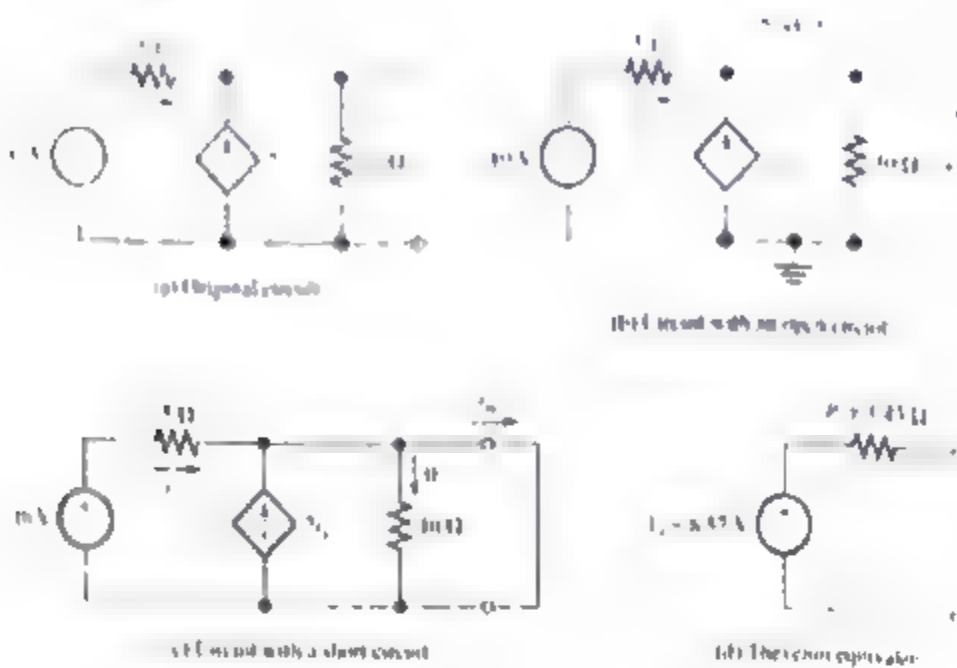
جد مقاومة ثيفن لكل الدوائر الموضحة في الشكل (4-47) بواسطة تصغير المصادر؟

الجواب:

$$a) R_t = 14\Omega, b) R_t = 30\Omega, c) R_t = 5\Omega$$

مثال 4-16:

مكافئة ثيفن للدوائر ذات المصادر المعتمدة. أوجد مكافئة ثيفن للدوائر الموضحة بالشكل (4-48a)



الشكل (4-48)

دائرة المثال 4.16

الحل:

بسبب أن هذه الدائرة تحتوي مصدر. لا نستطيع إيجاد مقاومة ثيفن بواسطة
تصغير المصادر والمقاومات المركبة على التوالي والتوازي. لذلك ينبغي لنا تحليل
الدائرة لإيجاد فولتية الدائرة المفتوحة وتيار دائرة القصر (الشورت).

نبدأ بفولتية الدائرة المفتوحة : نمثل الشكل 4-43 نستخدم تحليل فولتية العقدة
بوضع مرجع العقدة في أسفل الدائرة ومن ثم V_{oc} تكون فولتية العقدة متغيرة
وغير معروفة ، أولاً نكتب معادلة التيار في العقدة 1

$$i_s + 2i_x - \frac{V_{oc}}{10} = 0 \quad (4-46)$$

ومن نكتب صيغ للمتغير المحكوم i_s في تعابير من فولتية العقدة في V_{oc}

$$i_s = \frac{10 - V_{oc}}{5}$$

بالتعويض في المعادلة (4-46) نحصل

$$3 \frac{10 - V_{oc}}{5} = \frac{V_{oc}}{10}$$

$$V_{oc} = 8.57v$$

الآن نمثل شروط دائرة الشورت كما موضح في الشكل (4-48c) في هذه الحالة التيار المار خلال مقاومة 10Ω يكون صفر علاوة على ذلك يعطينا

$$I_x = \frac{10v}{5\Omega} = 2A$$

$$I_{sc} = 3I_x = 6A$$

ومن ثم نستخدم المعادلة (4-63) لحساب مقاومة ثيفن

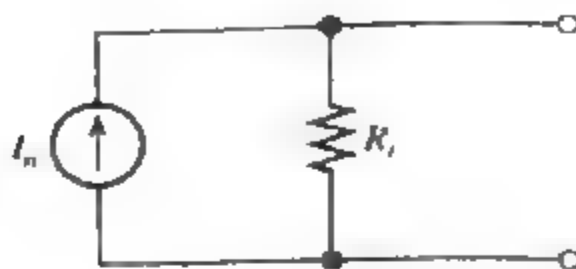
$$R_t = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{8.57v}{6A} = 1.43\Omega$$

اخيرا دائرة ثيفن المكافئة موضحة في الشكل (4-48d)

دائرة نورتن المكافئة Norton Equivalent Circuit

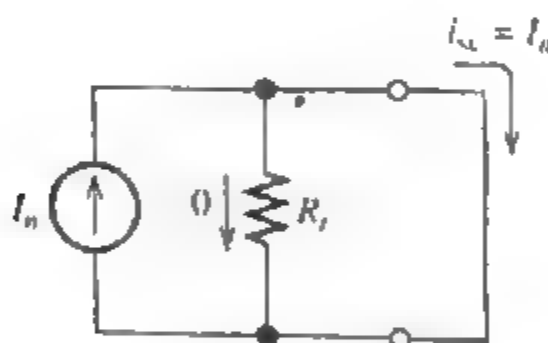
النوع الآخر من الدوائر المكافئة يعرف بدائرة نورتن المكافئة كما موضحة في الشكل (4-49) وهي تحتوي على مصدر تيار I_N على التوازي مع مقاومة ثيفن لاحظ ذلك نستبدل مصدر نورتن للتيار بدائرة مفتوحة ، دائرة نورتن المكافئة ستكون مقاومة من R_t هذا يحدث ايضا اذا قمنا بتفسير ثيفن المكافئة بواسطة استبدال مصدر الفولتية بدائرة شورت، لذلك المقاومة في نورتن المكافئة تكون نفسها مقاومة ثيفن نمثل ذلك بوضع دائرة شورت على نورتن المكافئة كما موضح في الشكل (4-50) في هذه الحالة التيار المار خلال R_t يساوي صفر، ولذلك تيار نورتن يكون مساوي لتيار دائرة الشورت.

$$I_N = I_{sc}$$



الشكل (4-49) دائرة نورتن المكافئة تتكون من مصدر تيار مستقل I_n بالتوازي مع مقاومة ثيفنن R_t

نستطيع إيجاد نورتن المكافئة بواسطة استخدام نفس التقنية المستخدمة ثيفنن المكافئة.



الشكل (4-50) دائرة نورتن المكافئة بدائرة قصر

خطوات تحليل دائرة ثيفن / نورتن المكافئة

Step-by-step Thevenin/Norton-Equivalent-Circuit Analysis

(1) بشكل عام اعمل اثنين مما يلي:

(a) حساب فولتية الدائرة المفتوحة $V_t = V_{OC}$.

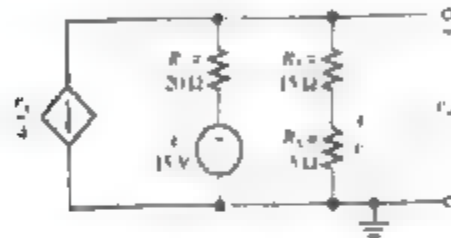
(b) حساب تيار الدائرة القصيرة $I_n = I_{SC}$.

(c) تصغير المصدر وإيجاد مقاومة ثيفن R_t المنظور من الأطراف

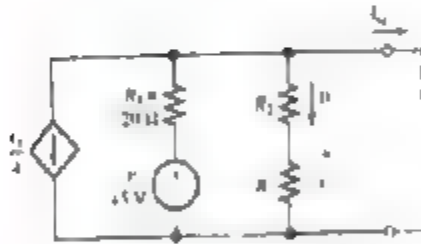
- (2) استخدام المعادلة $v_t - R_t i_n$ لحساب القيمة المتبقية.
- (3) ثيفن المكافئة تتكون من مصدر فولتية v_t بالتوازي مع R_t .
- (4) نورتن المكافئة تتكون من مصدر تيار i_n بالتوالي مع R_t .

مثال 4-17 دائرة نورتن المكافئة

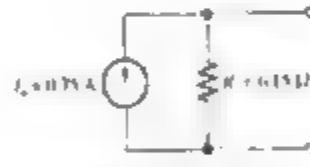
أحسب نورتن المكافئة للدائرة الموضحة في الشكل (4-51a) ؟



(a) Original circuit under open-circuit conditions



(b) Circuit under a short circuit



(c) Norton equivalent circuit

الشكل (4-51) دائرة للمثال 4.17

الحل:

بسبب أن الدائرة تحتوي على مصدر محكوم، لا نستطيع تصغير المصادر وتركيب المقاومات لإيجاد مقاومة ثيفن. أولاً نحلل الدائرة بدائرة مفتوحة كما موضح في الشكل (4-51a)، نجعل v_{oc} مثل فولتية للعقدة المتغيرة. نكتب معادلة التيار في الدائرة. يعطينا

$$\frac{v_t}{4} + \frac{v_{oc} - 15}{R_1} + \frac{v_{oc}}{R_2 + R_3} = \dots \quad (4-65)$$

أمر أنه يستخدم عدد تقسيم عوينة كثافة صلبة 16 في 16

... مات و 100

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = 0.01 \text{ A}$$

معدل في المعادلة 4-65 تجد أن

$$0.01 \text{ A} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{15 \text{ V}}{R_1} \Rightarrow R_1 = 1500 \Omega$$

معدل فهم المقاومة والحل، تجد أن 462V 100

ومن ثم تمثل شروط الدائرة القصيرة، ما م مع في الشكل 4-51b وفي هذه
التي سير تاء خلال R3, R2 يكون صفر، لذلك 1-10 و مصدر التيار المسطر
مصدر مثل دائرة المفتوحة، تيار الدائرة القصيرة i_{sc} بواسطة

$$i_{sc} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{15 \text{ V}}{200 \Omega} = 0.075 \text{ A}$$



الشكل (4-52) دوائر للسؤال (4-25)

الآن لتحديد مقاومة ثيفن

$$R_1 = \frac{V_1}{i_{sc}} = \frac{4.62}{0.75} = 6.15 \Omega$$

دائرة ثيفن المكافئة موضحة في الشكل (4-51c)

سؤال 4-26 :

جد ثيفن المكافئة للدوائر الموضحة بالشكل (4-52) ؟

الجواب:

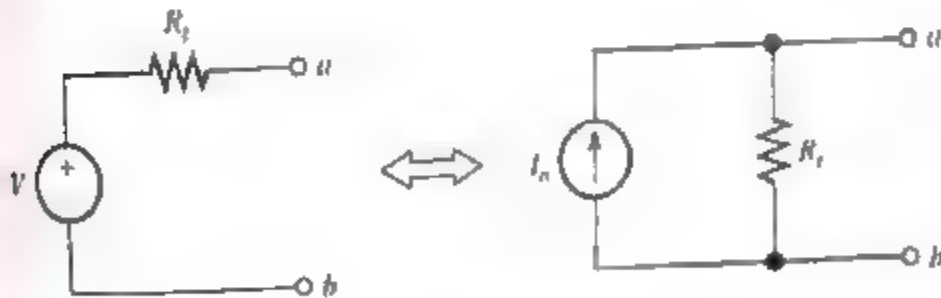
$$a) R_t = 9.37\Omega, i_n = 1.67A$$

$$b) R_t = 15\Omega, i_n = 2A$$

4-7 تحويل المصادر Source Transformations

نستطيع استبدال مصدر فولتية على التوالي مع مقاومة بواسطة دائرة ثينين المكافئة والتي تحتوي مصدر تيار بالتوازي مع مقاومة. هذا يسمى بتحويل المصدر وموضح في الشكل (4-53) الدائرتين المشار إليهما بالتيابير من تصرفاتها الخارجية. فمن الناحية الأخرى تبقى الفولتيات والتيارات في الأطراف a و b نفسها بعد التحويل. ومع ذلك افترض ذلك ذلك الدائرتين الموضحتين في الشكل (4.53) هي دوائر مفتوحة. لا يمر تيار خلال المقاومة بالتوازي مع مصدر الفولتية. ولكن التيار i_n يمر خلال المقاومة بالتوازي مع مصدر التيار.

لعمل مصدر محول مهم جداً "توضح العلاقة بين الاتجاه المرجعي لمصدر التيار والقطبية لمصدر الفولتية. إذا كانت القطبية الموجبة تقترب من الطرف a. التيار المرجعي ينبغي أن يكون متجه من الطرف a كما موضح في الشكل (4-53).



الشكل (4-53)

مصدر الفولتية على التوالي مع المقاومة يكافئ تماماً مصدر التيار على التوالي مع المقاومة بقسمة ذلك $i_n = V_t / R_t$

بعض الأحيان نستطيع تبسيط حل الدائرة بواسطة تحويل المصادر ، وهذه مشابهة لحل الدوائر بواسطة تركيب المقاومات على التوالي والتوازي ونوضح ذلك بالمثل

مثال 4-18: استخدام تحويل المصادر

سنستخدم تحويل المصادر في حل التيارات i_1 ، i_2 الموضحة في الشكل (4-54a).

الحل:

هناك طرق مختلفة ممكنة أحدها هي تحويل مصدر التيار 1A و R_2 الى مصدر فولتية بالتوالي مع R_2 كما موضح في الشكل (4.54b) لاحظ ذلك القطبية الموجب للمصدر 10V في الأعلى بسبب أن المصدر 1A نقطة المرجع الأعلى. يمكن حل دائرة إشارة الحلقة في الشكل (4.54b) معادلة قانون كيرشوف للفولتية. بتدريج باتجاه عقارب الساعة. و فولتية المجموعة تعطينا

$$R_1 i_1 + R_2 i_1 + 10 - 20 = 0$$

وبالتعويض نحصل على

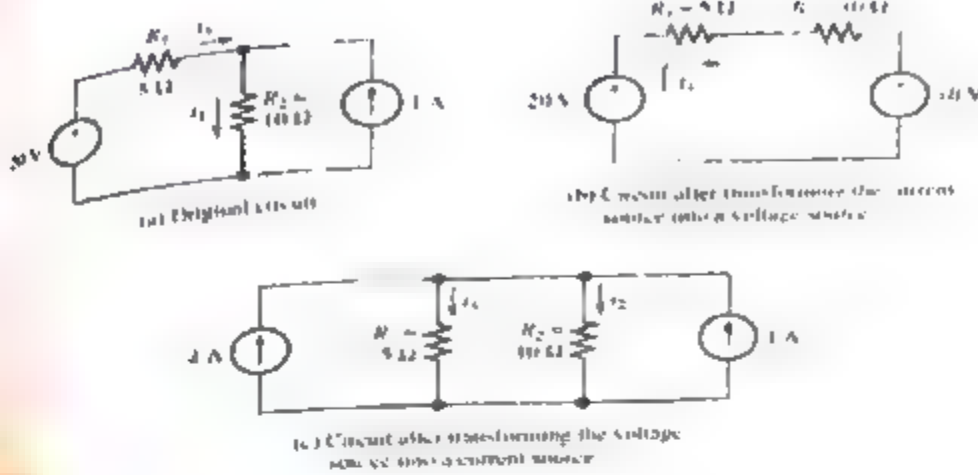
$$i_1 = \frac{10}{R_1 + R_2} = 0.667A$$

ومن ثم في الدائرة الأصلية. نستطيع كتابة معادلة التيار في العقدة الأعلى و

ال حل لـ i_2

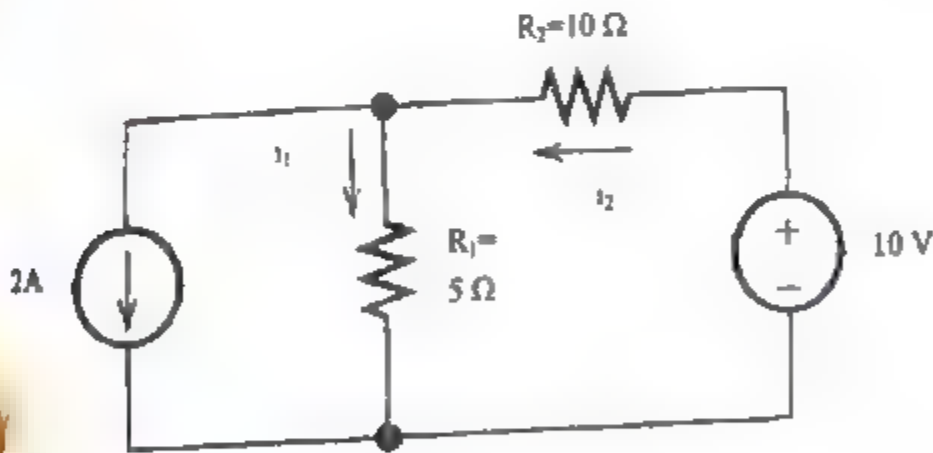
$$i_2 = i_1 + 1 = 1.667A$$

الطريقة الأخرى هي تحويل مصدر الفولتية والمقاومة R_1 الى مصدر التيار بالتوازي مع R_1 ، يجعل هذا التحويل في الدائرة الأصلية الى الدائرة الموضحة في الشكل (4-54c) ، لاحظ أن نصف التيار يمر خلال R_1 مثل i_3 على عكس i_1 .



الشكل (4-54) دائرة للمثال 4.18

بسبب أن التيار في المقاومة في المصدر المحول ليس نفسه في الدائرة الأصلية في الشكل (4-54c)، نلاحظ أن التيار الكلي من 5A يمر في مجموعة التوازي لـ R_1 و R_2 .



الشكل (4-55) دائرة للمثال للسؤال (4-26)

استخدم مبدأ تجزئة التيار ، لحصل على التيار المار في المقاومة R_2

$$i_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_{\text{مصدر}} = \frac{5}{5 + 10} (5) = 1.667 \text{ A}$$

سؤال 4-26:

استخدم المصادر المحولة لحل القيم من i_1 و i_2 في الشكل (4-55) حول مصدر التيار و R_1 الى مصدر فولتية بالتوالي مع R_1 حل الدائرة بواسطة الطريقة لدية. ابدأ بالدائرة الأصلية وتحویل مصدر 10V ، R_2 الى مصدر تيار على لتوزي R_2 . الأجوبة ينبغي أن تكون نفسها في كل الطرق.

الجواب:

$$i_1 = -0.667 \text{ A}, \quad i_2 = 1.333 \text{ A}$$

4-8 نقل اعظم قدرة Maximum Power Transfer

افترض لدينا دائرة ذات طرفين ونريد ربط مقاومة حمل R_L ، لنقل اعظم قدرة الى الحمل كما موضح في الشكل (4-56a) لتحليل هذه المشكلة نستبدل الدائرة الأصلية بواسطة ثيفنن المكافئة كما هو موضح في الشكل 4-56b. التيار المار خلال مقاومة الحمل هو

$$i_L = \frac{V_t}{R_t + R_L}$$

لقدرة في الحمل هي

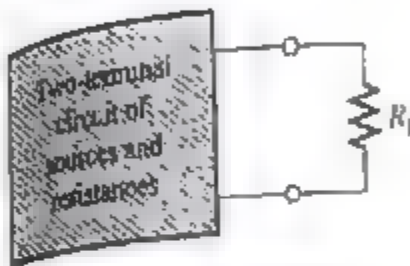
$$P_L = i_L^2 R_L$$

بالتعويض عن التيار لحصل على

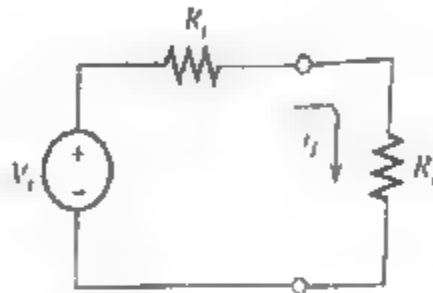
$$P_L = \frac{V_t^2 R_L}{(R_t + R_L)^2} \dots (4-66)$$

لإيجاد قيمة مقاومة الحمل لنقل اعظم قدرة تتخلل الحمل ، نجد المشتقة لـ PL بالنسبة لـ R_L ونساويها الى الصفر.

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{V_T^2 (R_T + R_L)^2 - 2V_T^2 R_L (R_T + R_L)}{(R_T + R_L)^4} = 0$$



(a) Original circuit with load



(b) Thevenin equivalent circuit with load

الشكل (4-56) تحليل الدائرة لاعلى قدرة تحويل

ومنها نحصل على

$$R_L = R_T$$

لذلك مقاومة الحمل نستهلك اقصى قدرة من طرفي الدائرة وتساوي مقاومة ثيفين، نحصل على اقصى قدرة بواسطة استبدال $R_L = R_T$ في المعادلة (4-66)، ويكون الناتج

$$P_{L_{max}} = \frac{V_T^2}{4R_T} \quad (4-67)$$

مثال 4-19 حساب نقل اعظم قدرة

جد مقاومة الحمل لنقل اقصى قدرة للدائرة الموضحة بالشكل (4-57) كذلك جد اقصى قدرة؟

الحل:

أولاً: ينبغي أن نجد دائرة ثيفنن المكافئة. تصغير مصدر الفولتية. نجد المقاومات R_1 ، R_2 على التوالي. لذا مقاومة ثيفنن تكون:

$$R_t = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/20 + 1/5} = 4\Omega$$

فولتية ثيفنن تكون مساوية لفولتية الدائرة المفتوحة. استخدم مبدأ تقسيم الفولتية. نجد ذلك:

$$v_t = v_{oc} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (50) = \frac{5}{5 + 20} (50) = 10V$$

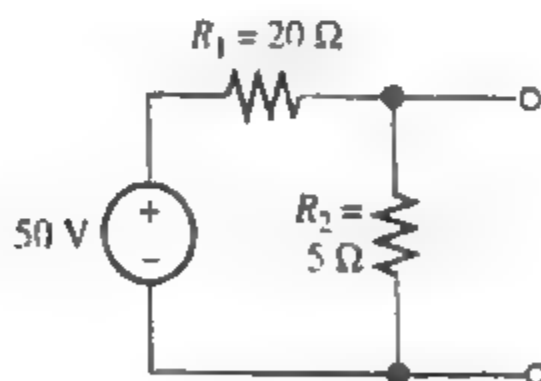
لذلك فإن مقاومة الحمل تلك لنقل أقصى قدرة هي

$$R_L = R_t = 4\Omega$$

وأقصى قدرة تعطى بالمعادلة (4-67)

$$P_{Lmax} = \frac{v_t^2}{4R_t} = \frac{10^2}{4 \times 4} = 6.25W$$

تطبيقات نقل اعظم قدرة : عندما تتساوى مقاومة الحمل و مقاومة ثيفنن فان نصف القدرة تستهلك في مقاومة المصدر والنصف الأخر يستهلك في الحمل.



الشكل (4-57) دائرة المثال 4.19

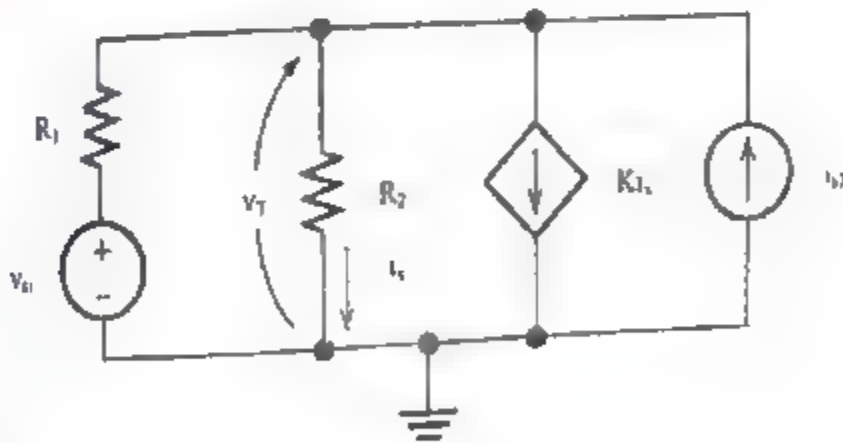
4-9 مبدأ نظرية التراكيب Super Position Principle

افترض لدينا دائرة مكونة من مقاومات. مصادر معقدة خطية و مصادر فاعلية معتمدة (مشرح تعبير مصدر معتمد خطي باختصار). التيار المسار خلال العنصر المعطى (الفولتية عليه) هو محصلة التيارات المارة خلاله والفولتية التي تظهره استجابته الى المصادر المعتمدة.

ان الاستجابة بكل المصادر الفعالة تسمى بالاستجابة الكلية، يرمز لها r_T . مبدأ التراكيب هو أن الاستجابة الكلية هي مجموع الاستجابات لكل المصادر المستقلة الفعالة بشكل معادلة:

$$r_T = r_1 + r_2 + \dots + r_m \dots (4-68)$$

نوضح صحة مبدأ التراكيب لدائرة المثال الموضحة بالشكل (4-58) في هذه الدائرة، هناك مصدران مستقلان الأول مصدر فولتية v_{s1} والثاني مصدر تيار i_{s2} ، افترض ذلك الاستجابة من أهمية تكون الفولتية على المقاومة R_2 .



الشكل (4-58) دائرة تستخدم لتوضيح مبدأ التراكيب

أولاً: نحل الاستجابة الكلية v_T بواسطة حل الدائرة بكل المصادر ونكتب معادلة التيار في العقدة الأعلى يعطينا:

$$\frac{v_T - v_{s1}}{R_1} + \frac{v_T}{R_2} + K i_1 = i_{s2} \dots (4-69)$$

المتغير المحكوم i_x يعطى بواسطة:

$$i_x = v_T / R_2 \dots (4-70)$$

بتعويض المعادلة (4-70) في المعادلة 4-69 ونحل الاستجابة الكلية نجد

$$v_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + K R_1} v_{s1} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + K R_1} i_{s2} \dots (4-71)$$

إذا وضعنا i_{s2} صفر نوصف الاستجابة الى v_{s1}

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + K R_1} v_{s1} \dots (4-72)$$

بالمثل إذا وضعنا v_{s1} يساوي صفر في المعادلة 4-71 الاستجابة تقلل الى i_{s2} يعطى بواسطة

$$v_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + K R_1} i_{s2} \dots (4-73)$$

بمقارنة المعادلات (4-71), (4-72), (4-73) نلاحظ ان

$$v_T = v_1 + v_2$$

هذا متوقع من نظرية التراكيب ، الاستجابة الكلية تساوي مجموع الاستجابات لكل المصادر المستقلة التي تعمل على حده.

الخطية Linearity

إذا رسمنا فولتية مقابل التيار للمقاومة سنحصل على خط مستقيم. هذا موضح في الشكل (4-59) لذلك نقول ان قانون أوم هو معادلة خطية ، وبالمثل التيار في المصدر المحكوم موضح في الشكل (4-58) ويعطى بواسطة $i_{cs} = K i_x$

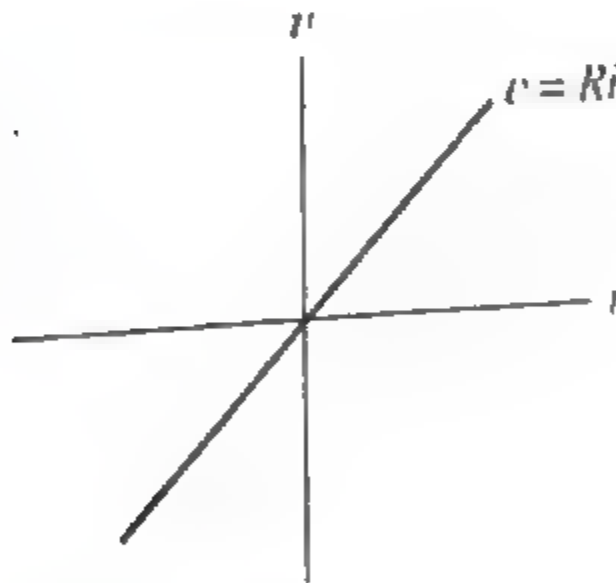
والتي تكون ايضا معادلة خطية، يمكن وصف المصدر المسيطر وصف بواسطة معادلة خطية تسمى مصدر التحكم الخطي.
بعض الأمثلة من المعادلات الخطية هي

$$v = 10 i^2$$

$$i_s = K \cos(ix)$$

$$i = e^v$$

لا يتطبق مبدأ التراكيب على العناصر التي توصف بمعادلة غير خطية وسن
ندرس العناصر الغير خطية لاحقا في للدوائر الالكترونية.



الشكل (4-59) المقاومة تمثل قانون اوم الخطي

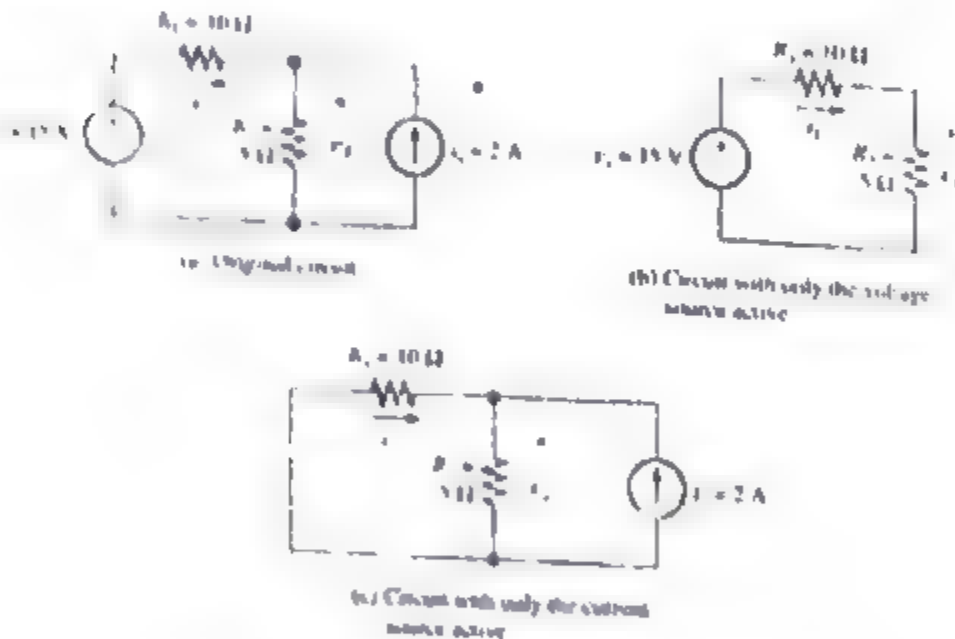
استخدام نظرية التراكيب لحل الدوائر

Using Superposition to Solve Circuits

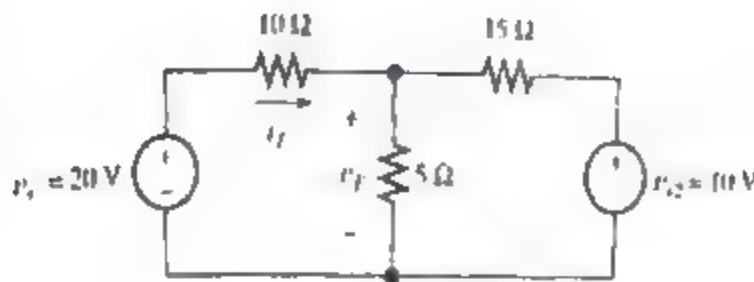
يمكننا تطبيق نظرية التراكيب في تحليل الدوائر بمسألة نموذجية أدناه ، لكي
مصدر على حدة ، ومن ثم نحذف استجابة فردية لأجزاء الاستجابة الكلية . هذا
يؤدي تحليل الدائرة مبسط بواسطة تحليل أي مصدر مستقل وليس حده الشارة .
مفصل ، ستوضح ذلك مثال .

مثال 4-20 تحليل دائرة باستخدام التراكيب

استخدم نظرية التراكيب لحل الدائرة الموضحة في الشكل (4-20) المعرف بـ ١٠



الشكل (4-60) دائرة للمثال (4.20) والسؤال (4-27)



الشكل (4-61) دائرة السؤال (4-28)

الحل:

نحلل الدائرة بمصدر فعال واحد في زمن واحدة الاستجابة ، الشكل 4-60b يوضح الدائرة بمصدر فولتية فقط فعال ، نجد بواسطة تطبيق مبدأ تجزئة الفولتية.

$$v_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s = \frac{5}{5 + 10} (15) = 5V$$

ومن ثم نحلل الدائرة بمصدر تيار فقط ، الدائرة موضحة في الشكل 4-60c في هذه الحالة المقاومة R_1 ، R_2 على التوازي والمقاومة المكافئة تكون

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/10 + 1/5} = 3.33\Omega$$

الفولتية تقل الى مصدر التيار وتعطي بواسطة

$$v_2 = i_s R_{eq} = 2 \times 3.33 = 6.66V$$

اخيرا نجد الاستجابة الكلية بواسطة اضافة استجابة فردية

$$v_T = v_1 + v_2 = 5 + 6.66 = 11.66V$$

سؤال 4-27 :

أوجد استجابة i_1 ، i_2 ، i_3 للدائرة في الشكل 4-60

الجواب:

$$i_T = 0.333A, i_2 = -0.667A, i_1 = 1A$$

سؤال 4-28:

استخدم نظرية التراكيب لإيجاد استجابة i_T , v_T للدائرة الموضحة في الشكل (4-61)؟

الجواب:

$$v_T = 2.27V, v_2 = 1.82V, v_1 = 5.45V$$

$$i_T = 1.27A, i_2 = -0.181A, i_1 = 1.45A$$

4-10 جسر ويتستون Wheatstone Bridge

جسر ويتستون هي عبارة عن دائرة تستخدم لقياس المقاومات المجهولة (غير معروفة)، فمثلاً، تستخدم بواسطة المهندسين الميكانيكيين والمدنيين لقياس المقاومات من مقياس الالتواء في دراسة تجربة المدى في الميكانيكا والبناء. الدائرة في الشكل (4-62). الدائرة تتكون من مصدر فولتية مستمرة v_s dc. كاشف مقاومة مجهولة لقياسها. وثلاث مقاومات ضبط R_1, R_2, R_3 . والتي أشير إليها بواسطة السهم المرسوم خلال رسوم المقاومة.

الكاشف يكون قادر يستجيب لأي تيار صغير (أقل من واحد ميكروأمبير مع ذلك ليس من الضروري الكاشف أن يكون مدرج. يكون فقط ضروري لإشير أما أو ليس هناك تيار يمر خلالها غالباً يعمل الكاشف عندما تكون المقاومات R_2 و R_3 مضبوطة على قيمة حتى يشير الكاشف إلى تيار صفر. في هذه الحالة نلاحظ أن التيار i_g والفولتية على الكاشف v_{ab} تكون صفر.

نطبق قانون كيرشوف على العقدة a للشكل 4-62 واستخدام تلك الحقيقة

$$i_g = 0$$

$$i_1 = i_3 \dots\dots\dots(4-74)$$

وبالمثل في العقدة b يعطينا

$$i_2 = i_4 \dots\dots\dots(4-75)$$

اكتب معادلة كيرشوف الفولتية حول الحلقة المكونة من R_1 و R_2 والكاشف
نحصل :

$$R_1 i_1 + v_{ab} = R_2 i_2 \dots\dots\dots(4-76)$$

ومع ذلك : عندما تكون القنطرة مضبطة على $v_{ab} = 0$ نتيجة لذلك :

$$R_1 i_1 = R_2 i_2 \dots\dots\dots(4-77)$$

بالمثل للحلقة المكونة من R_4 و R_1 والكاشف تعطينا

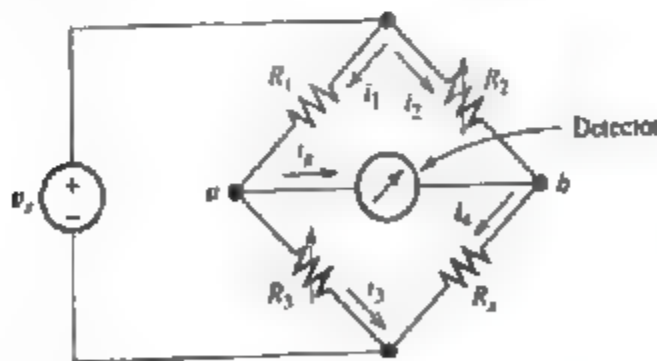
$$R_3 i_3 = R_4 i_4 \dots\dots\dots(4-78)$$

وبتعويض المعادلات (4-74) و (4-75) في المعادلة 4-78 نحصل على

$$R_3 i_1 = R_4 i_2 \dots\dots\dots(4-79)$$

بقسمة المعادلة 4-79 على المعادلة 4-77 نحصل على

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$



الشكل (4-62)

قنطرة ويستون ، عندما تترن قنطرة ويستون يضبط $v_{ab} = 0, i_x = 0$

تجربة لاجتداء المقاومة المجهولة

$$R_1 = \frac{R_2}{R_3} R_1 = \frac{10k\Omega}{1k\Omega} \times 732 = 7320\Omega$$

هنا في القنطرة التجارية هناك مواضع متعددة لإختبار مفتاح في رتبة من ٤ إلى مستوى القيم R_2 R_3 بواسطة تغيير القيمة لـ R_2 ، ومن ثم ضغط R_3 بواسطة المفاتيح المدرجة الرئيسية حتى نحقق الضغط و المقاومة المجهولة R_x تكون ٤ إلى قياس لقيمة R_3 .

مثال 4-21 استخدام قنطرة ويتنون لقياس المقاومة :

في لتدرج الخاص قنطرة ويتنون R_1 تثبت $1k\Omega$ ، R_3 يمكن ضغطها 10 خطوات من 0 إلى 1100Ω و R_3 لختارها $100k\Omega$ ، $10k\Omega$ ، $1k\Omega$ أو $1M\Omega$

١. افترض ان القنطرة متزنة بـ 732Ω R_3 و $10k\Omega$ R_2 ما هي لقيمة R_x ؟

٢. ما هي القيمة الأكبر لـ R_x لتكون القنطرة متزنة ؟

٣. افترض ان $R_2 = 1M\Omega$ ، الاضافة بين الاضافة لقيم R_x لكي تتزن القنطرة تماما ؟

الحل:

(a) من المعادلة (4-28) نجد

$$R_1 = \frac{R_2}{R_3} R_1 = \frac{10k\Omega}{1k\Omega} \times 732 = 7320\Omega$$

لاحظ ان R_2/R_1 عامل قياس ممكن أن يكون 1، 10، 100، 1000 يعتمد على القيمة المختارة لـ R_2 . المقاومة تكون عامل القياس. القيمة لـ R_3 لختارها لإتزان القنطرة.

(b) نحسب اعلى قيمة للمقاومة المجهولة عند الاتزان بواسطة القيم العالية المتغيرة لـ R_2 و R_3 ، لذلك

$$R_{x_{max}} = \frac{R_{2_{max}}}{R_1} R_{3_{max}} = \frac{1M\Omega}{1k\Omega} \times 110\Omega = 1.1M\Omega$$

(c) الاضافة بين القيم من R_x للقنطرة لكي تكون متزنة تماما ' يكون احيانا عامل القياس مضروباً بـ R_3 .

$$R_{x_{inc}} = \frac{R_2}{R_1} R_{3_{inc}} = \frac{1M\Omega}{1k\Omega} \times 1\Omega = 1k\Omega$$



الحامد الكندي
أبو عبد الله محمد بن أحمد



دار

المسيرة

للنشر والتوزيع والطباعة

ISBN 978-9537-05 505-8



الفصل الرابع

دوائر المقاومة

193.....	المقدمة.....
194.....	4-1 المقاومات على التوالي والتوازي.....
200.....	4-2 تحليل الشبكة باستخدام مكافئات التوالي و التوازي.....
206.....	4-3 دوائر مجزئ الجهد و مجزئ التيار.....
213.....	4-4 تحليل جهد العقدة.....
234.....	4-5 تحليل تيار الحلقة.....
248.....	4-6 دوائر ثيفنن و نورتن المكافئة.....
260.....	4-7 تحويل المصادر.....
263.....	4-8 نقل اعظم قدرة.....
266.....	4-9 مبدأ نظرية التراكيب.....
271.....	4-10 قنطرة ويتستون.....
275.....	الأسئلة.....

الفصل الخامس

السعة

299.....	المقدمة.....
299.....	5-1 الكهرباء الساكنة.....
300.....	5-2 طبيعة المجال الكهربائي.....
307.....	5-3 الحث الكهروستاتيكي.....
308.....	5-4 العوازل.....
309.....	5-5 السعة.....

314.....	5-6 عوامل التحكم بالسعة
218.....	5-7 ثابت العزل
320.....	5-8 المتسعات على التوازي
322.....	5-9 المتسعات على التوالي
325.....	5-10 شحن المتسعة
327.....	5-11 معدل تغير الفولتية
331.....	5-12 ثابت الزمن
331.....	5-13 الحل البياني لفرق الجهد اللحظي
333.....	5-14 تفريغ المتسعة
337.....	اسئلة للمراجعة
340.....	الاسئلة

الفصل السادس

المحاث

347.....	6-1 الحث الكهرومغناطيسي
349.....	6-2 قانون فاراداي
350.....	6-3 قانون لينز
354.....	6-4 الحث الذاتي
355.....	6-5 المحاثّة الذاتية
356.....	6-6 عوامل التحكم بالمحاثّة
359.....	6-7 المحاثات على التوالي
360.....	6-8 المحاثات على التوازي
361.....	6-9 التيار في الحث المثالي
364.....	6-10 ارتفاع (سهولة) التيار في الحث العلمي

368.....	6-11 ثابت الزمن.....
370.....	6-12 الحل الياني للتيار اللحظي.....
375.....	6-13 الحلول الحساية للتيار اللحظي.....
378.....	6-14 الطاقة المخزونة في الملف.....
382.....	6-15 تلاشي (المحدار) التيار في الدوائر الحثية.....
388.....	6-16 الحلول الحساية لتيار التفريغ الخطي.....
391.....	أسئلة للمراجعة.....
394.....	الأسئلة.....

الفصل السابع

العابرات

399.....	المقدمة.....
400.....	7-1 دوائر RC من الدرجة الأولى.....
400.....	تفريغ المتسعة خلال مقاومة.....
403.....	شحن المتسعة من مصدر مستمر DC عبر مقاومة.....
407.....	7-2 الحالة المستقرة للتيار الثابت DC.....
410.....	7-3 دوائر RC.....
417.....	7-4 دوائر RC و RL مع مصادر عامة.....
419.....	حل المعادلة التفاضلية الثابتة.....
427.....	7-5 دوائر الدرجة الثانية.....
427.....	المعادلة التفاضلية.....
428.....	التظير الميكانيكي.....
440.....	دوائر C و L على التوازي.....
444.....	الأسئلة.....

الفصل الثامن

تحليل الإشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة

المقدمة.....	459
8-1 فولتيات وتيارات الإشارة الجيبية	459
8-1-1 قيم جذر متوسط التربيع	461
8-1-2 القيمة الفعالة للإشارة الجيبية	463
8-2 الأطوار	467
8-2-1 تعريف الطور	468
8-2-2 إضافة الاشارات الجيبية باستخدام الاطوار	469
8-2-3 الخطوات المبسطة والأكثر فعالية لجمع الإشارات الجيبية	471
8-2-4 تمثيل الاطوار بالمتجهات الدوارة	472
8-2-5 علاقات الطور	473
8-3 الممانعات المعقدة	476
8-3-1 المحث	476
8-3-2 المتسعة	478
8-3-3 المقاومة	479
8-4 تحليل الدوائر باستخدام الاطوار و الممانعات المعقدة	482
8-4-1 قوانين كيرشوف بشكل الطور	482
8-4-2 تحليلات الدائرة باستخدام الاطوار والمعوقات	483
8-4-3 تحليلات الحالة المستقرة المتساوية لدوائر التوالي	483
8-4-4 تحليلات التيار بطريقة (Mesh)	492
8-5 القدرة في دوائر التيار المتناوب	494

496.....	8-5-1 التيار والفولتية والقدرة لمقاومة الحمل
496.....	8-5-2 التيار والفولتية والقدرة لحمل المحث
497.....	8-5-3 التيار والفولتية والقدرة لحمل سعوي
498.....	8-5-4 أهمية القدرة الفعالة
499.....	8-5-5 حسابات القدرة لاي حمل
500.....	8-5-6 عامل القدرة
501.....	8-5-7 القدرة الفعالة
501.....	8-5-8 القدرة الظاهرية
502.....	8-5-9 الوحدات
502.....	8-5-10 مثلث القدرة
502.....	8-5-11 علاقات جمع القدرة
511.....	8-5-12 تصحيح عامل القدرة
513.....	8-6 دوائر مكافئات ثيفينين و نورتون
515.....	8-6-1 دوائر مكافئ نورتون
518.....	8-6-2 نقل اعظم قدرة
523.....	8-7 الدوائر ثلاثية الطور المتزنة
525.....	8-7-1 ترتيب الطور
525.....	8-7-2 ربط (Y-Y)
525.....	8-7-3 القدرة
528.....	8-7-4 الجهود من خط إلى خط
530.....	الخلاصة
539.....	المسائل
542.....	

الفصل التاسع

الاستجابة الترددية ، مخططات بود ، والرنين

561	المقدمة.....
562	9-1 تحليل فورير، المرشحات، ودوال التحويل.....
573	9-2 مرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى.....
581	9-3 الديسبل . التوصيل المتسلسل و مقياسات التردد اللوغاريتمي.....
587	9-4 مخططات (رسوم) بود.....
592	9-5 مرشحات التمرير العالي من الدرجة الأولى.....
598	9-6 رنين التوالي.....
606	9-7 رنين التوازي.....
611	9-8 المرشحات المثالية ومرشحات الدرجة الثانية.....
619	9-9 معالجة الإشارة الرقمية.....
634	الخلاصة.....
637	الأسئلة.....

الفصل العاشر

الشبكات ذات منفذين

659	10-1 النهايات والأطراف.....
659	10-2 بارمترات - Z.....
662	10-3 مكافئ T للشبكات المتبادلة.....
663	10-4 بارمترات - Y.....
666	10-5 مكافئ PI للشبكات المتبادلة.....
667	10-6 تطبيقات الخصائص الطرفية.....

669.....	10-7 التحويل بين البارمترات Z و بارمترات Y
671.....	10-8 بارمترات h
672.....	10-9 بارمترات g
673.....	10-10 بارمترات الإرسال
674.....	10-11 ربط الشبكات ذات المنفذين
677.....	10-12 اختيار نوع البارمترات
678.....	10-13 خلاصة البارمترات والتحويل الطرفي
680.....	مسائل محلولة
696.....	الأمثلة
703.....	المصادر

الفصل الخامس

السعة

15/11/20

الفصل الخامس

السعة

The Capacitance

الحمد لله

المقدمة

درسنا في الفصول السابقة إحدى خصائص الدائرة الكهربائية وهي محاولة الدائرة لمعاكسة التيار الكهربائي المار خلالها وسميت هذه الخاصية بالمقاومة (Resistance) . الخاصية الثانية هي معاكسة أي تغير في التيار الكهربائي خلال الدائرة الكهربائية وتسمى هذه الخاصية بالحث (Inductance) ومستطرق إلى طبيعة الحث في الفصل القادم . والخاصية الثالثة هي معاكسة أي تغير في فرق الجهد (Potential difference) بين أي نقطتين في الدائرة الكهربائية وتسمى هذه الخاصية بالسعة (Capacitance) .

5-1 الكهرباء الساكنة: Static Electricity

بما أن السعة ذات علاقة مع فرق الجهد ، لذلك يجب أن نعرف أولاً بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بفرق الجهد .

لاحظنا في الفصل الأول أن الذرات والجزيئات في حالتها الطبيعية تكون بشكل كهربائي محايد ، وبفرض تكوين فرق جهد كهربائي يجب فصل بعض إلكترونات التكافؤ من مجموعة من الذرات ولذلك يقل عدد الإلكترونات في هذه الذرات أو تكون شبكة من الشحنات الموجبة ومن ثم تضاف هذه الإلكترونات إلى المجموعة الأخرى من الذرات وبذلك نكون قد حصلنا على شبكة من الشحنات السالبة . لكي يبقى التيار الكهربائي مستمر في الدائرة نستخدم شحنات كهربائية منفصلة مثل



البطاريات التي تبقي فرق الجهد بين طرفيها ثابت باستمرار بواسطة تحويل الطاقة الكيميائية .

تم اكتشاف إنتشار الشحنات الكهربائية بواسطة الاحتكاك بين المواد العازلة كهربائياً قبل إكتشاف البطاريات الكهربائية بعدة قرون . وتعرف الشحنات الكهربائية التي تنتشر بواسطة احتكاك المواد العازلة بالكهرباء الساكنة ، ودراسة سلوك هذه الشحنات يسمى بعلم الكهرباء الساكنة .

5-2 طبيعة المجال الكهربائي : The Nature of an Electric Field

قانون كولوم للقوة الكهربائية الساكنة:

ينص قانون كولوم على : (أن القوة الكهربائية بين شحنتين كهربائيتين نقطيتين تتناسب طردياً مع حاصل ضرب الشحنتين وتتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينهما).
والصيغة الرياضية لهذا القانون كالتالي :

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{S^2} \dots\dots\dots (5-1)$$

حيث أن :

F : القوة الكهربائية بالنيوتن .

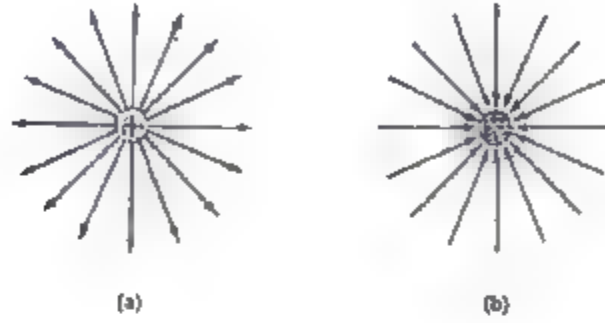
Q1, Q2 : الشحنتان الكهربائيتان بالكولوم

S : المسافة بين الشحنتين بالمتر . R : ثابت التناسب ويساوي 8.99×10^9

من ذلك نلاحظ أن القوة الكهربائية بين شحنتين كهربائيتين لا تحتاج إلى اتصال فيزيائي بين الشحنتين ، لذلك يمكن وصف القوة الكهربائية بأنها قوة مجال .

ويمكن أن نوضح مفهوم هذا المجال بملاحظة ماذا يحدث عندما توضح شحنة موجبة صغيرة جداً (بروتون) بجوار شحنة موجبة ثابتة نجد أن الشحنات تتنافر مما يسبب حركة البروتون بشكل إشعاعي مبتعداً عن الشحنة الموجبة الثابتة يمكن القول أن الشحنة الموجبة الصغيرة جداً تبتعد بسبب المجال الكهربائي الساكن للشحنة الكهربائية الثابتة .

ويمكن توضيح المجال الكهربائي أيضاً بشكل بياني أو تخطيطي بواسطة رسم مسارات الشحنة الصغيرة الموجبة عندما تبتعد عن الشحنة الثابتة كما موضح في الشكل (5-1a)

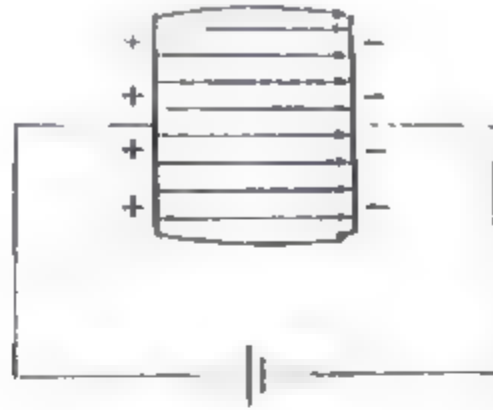


الشكل (5-1)

وأيضاً نجد ان المجال الكهربائي يحيط بالشحنة السالبة الثابتة حيث تقوم هذه الشحنة بجذب الشحنات الصغيرة الموجبة كما موضح في الشكل (5-1b) لذلك يمكن القول أن :

(المجال الكهربائي هو تلك المنطقة التي تتأثر فيها الشحنات بالقوة الكهربائية)
 أو بمعنى آخر بأنه : (المنطقة التي يظهر فيها تأثير القوة الكهربائية على الشحنات)
 في دراسة الدوائر الكهربائية لم نهتم بشكل خاص بالمجال الكهربائي المحيط بالشحنات الكهربائية المعزولة في الفراغ ، بل نهتم بفرق الجهد الكهربائي بين نقطتين في الدوائر الكهربائية وكذلك المجال الكهربائي بين شحنتين مختلفتين .

من الممكن تكوين مجال كهربائي بربط صفيحتين معدنتين متوازيتين بقطبي مصدر فولتية كما موضح في الشكل (5-2) ستكون الصفيحة اليسرى ذات شحنات موجبة لأن القطب الموجب للبطارية سيعمل على إزالة الإلكترونات منها بينما ستكون الصفيحة اليمنى ذات شحنات سالبة لأن الطرف السالب للبطارية سيعمل على دفع الإلكترونات الفائضة من البطارية إليها .



الشكل (5-2)

فإذا وضع جسيم دقيق موجب الشحنة بين الصفيحتين فإنه سيتحرك باتجاه الصفيحة اليمنى ، أما إذا كان هذا الجسم سالب الشحنة فإنه سيتحرك باتجاه الصفيحة اليسرى ، وبالإمكان أيضاً توضيح المسار الذي سيسلكه جسيم مشحون موضوع بين صفيحتين بواسطة هذه الخطوط التي تمثل اتجاه حركة الجسم الناتجة عن تأثير القوة الكهربائية عليه وبذلك يمكن القول أن المجال الكهربائي يحتوي على خطوط غير مرئية للقوى الكهربائية حيث أن :

(تمثل خطوط القوى الكهربائية المسار الذي سيسلكه جسيم مشحون صغير جداً من صفيحة ذات شحنة كهربائية إلى صفيحة أخرى) .

بينما أن الجسيم ذو الشحنة السالبة سيتحرك فقط باتجاه الصفيحة ذات الشحنات الموجبة والجسيم ذو الشحنة الموجبة سيتحرك فقط باتجاه الصفيحة ذات الشحنات السالبة ، بإمكاننا الآن أن نعتبر أن خطوط القوى الكهربائية تمتلك اتجاه ومن أجل أن يتوافق هذا الاتجاه مع الاتجاه الافتراضي للتيار نفترض أن اتجاه خطوط القوى الكهربائية هو الاتجاه الذي سيسلكه جسيم ذو شحنة موجبة بين الصفيحتين . من الرسم في الأشكال (5-1) (5-2) (5-3) على التوالي نلاحظ أن :

(خطوط القوى الكهربائية تبدأ وتنتهي دائماً بسطوح مشحونة وتنقطع مع هذه السطوح بزوايا قائمة) .

وحيث أن معظم الاماكنة المجال الكهربائي في الاماكنة (5-3a) متوازيين هناك ، أمثلة أخرى للمجال الكهربائي في المجال الكهربائي متوازيين كما في الشكل (5-3b) وكذلك المجال الكهربائي بين موضعين لهما شحنة واحدة كما في الشكل (5-3b) .



الشكل (5-3)

فإذا تم وضع جسيم موجب الشحنة بين صفيحتين متوازيين فإن الصفيحة الموجبة (+) ستتنافر معه وسيجذب نحو الصفيحة السالبة. ولتطوير مفهوم المجال الكهربائي على انة القوة المبذولة على الجسيمات المشحونة لذلك يجب ان نعبر عن شدة المجال الكهربائي عدديا . يرمز لشدة المجال الكهربائي بالرمز (E) .

لا توجد هناك وحدات خاصة يتم بواسطتها التعبير عن كثافة وشدة المجال الكهربائي بينما يمكن التعبير عنها عن طريق جسم مشحون و لتوة المؤثرة عليه (يكون مقدار شدة المجال الكهربائي وحدة واحد في نقطة معينة وإذا كان هناك قوة مقدارها واحد نيوتن تؤثر على شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم ،وضوعة في تلك النقطة) . ويمكن التعبير عنها بالمعادلة الاتية :

$$E = \frac{F}{Q} \dots\dots\dots(5-2)$$

حيث ان :

E : شدة المجال الكهربائي (نيوتن / كولوم)

F : القوة المبذولة على الشحنة (نيوتن)

Q : مقدار الشحنة (كولوم)

وهناك حالة خاصة بالمجال الكهربائي بين صفتين متوازيتين وهي ان المجال الكهربائي يكون منتظم تماماً بين الصفتين لذلك نبذل قوة ثابتة على الشحنة عند حركتها من احد الصفتين الى الاخرى ، فاذا قطع جسيم مشحون مسافة كاملة من احد الصفتين الى الاخرى ، فان الشغل المبذول هو : $W=FS$ ويمكن التعبير عن مقدار القوتية بواسطة الشغل المبذول على تحريك شحنة من خلال فرق الجهد

$$W=QV$$

$$FS=QV$$

$$EQs=Qv$$

$$E = \frac{V}{S} \dots\dots\dots(5-3)$$

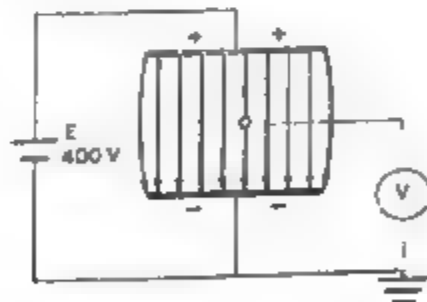
حيث :

E : شدة المجال الكهربائي (نيوتن / كولوم) او (فولت / م)

V : فرق الجهد بين الصفتين (فولت)

S : المسافة بين الصفتين (متر).

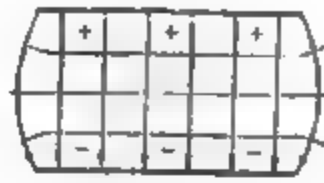
ان التمثيل السابق لشدة المجال الكهربائي يفقدنا معرفة خواص مهمة متعلقة بالمجال الكهربائي .



الشكل (5-4)

وفقاً لقانون كيرشوف للفولتية عند تسليط فرق جهد (400V) على صفيحتين متوازيتين كما في الشكل (5-4). هنا يجب أن يكون فرق الجهد بين الصفيحتين (400V) حيث أن خطوط القوى الكهربائية تبدأ من الصفيحة الموجبة (+) وتنتهي بالصفيحة السالبة (-) هذا الفرق في الجهد الذي مقداره (400V) يظهر قاطعاً كل خطوط القوى الكهربائية وبذلك فإن الفولتيمتر في الدائرة يقيس تيار مقداره صفر أمبير، ولكن عند ربط أحد أطراف الفولتيمتر بالصفيحة السفلى كما موضح في الشكل وهو متصل بالأرضي فإننا الآن سنأخذ جميع القراءات للجهد التي سيقراءها الفولتيمتر عندما وضع أحد أطرافه في نقاط مختلفة فعندما تلامس طرفه بالصفيحة لعلب سيقس جهد مقداره (400 V) بالنسبة للأرضي وإذا حركنا ذلك الطرف إلى ربع المسافة للأسفل سيقراً جهد مقداره (300 V)، وفي نصف المسافة يكون الجهد (200 V) وهكذا. أن فرق الجهد الكلي يتوزع بين الصفيحتين المتوازيتين بطريقة منتظمة على طول خطوط القوى الكهربائية كما هو الحال في مقسمات الجهود (المقاومات مثلاً). ومن هذه المميزات يمكننا القول أن الجهود تتوزع بشكل تدريجي بالفولت لكل متر. حيث أن المجال الكهربائي يتوزع بانتظام بين الصفيحتين، في هذه الحالة فإن تدرج الفولتية يساوي شدة المجال الكهربائي عددياً وعليه يمكن التعبير عن E بوحدات (فولت / متر).

وحيث أن فرق الجهد الكلي يتوزع بشكل منتظم على كل خط من خطوط القوى الكهربائية لذلك فإذا قمنا بوضع نقاط على كل خط بالنسبة لنفس فرق الجهد بالنسبة للأرض وبالربط بين هذه النقاط نحصل على ما يسمى بالسطوح متساوية الجهد (Equipobeatral Surface) للمجال الكهربائي. الشكل (5-5) يمثل السطوح متساوية الجهد.



(a)

صفيحتين متوازيتين



(b)

موصلين متوازيين

الشكل (5-5)

إذا فرضنا أن خطوط القوى الكهربائية تربط بين كل إلكترون من الصفيحة السالبة مع كل شحنة موجبة من الصفيحة الموجبة ، لذلك فإن عدد خطوط القوى الكهربائية يتناسب طردياً مع الشحنة الكهربائية . العدد الكلي لخطوط القوى الكهربائية في المجال الكهربائي يسمى الفيض الكهربائي نرسم للفيض الكهربائي بالرمز (ψ) .

بما أن الفيض الكهربائي (Electric flux) يتناسب طردياً مع الشحنة لذلك لا نحتاج إلى وحدة خاصة للفيض الكهربائي ، ولذلك نقول ببساطة أن

$$\psi = Q \dots\dots\dots (5-4) \quad \psi = Q'$$

حيث أن : ψ : الفيض الكهربائي في وحدات (MKS ، كجم . متر . ثانية)

Q : الشحنة في كل صفيحة بالكولوم .

ونرمز لكثافة الفيض الكهربائي بالرمز D .

وفي حالة الصفائح المتوازية تتوزع خطوط القوى الكهربائية بشكل أكثر انتظاماً وهذه الحالة خاصة بالصفائح المتوازية ، لذلك فإن كثافة الفيض الكهربائي تكون أكثر

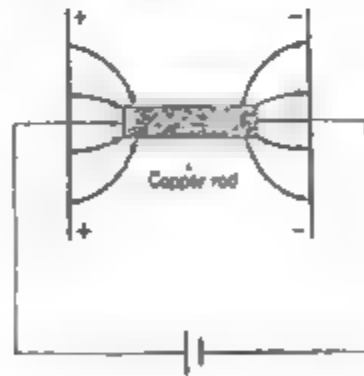
$$D = \frac{\psi}{A} \dots\dots\dots (5-5) \quad \text{انتظاماً ونعبر عنها كالتالي :}$$

حيث : A مساحة الصفيحة .

5-3 الحث الكهروستاتيكي : Electrostatic Induction :

يوضح الشكل (5-6) موصل كهربائي موضوع في مجال كهربائي وطول الموصل أقل من المسافة بين الصفيحتين لذلك فإنه لا يوجد توصيل كهربائي بين الصفيحتين . وحيث أن هذا الموصل يحتوي على عدد كبير جداً (هائل) من الإلكترونات لذلك فإن بعض هذه الإلكترونات سينجذب بواسطة الصفيحة الموجبة ويتنافر مع الصفيحة السالبة ونتيجة لذلك ستكون الإلكترونات (الشحنات السالبة) على طرف الموصل بالقرب من الصفيحة الموجبة وستكون على الطرف الآخر الشحنات الموجبة بالقرب من الصفيحة السالبة وبسبب عدم وجود توصيل بين الصفيحتين والموصل ستولد على أطراف الموصل شحنتين متساويتين ولكنهما متعاكستين عند وضع الموصل في المجال الكهربائي وهذا ما يسمى بالحث الكهربائي الساكن .

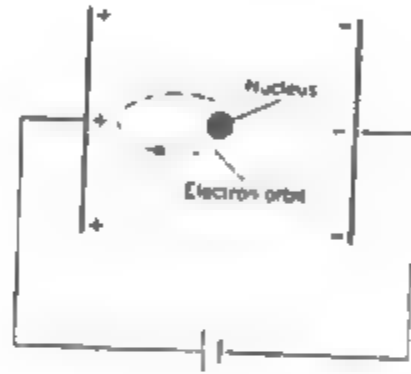
وحيث أن حركة الإلكترونات في اتجاه واحد يكون ما يسمى بالتيار الكهربائي وهناك حركة قليلة للتيار حدثت عندما انجذبت الإلكترونات إلى اتجاه الصفيحة الموجبة ولأن الموصل معزول عن الصفيحتين لذلك لا يمكن لهذا التيار أن يستمر . وحيث أن $V=IR$ في حال مرور التيار ولكن لا يوجد هبوط للجهد نهائي الموصل . وعليه فإن هذه العملية ما هي إلا إعادة توزيع للشحنات موضح في الشكل (5-6).



الشكل (5-6)

3-4 العوازل، Dielectrics

آخر خطوة في دراسة الكهرباء الساكنة ، سنضع قطعة صغيرة من مادة غير موصلة بين صفيحتين مشحونتين كما في الشكل (5-7) المواد غير الموصلة عندما تتعرض للمجال الكهربائي تسمى بالعوازل ، أن التركيبة الذرية لهذه المواد تكون معقدة جداً بالنسبة لانتقال الكترون من ذرة إلى أخرى . الإلكترونات التي تدور حول كل نواة ستجذب بواسطة الصفيحة الموجبة وتتأخر مع الصفيحة السالبة ، وكنتيجة لدوران الإلكترونات في كل ذرة من ذرات العازل فإنها ستزاح كما موضح في الشكل (5-7) .



الشكل (5-7)

التأثير الكلي الذي يحصل هو أن الذرات تعمل نفس العملية الذي قام بها الموصل في شكل (5-6) لأنه لا يمكن للإلكترونات أن تنتقل من ذرة إلى أخرى . إن مدى المسارات التي تسير فيها إلكترونات العازل يعتمد على شدة المجال الكهربائي فإذا قمنا بزيادة هذا المجال بواسطة زيادة فرق الجهد بين الصفائح سنصل إلى قيمة معينة عندها ستعزق هذه المسارات مسببة انهيار لمادة العازل ، وعندها يصبح هذا العازل موصلاً وبذلك تكون الصفيحتين دائرة قصيرة (Short Circuit) تتحمل بعض العوازل شدة مجال الكهرباء أكثر من البعض الآخر . أن كثافة المجال الكهربائي المطلوبة لانهيار العازل تسمى قوة أو مقدرة العازل (Dielectric Strength) والجدول (5-1) يوضح القيم لبعض العوازل الشائعة .

الجدول (5-1)

المادة	معدل قوة العزل كيلوفولت/ ملليمتر
الهواء	3
سيراميك	3
بوسلاين	8
بلاستيك	16
ورق	20
مطاط	28
زجاج	120
ميكا	200

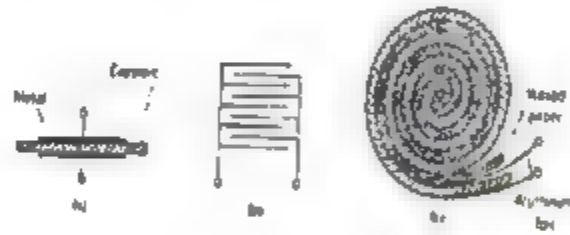
وبعد تعريض العازل إلى شدة مجال كهربائي عالية في الشكل (5-7) عند إزالة المصدر وفي نفس اللحظة ربط صفيحتين متوازيتين مع العازل تسمح لهذه الشحنات أن تعود لحالتها الابتدائية ، لأن الضغط على المسارات التي تدور فيها الإلكترونات قد زال ولذلك فهي ستعود إلى مواضعها الطبيعية وبعد إزالة التوصيل عن الصفائح بعد (التفريغ) سنجد أن فرق الجهد قليل يبقى بين الصفائح وهذا يدل على أن مدار الإلكترون في العازل لم يعد مباشرة إلى مكانة الأصلي ، لذلك إذا ربطنا الصفيحتين مع بعض نجد أن بعض مدارات الإلكترونات قد تحركت في العازل تحمل شحنات محته في الصفيحتين وبنفس السلوك للشحنات المحته في الموصل كما في الشكل (5-6) ويسمى هذا التأثير بامتصاص العازل (Dielectric absorption)

5-5 السعة: The Capacitance

لقد عرفنا ماذا يحصل في الفراغ العازل بين زوج من الصفائح المشحونة المتوازية. وهذا التأثير للأنواع المختلفة يكون مهماً لكافة أنواع الصمامات الإلكترونية. إن الاهتمام الحالي هو سلوك الدوائر الكهربائية لذا يجب معرفة التأثير لعنصر يتكون

من زوج من الصفائح الموصلة بينها مادة عازلة. يمكن تركيب المتسعة من الصفائح متوازية وذلك بدعم صفيحتين معدنيتين معزولتين يتفصل الهواء بينهما بطلا كلا الجانبين الاسطوانة سراميكية بموصل كما هو موضح في الشكل (5-8a) بعض المتسعات تتكون من صفائح متوازية مجزئة ويكون العازل فيها اما الهواء أو المايكا كما في الشكل (5-8b) وبعضها يبقى مكونا قطاعين من رقائق الألمنيوم الملفوفة مع قطاعين من مادة عازلة من الورق الشمعي كما في الشكل (5-8c) على الرغم من ان المشعات الصناعية هي بحجم جالون واحد من علب الزيت. العديد من المشعات المستخدمة في الدوائر الالكترونية تكون صغيرة الحجم .

للحصول على قيمة عالية ومعقولة للسعة باستخدام تقنيات التركيب في الشكل (5-8) يتوجب علينا جعل المتسعة كبيرة الى حد ما فيزيائياً لتشكيل المتسعة من الضروري جداً تقليل سمك المادة العازلة وهذا يؤدي الى تقليل جهد الانهيار العكسي للمتسعة



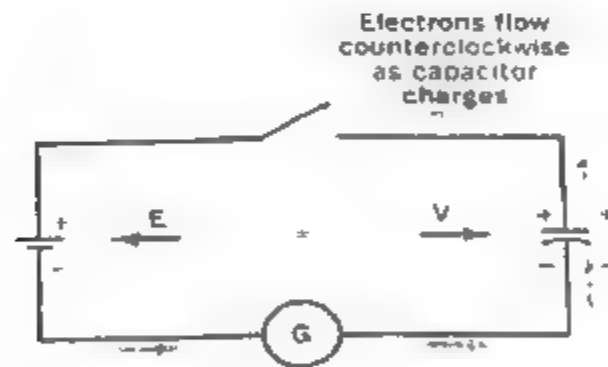
الشكل (5-8)

التطوير يعني الحصول على متسعة كبيرة بشكل مقبول في الحجم باستخدام التأثير الالكتروني الذي هو العائق في تصميم البطاريات الكيميائية.

ان تطور أجهزة أشباه الموصلات أدخلت نوعاً ملائماً من المتسعة التي تستخدم بشكل عملي في تصنيع النماذج الرقيقة ان الوصلة المنحازة عكسياً تعمل كعازل عند هذه الشروط تكون المتطلبات الرئيسية للمتسعة جسمين موصلين معزولين بطبقة الاستنزاف بينهما . وبوجود الانحياز العكسي فان الوصلة p-n يمكن استخدامها كمتسعة. يمكن تغير تأثير سمك المادة العازلة بتغير قيمته جهداً الانحياز العكسي وبذلك نحصل على مكثف متغير السعة غالباً يسمى فاراكت (Varactor) الذي يمثل

القلب لمعظم دوائر التحكم بالتردد الاتوماتيكية في مستقبل الراديو والتلفزيون إذا كانت القطبية لفرق الجهد بين طرفي متسعة أشباه الموصلات معكوسة فإنها تصح دائرة قصيرة (Short Circuit).

وعند الأخذ بنظر الاعتبار سلوك المتسعة كجزء من الدائرة الكهربائية . تمثل المتسعة برمز قياسي الذي يشابه بعض الشيء الصفحتين المتوازيتين للمتسعة الفيزيائية ، هناك نمطين لرمز المتسعة ، شكل الصفائح المتوازية منفصل عالميا لكن قبل عشرين سنة الماضية تطبق أمريكا الشمالية قام بتحويله إلى النمط الآخر مع رسم منحني الأخرى الصفائح كما في الشكل (5-9) سوف تعتبر هذا الرمز ثابت لهذا الكتاب . عند توصيل زوج الصفائح المتوازية لمصدر جهد في الشكل (5-2) لا تظهر الشاحنات على الصفائح لحظيا. الإلكترونات تتدفق من البطارية باتجاه الصفحة اليمنى لإعطائها شحنة سالبة وبشكل مماثل عدد من الإلكترونات تتدفق إلى البطارية من الصفحة اليسرى لإعطائها شحنة موجبة. لأن التيار متساوي في كل مكونات دائرة التوالي حتى غلق المفتاح في الدائرة في شكل (5-9) لا يوجد شحن لأي صفحة للمتسعة .



الشكل (5-9)

على الرغم من أن إحدى الصفائح مربوطة إلى الطرف السالب للبطارية . إذا لم تكون أي شحنة على الألواح فهذا يعني عدم وجود مجال كهربائي بينهما وبما أن $E = \frac{V}{S}$ لذلك لا يوجد فرق جهد بين الألواح .

حتى خلال 'الصفحة السفلى الموصلة بشكل دائم بالطرف () للبطارية إذ لم تمتلك أي من الصفحتين أي شحنة ، لذلك لا يوجد مجال كهربائي بينهما وحيث $E = \frac{V}{S}$ ، لا يوجد فرق جهد بين الصفحتين .

بعد غلق المفتاح في الشكل (5-9) فإن الكلفانومتر يسجل السريان المفاجئ لتدفق الإلكترونات المعاكس لعقارب الساعة حول الدائرة .

بما أن الإلكترونات لا تتوقف خلال المساحة العازلة بين الصفائح . ستكون شحنته سالبة على الصفحة السفلى وشحنة موجبة على الصفحة العليا عند تكون الشحنات تزداد كثافة المجال الكهربائي ويزداد فرق الجهد بين الصفائح طبقاً لقانون كيرشوف للجهد . ويتوقف فرق الجهد بين الصفائح عندما يتساوى مع فرق الجهد للمصدر . وبذلك فإن قراءة الجلفانومتر صفر بعد اكتمال تدفق الشحن الابتدائي .

بعد اكتمال تدفق الشحن في الشكل (5-9) نضع فجأة الجهد المسلط . هناك تدفق آخر مشابه عندما تشحن صفائح المتسعة بشكل كافٍ لترفع فرق الجهد بينهما لتساوى مع الجهد الجديد . نجد أن هناك نسبة ثابتة بين فرق الجهد بين أي زوج من الصفائح المعزولة الموصلة والشحنة المطلوبة للحصول على فرق الجهد المطلوب لأي زوج من الموصلات المعزولة فإن :

$$\frac{Q}{V} = \text{constant} \dots\dots\dots (5-6)$$

إذا الآن فتحنا المفتاح في الشكل (5-9) لا يوجد أي توصيل كهربائي بين الصفحتين ولا يوجد مسار للإلكترونات الفائضة في الصفحة السفلى لتصل للدرات في الصفحة العليا (والتي هي إلكترونات ضعيفة) لتعادل الشحنات . كنتيجة فإن زوج الصفائح المتوازية يخزن الشحنة عند تسليط فرق جهد بين الصفائح وحيث $\frac{Q}{V} = \text{constant}$ طالما بقيت الشحنات على الصفائح يوجد فرق جهد بينهما . لذلك يمكن القول :

(أن المتسعة عبارة عن عنصر من الدائرة الكهربائية تخزن الشحنة الكهربائية بسبب فرق الجهد بين طرفيها) .

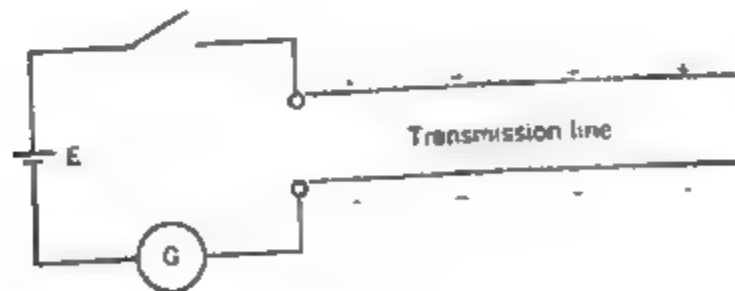
ولمجرد تحديد ماهي الكمية من الشحنات التي تخزنها المتسعة عند توصيلها بمصدر جهد معلوم ، يجب أن نحدد العوامل التي تتحكم في القيمة العددية للثابت في المعادلة (5-6) هذا الثابت العددي الذي يمثل قدرة المتسعة على تخزين الشحنة الكهربائية يسمى بالسعة . ويرمز للمتسعة بالحرف C.

وان الفاراد هو وحدة السعة في النظام SI ورمزه F.

الدائرة الكهربائية ذات سعة فاراد واحد تحتاج لشحنة كولوم واحد مطلوبة لرفع فرق الجهد بمقدار فولت واحد.

$$C = \frac{Q}{V} \dots\dots\dots (5-7)$$

حيث C السعة بالفاراد ، Q الشحنة بالكولوم ، V فرق الجهد بالفولت . لتحقيق المواصفات لوحدات SI ، يجب تعريف الوحدة الأساسية للسعة بدلالة واحد كولوم وواحد فولت . لكن الفاراد يمثل سعة كبيرة عن تلك في الدوائر العملية . عمليا حجم الوحدة الكبيرة المستخدم لتمثيل السعة هو الميكروفاراد ($1\mu F = 10^{-6} F$) في حالات عديدة إذا كان الميكروفاراد صغيرا جدا لذلك نستخدم البيكوفاراد ($1pF = 10^{-12} F$) على الرغم من وضعها لـ C في المعادلات ، لابد ان نذكر ان هذه المعادلات تكون ممثلة بالمصطلحات للوحدة الأساسية للسعة، الفاراد.



الشكل (5-10)

لاحظ عند تعريف الفاراد اننا نتكلم في مصطلحات عامة لسعة الدائرة .

لذلك نتوقع ان السعة تظهر فقط في الدائرة عند ربطنا للمتسعة في الدائرة لتحديد بالتاكيد نفس الحالات موجوده في الدائرة في الشكل (5-10) عند ربطنا مصدر جهد بين زوج من الموصلات والتي تمثل دائرة مفتوحة بخط النقل لذلك فان السعة عبارة عن دائرة كهربائية تمتلك الخاصية باي زوج من الموصلات المعزوله عن بعضها البعض.

ان أحد الخصائص المتسعة هو قدرتها على تخزين الشحنة الكهربائية لكن نرغب للحصول على تعريف للسعة يتماشى مع تعريفنا للمقاومة

حيث لاحظنا ان المتسعة لا تشحن لحظياً . وتأخذ وقت ولو حتى جزء من الثانية للوصول للشحن الكلي وهكذا فان فرق الجهد على المتسعة لا يظهر في لحظة اغلاق المفتاح ، فانه يأخذ وقت حتى ان فرق الجهد يصعد على المتسعة . وعند فتحنا للمفتاح فان فرق الجهد على المتسعة لا يمكن ان يظهر (يبقى) ولو طبقنا مسار توصيل الألكترونات للتدفق من الصفائح ذات الشحنة السالبة إلى الصفائح ذات الشحنة الموجبة . لذلك حتى وقت الصفر يدخل في أي شحنة لفرق الجهد بين صفائح المتسعة، يجب أن نفكر بسعة الدائرة الكهربائية بعكس أي شحنة في فرق الجهد بينها (ليس نفس حالة المقاومة) ولذلك يمكن القول

أن السعة هي تلك الخاصية للدائرة الكهربائية المعاكسة لأي تغير في الجهد عبر تلك الدائرة .

المقاومة هي تلك الخاصية للدائرة الكهربائية التي تعاكس مرور التيار الكهربائي خلالها

5-6 عوامل التحكم بالسعة: Factor Governing Capacitance

عند وضع المعادلات لكثافة المجال الكهربائي والفيض الكهربائي نعتبر نقط حالة الفيض الكهربائي المنتظم بين الصفائح المتوازيتين وذلك نحسن فقط عوامل تحكم السعة للصفائح المتوازية . نعتبر جميع التسمات الموضحة بالشكل (5-8) متسمات ذات صفائح متوازية ، المعادلة (5-7) $C = \frac{Q}{V}$ تعبير كهربائي يعرف لقيمة

- ① للفاراد . ولتحديد العوامل الفيزيائية المتحكممة بالسعة للدائرة لحمل هذه العوامل المتحكممة بقيمة المجال الكهربائي حيث يتناسب الفيض الكهربائي تناسباً طردياً مع الشحنات على الصفائح (معادلة (5-4)) والمجال الكهربائي يتناسب طردياً مع فرق الجهد بين الصفائح (معادلة (5-3)) .

إذا ضاعفنا مساحة الصفائح لحصل على حيز مضاعف كلما كانت خطوط القدرة الكهربائية مماثلة لفرق الجهد خلالها . وتضاعف الشحنة التي تحملها المساحة عند فرق الجهد المعطى وحيث أن $C = \frac{Q}{V}$ وبذلك تتضاعف السعة لذلك :

Ⓐ (سعة الصفائح المتوازية تتناسب تناسباً طردياً مع مساحتها) .

ولمساعدتنا بتوضيح تأثير الفراغ بين الصفائح وسعتها نعود مرة أخرى إلى الشكل (5-6) . فعند وضع موصل معزول بين الصفيحتين ، الصفيحة موجبة الشحنة تجذب الإلكترونات في الموصل نحو النهاية القريبة للصفيحة موجبة الشحنة والصفيحة سالبة الشحنة تصد بعض الإلكترونات من نهاية الموصل القريبة من صفيحة الشحنة السالبة . كلا الصفيحتين المتوازيتين للمتسعة لها نفس التأثير لبعضها البعض الصفيحة موجبة الشحنة تساعد في جذب أكبر عدد من الإلكترونات الفائضة من الطرف (-) لمصدر الجهد إلى الصفيحة سالبة الشحنة للمتسعة ، الصفيحة سالبة الشحنة بالمقابل تساعد على التحكم بعدد كبير من الإلكترونات الخارجة من الصفيحة موجبة الشحنة إلى الطرف (+) للمصدر . فكلما كانت الصفائح قريبة من بعضها فإن قوى الجذب والتنافر تزيد وتصبح المتسعة قادرة على تخزين شحنة كبيرة عند توصيلها إلى مصدر الجهد المعطى لذلك :

(سعة الصفائح المتوازية تتناسب عكسياً مع الفراغ بينهما) .

نلاحظ التشابه بين أبعاد عوامل التحكم التوصيلية للموصل الكهربائي وتلك للتحكم بسعة المتسعة $G \propto A/L$

$$C \propto A/S \quad \dots\dots\dots (5-8)$$

حيث ، السعة (فاراد) ، مساحة الصفائح المتوازية (متر مربع) ، S الف اع
بين الصفحتين (متر) .

كذلك نلاحظ ان الموصلية والمقاومة للموصلات المعدنية تعتمد على نوع مادة الموصل ، وبنفس الطريقة اذا وضعت صفيحة من الزجاج او الميكا بين صفائح المتسعة في الشكل (6-9) بعد انقطاع تيار الشحن . ان الجلفانومتر سيعرض تغيرا مفاجئا لتيار الشحن ، حيث ان الشحنة Q زادت لكن فرق الجهد V لم يتغير ، نضع الهواء كمادة عازلة وكلا الزجاج او الميكا كمادة عازلة ستزيد سعة المتسعة لذلك للتعبير عن تاجر الانواع المختلفة للمواد الموصلة ، نعرف التوصيلة للمواد مثل التوصيلية بين الواجه المتوازية لمتر مكعب واحد من المادة . بنفس الطريقة نعبر عن السعة للمواد العازلة لمختلفة بقياس السعة بين الصفحتين المتوازيين لمتر مربع واحد من المساحة والمبتعدة متر واحد . وحيث ان السعة تتناسب طرديا مع الشحنة التي يمكن ان تخزن عند فرق الجهد المعطى معادله (5-7) . ان السعة تتناسب طرديا مع قدرة المادة العازلة للسماح بضبط خطوط القوى الكهربائية لذلك:

(السعة بين وجهين متعاكسين لوحدة الطول والمقطع العرضي للمادة لعازلة تسمى بسماحية المادة العازلة) .

ونرمز للسماحية بالحرف اللاتيني ؟ .

مثل :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$$G = \sigma \frac{A}{l}$$

يتضح من تعريف السماحية ان :

$$C = \epsilon \frac{A}{S} \quad (5-9)$$

حيث C السعة بالفاراد ، ϵ السماحية المطلقة بوحدة MKS ، A المساحة لكل صفيحة بالمتر المربع ، S المسافة بين الصفائح بالمتر.

ولايجاد وحدة السماحية نبدل وضع المعادلة (5-9)

$$\epsilon = C \frac{S}{A} = \text{Farad} \frac{\text{meter}}{\text{meter}^2} = \text{Farad} * \text{meter}$$

بالتعويض عن C في المعادلة أعلاه من معادلة (5-7) التعريف للسعة :

$$\epsilon = \frac{Q}{V} * \frac{S}{A} = \frac{Q}{A} * \frac{S}{V}$$

في المعادلات (5-5)، (5-4) للصفائح المتوازية

$$\frac{Q}{A} = D \dots\dots\dots(5-10)$$

$$E = \frac{V}{S} \dots\dots\dots(5-3)$$

و من المعادلة (5-3) للصفائح المتوازية: بايجاد هذه التعويضات ، ممكن ان نعبر عن السماحية بمصطلح كثافة الفيض الكهربائي وشدة المجال الكهربائي توضع المادة العازلة بين صفائح المتسعة .

$$\epsilon = \frac{D}{E} \dots\dots\dots(5-11)$$

حيث ؟ السماحية المطلقة للمادة العازلة بوحدة الفاراد لكل متر، D كثافة الفيض الكهربائي بالكولوم لكل متر مربع و E شدة المجال الكهربائي بوحدة فولت لكل متر .

اذا وضعنا صفيحتين متوازيتين في الفراغ ، فان المجال الكهربائي سيتولد بينهما عند تسليط جهدين الصفائح .

نسبة كثافة الفيض الكهربائي الى شدة المجال الكهربائي هي .

$$\frac{D}{E} = 8.85 * 10^{-12} = \epsilon \dots\dots\dots(5-12)$$

حيث ϵ تسمى السماحية للفراغ بالفاراد لكل متر .

عندما نجعل مكان للمادة العازلة بين صفائح المتسعة فان الإلكترون يدور حول الذرات يجذب نحو المركز كما موضح في الشكل (5-7) وكتيجة فأنا الشحنة السالبة

لكل ذرة للمادة العازلة تكون قريبة إلى الصفيحة السالبة . هذا هو نفس التأثير على السعة عند تحريك الصفائح قريباً من بعضها . لذلك السماحية المطلقة لمعظم المواد العازلة الصلبة والسائلة أكبر بكثير عن تلك للفضاء الحر . وبسبب كثافتها الواطئة ، السماحية المطلقة للهواء والغازات الأخرى قريبة جداً من تلك للفضاء الحر . إذا وضعنا المعادلة (5-12) في المعادلة (5-9) السعة للمتسعة ذات الصفائح المتوازية والعازل الهواء ستكون :

$$C = \frac{8.85A}{10^{12}S} \dots\dots\dots(5-13)$$

5-7 ثابت العزل، Dielectric Constant

بدلاً من ذكر النفاذية المطلقة لعوازل للسوائل والعوازل الصلبة أصبح من المألوف ذكر الجدول يبين النسبة بين النفاذية المطلقة للعازل المعطى إلى النفاذية المطلقة للفراغ ، هذه النسبة نعرف بالنفاذية النسبية أو بثابت العزل لتلك المادة .

$$K = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_v} \dots\dots\dots(5-14)$$

حيث k ثابت العزل ، ϵ_r النفاذية المطلقة للعازل المعطى ، ϵ_v لنفاذية المطلقة في الفراغ .

لذلك فمعادلة السعة لأي صفيحتين متوازيتين تصبح

$$C = \frac{8.85kA}{10^{12}S} \dots\dots\dots(5-15)$$

حيث أن C سعة المكثف وتقاس بالفارد .

K ثابت العزل ، A مساحة كل صفيحة وتقاس بالمتر المربع ، S المسافة الفاصلة بين الصفيحتين وتقاس بالمتر .

ثابت العزل للنوع المعطى يمكن أن يتغير إلى حد كبير كنتيجة للاختلاف في التصنيع الجدول (5-2) يعطي قيم المتوسط المثالي لثابت العزل لتلك المادة العازلة المدرجة في الجدول (5-1) . لمقارنة الجدول (5-1) و الجدول (5-2) نلاحظ أن ليس

هناك ارتباط بين متانة العازل وثابت العزل في تصنيع المكثف لاجل استخدامة في دوائر الفولتية العالية في أغلب الأحيان لا تتمكن من اختيار العازل مع ثابت عزل عالي لأن متانة العازل واطئة جدا .

الماء المقطر له ثابت العزل 80 لكن متانة العازل منخفضة جدا بحيث أنها ليست عملية لصنع مكثفات الماء العازلة

جدول (5-2)

المادة العازلة	معدل ثابت العزل
الهواء	1.0006
السيراميك	7500
الخزف	6
الزيت	4
البلاستيك	7
الورق	2.5
المطاط	3
التيفلون	2
الزجاج	6
الميكال	5

بعض أنواع السيراميك مثل تيتانات (الباريوم - سترونتيوم) له جزيئات تستقطب بسهولة عندما يكون مكشوف إلى المجال الكهربائي ، وكنتيجة فهي تمتلك ثوابت عزل عالية جدا بمقارنة بالعوازل المتوسطة . ان تطوير هذا السيراميك اثناء ربع القرن الماضي جعل من الممكن صناعة المكثفات أكثر مضغوطة بنسبة للمكثف المعطى والفولتية المقدرة بنسبة للمكثفات المعزولة بلحاكا الورق الشمعي ، هذا السيراميك يطلق عليه عازل (ferroelectric) وهي مادة متبلورة ذات استقطاب كهربائي عضوي.

لغرابية التعبير (ferroelectric) لا يدل على أي محتوى حديدي في مثل هذه المواد .

ينتج من مقارنته مع المركبات الحديدية ذات سلوك مماثل في الدوائر المغناطيسية كما يسمح الحديد بكثافة فيض مغناطيسي أكبر بكثير للقوة المغناطيسية معطاة من مواد لا حديدية .

مثال 5-1:

مكثف يتكون من قرص تيفانات (الباريوم -الترنتينيوم) قطرة 1cm وسمك العازل 0.20mm ، مطلي بالفضة على كل جوانبه ،أستخدم القيمة المتوسطة في ثابت العزل وثابت المتانة المعطاة في الجداول (5-1) و (5-2) أحسب :

1-سعة المكثف .

2-أعلى فولتية ممكن تسليطها .

الحل :-

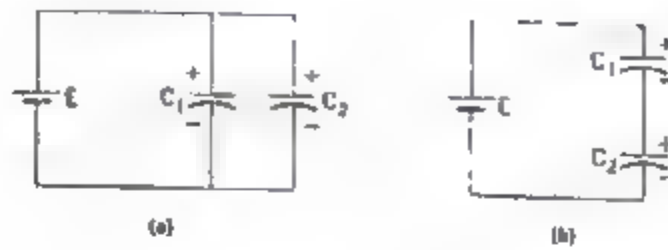
$$1- C = \frac{8.85kA}{10^{12} S} = \frac{8.85 * 7500 * \pi * (0.5cm)^2}{10^{12} * 0.2cm} = 2.6 * 10^{-8} F = 0.026 \mu F$$

$$2- V_m = \frac{3kV}{mm} * 0.2mm = 600V$$

5-8 المتسعات على التوازي، Capacitances In Parallel

الرموز التخطيطية في الشكل (5-11) يقترح ربط المكثفات بالتوازي يشبه زيادة مساحة الصفائح في مكثف وحيد ، ولذلك فإن المجموع الكلي لسعة للمتسعات أكبر من سعة لإحدهما يكون كلا المتسعات يجب ان تشحن من نفس البطارية ، مجموع الشحنات التي سحبت من البطارية هي :

$$Q = Q_1 + Q_2 \dots\dots\dots(5-16)$$



الشكل (5-11)

من الشكل (5-11) لدائرة التوازي البسيطة بما أن

$$E = V_1 = V_2$$

إذا

$$\frac{Q_T}{E} = \frac{Q_1}{V_1} + \frac{Q_2}{V_1}$$

$$C_T = C_1 + C_2$$

ولذلك عندما نربط مكثفات على التوازي فإن السعة الكلية تساوي مجموع

السعات كمايلي

$$C_T = C_1 + C_2 + \dots + etc$$

مثال 5-2:

من شكل الدائرة (5-11a) C_1 و C_2 مكثفات قيمت كل واحد منهما $0.01 \mu F$

$0.05 \mu F$ على التوالي، أوجد السعة الوحيدة التي يمكن أن تستعمل بدلا من C_1 و

C_2 ؟

الحل :-

$$C_T = C_1 + C_2 = 0.01 \mu F + 0.05 \mu F = 0.06 \mu F$$

[illegible]

از اسامی بخدا نقل می رسد که منصف از مجموعه ها مدد و علی نقل می
مصرع و رو عهد بری اکثر من کل واحد علی حده حيث ان الشکل (۱۱۱) م
بر وجه شکل صط لدو اتم لثول

• **الله** فان النهار كله في كل اجزاء دوائر التوالي

$$Q_1 = Q_1 + Q_2$$

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{V}{Q_2} + \frac{V_1}{Q_2} \quad (3)$$

1 1 1
1 1 1
1 1 1

ولذلك فإن السعة المكافئة لمكتشفات النوال

$$C_{eq} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + \dots \text{etc}} \quad (5-18)$$

مثال 3-5:

في الدائرة في الشكل (5-11b) C1 و C2 معنيهما $11 \mu F$ و $0.05 \mu F$ على التوالي ، اوجد السعة الوحيدة التي يمكن ان تستعمل بدلا منهما

الحل :-

$$C_{eq} = \frac{1}{1/0.01\mu F + 1/0.05\mu F} = 0.00833\mu F$$

المرونة (Elastance) يعارض لبدا خطوط القوى الكهربائية في عازل كهربائي .
إن الرمز الحرفي للمرونة هو S .
من التعريف :

$$S = 1/C \dots \dots \dots (5-19)$$

حيث S المرونة بالفاراد ، C السعة بالفاراد عندما نستبدل في المعادلة (5-18) للمكثفات على التوالي

$$S_t = S_1 + S_2 + S_3 + \text{etc} \dots \dots \dots (5-20)$$

$$Q_1 = C_1 V_1 \text{ و } Q_2 = C_2 V_2$$

وحيث أن $Q_1 = Q_2$ في دائرة التوالي ومنه :

$$V_1/V_2 = C_2/C_1 \dots \dots \dots (5-21)$$

عندما تكون المكثفات مربوطة على التوالي فإن النسبة بين أي فرق في الجهد هي عكس نسبة المتسعات .

مثال 5-4:

مكثف $0.01 \mu F$ ومكثف آخر $0.04 \mu F$ وصلا بالتوازي ثم بالتوالي إلى مصدر جهد $500V$ (في كل حالة تفرغ المتسعات قبل الربط) .

- 1- أوجد السعة الكلية في كل حالة.
- 2- أوجد الشحنة الكلية في كل حالة.
- 3- أوجد الشحنة في كل مكثف وفرق الجهد عبر كل مكثف في كل حالة.

الحل :-

1- السعة الكلية

أولاً : الربط بالتوازي

$$C_T = C_1 + C_2 = 0.01 \mu F + 0.04 \mu F = 0.05 \mu F$$

ثانيا : الربط بالتوالي

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{0.01 + 0.04}{0.01 * 0.04} = 0.008 \mu F$$

2- الشحنة الكلية

أولا : الربط بالتوازي

$$Q_T = C_T * V_T = 0.05 * 500 = 25 \mu C$$

ثانيا : الربط بالتوالي

$$Q_T = C_{eq} * V_T = 0.008 * 500 = 4 \mu C$$

1- الشحنة في كل مكثف وفرق الجهد عبر كل مكثف

أولا : الربط بالتوازي

$$Q_1 = C_1 * V_1 = 0.01 * 500 = 5 \mu C$$

$$Q_2 = C_2 * V_2 = 0.04 * 500 = 20 \mu C$$

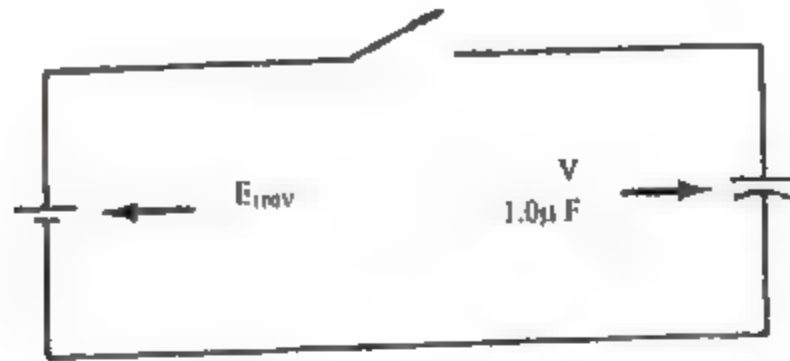
ثانيا : الربط بالتوالي

$$V = Q_1 / C_1 = 4 / 0.01 = 400 V$$

$$V_2 = Q_2 / C_2 = 4 / 0.04 = 100 V$$

السعة في دوائر التيار المستمر : Capacitance in DC Circuit

الآن نعرف شيء ما عن السعة كخاصية أساسية من خواص الدائرة الكهربائية ، اختبرنا تصرف السعة على شكل متسعة في الدائرة ، أو تركيب دائرة ذات شكل خاص مثل دائرة المحياز عكسي لدايود أو في حالة أخرى تمثل السعة بالرمز لقياسي في الشكل (5-13)



الشكل (5-13)

5-10 شحن المتسعة : charging a Capacitor

للتحديث بصراحة عن شحن المتسعة يجب أن نتحدث عن الشحنة التي تخزن فيه بالكولوم. ولكن $Q = CV$ ، وللمكثف المعطى C ثابتة، نستند على عوامل فيزيائية ثابتة الألواح المعدنية من نوع واحد ومساحتها ثابتة والمسافة بين الألواح ثابتة ونوع العازل. ولكن الشحنة تتناسب طردياً مع فرق الجهد بين اللوحين، وإن الفولتومتر يقرأ فرق الجهد مباشرة. عليه المناسب الحديث عن شحنة المتسعة بدلالة فرق الجهد المتكون بين الألواح.

هذه النقطة لوجهه النظر ثابتة مع كل تعريفاتنا للسعة. عند لحظة غلق المفتاح في الدائرة المبينة في الشكل (5-13). عند هذه اللحظة لا يوجد فرق جهد بين أطراف المتسعة. بينما يأخذ وقت مرور الإلكترونات من اللوح السفلي والواصل إلى اللوح في لوح القمة بالترتيب لتكوين فرق الجهد بين اللوحين. ومن قانون كيرشوف للفولتية يجب أن يكون هبوط الجهد مساوياً للجهد المسلط على الدائرة عندما يكون مفتاح الدائرة مغلقة. بينما لا توجد مقاومة مبينة.

ولكن على افتراض أن مقاومة الأسلاك والمقاومة الداخلية للمصدر تساوي 50Ω . بينما لا يوجد فرق جهد (PD) عبر المتسعة، يجب أن يكون هبوط الجهد IR في الدائرة يساوي الجهد المسلط. لتوليد هذا الهبوط بالجهد وعليه فإن قيمة التيار المار عند لحظة غلق المفتاح

$$\text{Initial } I = \frac{E}{R} = \frac{100}{0.5} = 200A$$

حيث أن التيار هو معدل مرور الالكترونات داخل الدائرة، التيار 200A مسوف يشحن الواح المتسعة بسرعة كبيرة. وفرق الجهد يستغرق زمن قليل (أجزء الثانية) ms (ليصعد إلى 100 v . عندما يساوي الفرق في الجهد عبر المتسعة الجهد المسلط يتوقف مرور التيار. وعملياً إذا تم شحن المتسعة مباشرة من مصدر الفولتية ستكون هناك دورة تشغيل قصيرة من التيار العالي . وعملياً يتم شحن المتسعة من خلال مقاومة والتي تقوم بتحديد قيمة قمة التيار البدائي المنخفض.

تعتمد المقاومة في الدائرة الكهربائية على عوامل فيزيائية مثل ، الطول ، مساحة المقطع ، ونوع المعدات . و أيضاً تعتمد السعة على عوامل فيزيائية هي مساحة السطوح الموصلة، المسافة بين السطوح ونوع العازل الألواح الموصلة القيمة العددية لعوامل الدائرة تعتمد أساساً على الزمن. بينما تمثل القيم اللحظية بأحرف لكن من التيار والفولتية ، لاحظ انه دائماً يمثل الزمن كما هو في كل الحالات حرف صغير (t) .

إذا رموز الأحرف الصغيرة نستخدم لتمثيل القيم اللحظية التي تعتمد على لحظة مضبوطة بمرور الزمن من اجل قيمتها العددية. طالما كان المفتاح في الدائرة الموضحة في الشكل (5-14) مغلقاً ، فإن المجموع لكل من فرق الجهد عبر المتسعة وهبوط الجهد IR عبر المقاومة يجب أن يكون مساوياً للجهد المسلط ، حيث

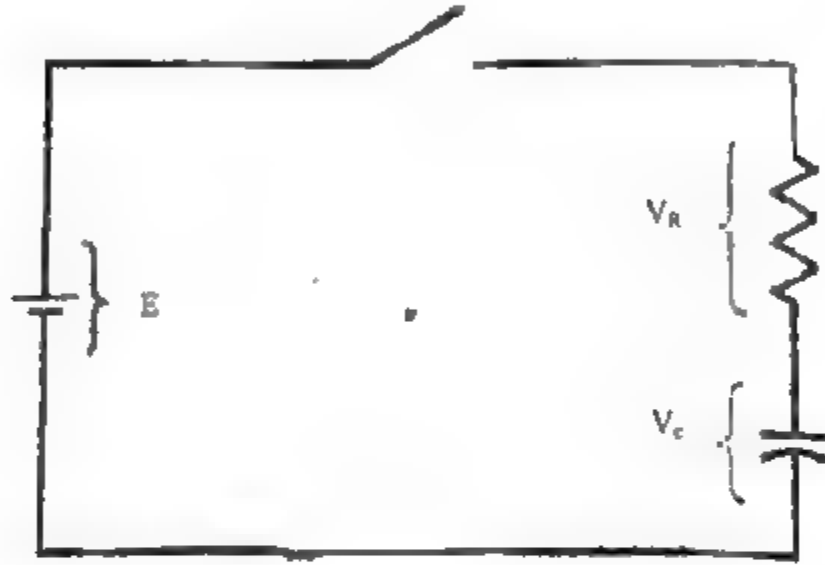
$$E = v + iR \dots\dots\dots(5-22)$$

عند لحظة غلق المفتاح لا يكون هناك فرق جهد عبر المتسعة ، لذلك فإن التيار البدائي يجب أن يحقق هبوط الجهد IR في الدائرة يساوي الجهد المسلط . حيث :

$$\text{Initial } I = \frac{E}{R}$$

التيار البدائي في الدائرة الشكل (5-14) هو فقط 50Ω A . هذا التيار يبدأ فوراً بشحن المتسعة ويتولد فرق الجهد عبر المتسعة . ولتحقيق قانون كيرشوف للجهد يجب

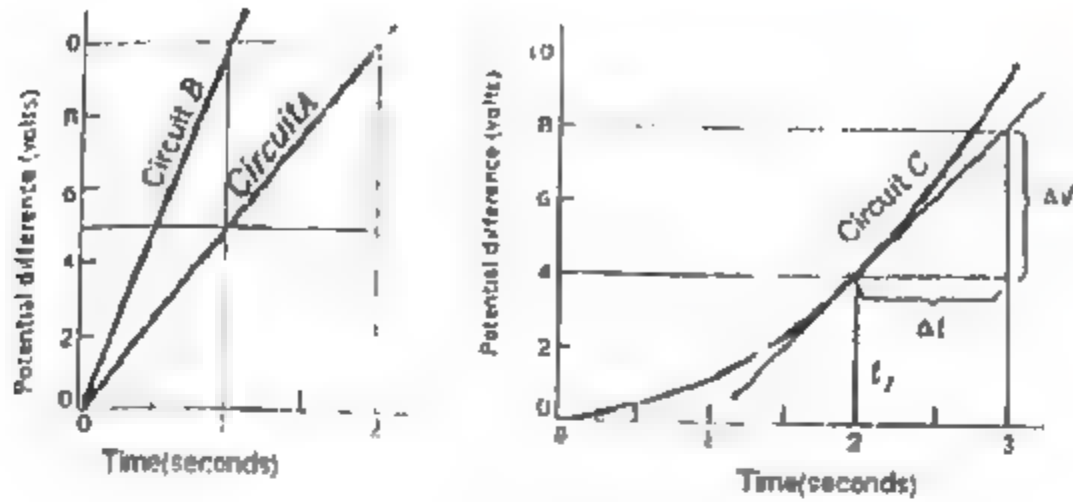
أن يقل هبوط الجهد IR عبر المقاومة ، وكذلك يجب أن يكون التيار اللحظي قليل . ونتيجة لذلك فإن الجهد عبر المتسعة يجب أن يزداد ببطء . يعتمد معدل الزيادة لفرق الجهد اللحظي عبر المتسعة على قيمة التيار اللحظي ، والذي يعتمد على كيفية ظهور هبوط الجهد IR على المقاومة في الدائرة والذي يعتمد على فرق الجهد اللحظي على المتسعة والذي بدوره يعتمد على الفترة الزمنية لغلغ مفتاح الدائرة قبل ترتيب هذه الاعتمادات ، يجب الأخذ بنظر الاعتبار كيفية حدوث التغير في معدل الصعود .



الشكل (5-14)

5-11 معدل تغير الفولتية: Rate Of Change Of Voltage

نستطيع أن نفرض وجود الدوائر الخاصة والتي تمثل فرق الجهد بين نقطتين في تلك الدوائر بواسطة الرسم البياني الموضح في الشكل (5-15) . عندما نغلق المفتاح في الدائرة الممثلة بالرسم البياني في الشكل (5-15a) يزداد فرق الجهد بشكل خطي كدالة للزمن (مثل التمثيل لدائرة مقاومه بسيطة) . نستطيع من هذه الرسوم البيانية معرفة التغير في الفولتية مباشرة بحساب معدل زيادة الفولتية



الشكل (5-15)

في الثانية الواحدة . لدائرة A تصد الفولتية من صفر إلى 5V في الثانية الأولى وفي الثانية الثانية تزداد من 5V إلى 10V، أي أن معدل تغير الفولتية هو خمسة فولت لكل ثانية (5V/ sec) ، وباختصار فإن معدل التغير في الفولتية لدائرة B هو 10V لكل ثانية . نلاحظ أن ميل الرسم البياني لدائرة B أكبر من ميل الشكل لدائرة A بمرتين . وبالتالي فإن معدل التغير في الفولتية يمكن تمثيله بواسطة ميل الرسم البياني الذي يمثل الفولتية كدالة للزمن .

الدائرة C تمثل دائرة كهربائية والتي فيها قيمة فرق الجهد بين نقطتين معيتين هي دالة لمربع الزمن المستغرق. حيث أن الرسم البياني ليس خطاً مستقيماً ، ومعدل التغير في الفولتية ليس نفسه في كل الفترات الزمنية .

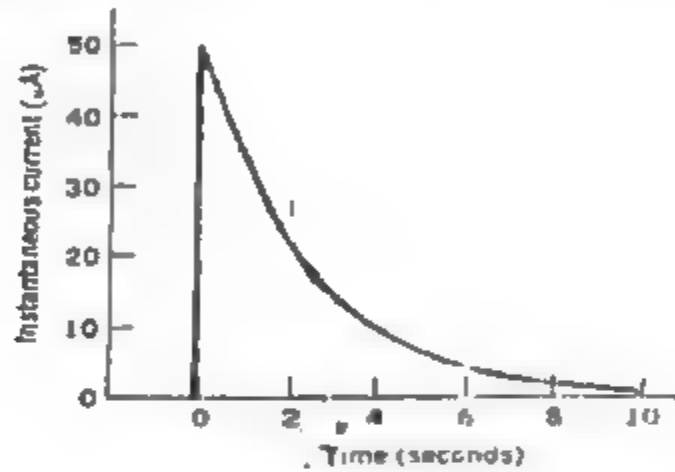
وعليه يجب اختبار زمن محدد عند t التي نريد معرفة المعدل الزمني لتغير الفولتية. وبواسطة رسم المماس للرسم البياني عند الزمن t_1 في الشكل (5-15b). نستطيع ندرك تغير في الفولتية Δv المتوافق مع التغير في الزمن ، وحيث أن معدل التغير في الفولتية عند الزمن t_1 هو $(\Delta v / \Delta t)$ أي فولت لكل ثانية.

الرمز لتغير الفولتية هو $d v / d t$ volt/sec

عند غلق المفتاح في الدائرة في الشكل (5-14) يجب أن يمر التيار اللحظي عند قيمة الابتدائية ومن ثم تقل قيمته تدريجياً كما ازداد فرق الجهد عبر المتسعة ، كما بين

في الشكل (5-16) ، وبما أن المقاومة هي ثابت فيزيائي فإن الهبوط بالجهد اللحظي عبر يجب أن يتناسب مع التيار اللحظي خلالها .

إذا الفولتية الخابطة (حسب قانون اوم) فيها يجب دائما أن تتناسب تناسباً طردياً مع التيار المار فيها (قانون اوم) . ولذلك فإن الرسم البياني لهبوط الجهد عبر المقاومة IR يكون مشابه لرسم البياني لتيار اللحظي في الشكل (5-16).



الشكل (5-16)

وبما أن التيار البدائي في دائرة RC في الشكل (9-14) هو 50ma، سوف يأخذ وقتاً لشحن المتسعة ، أي أن لكي يصل فرق الجهد عبر المتسعة إلى قيمة الجهد المسلط . ومعرفة التيار البدائي نستطيع أن نحسب المعدل الابتدائي لتغير الجهد عبر المتسعة حيث:-

$$Q = CV \quad \text{and} \quad Q = I$$

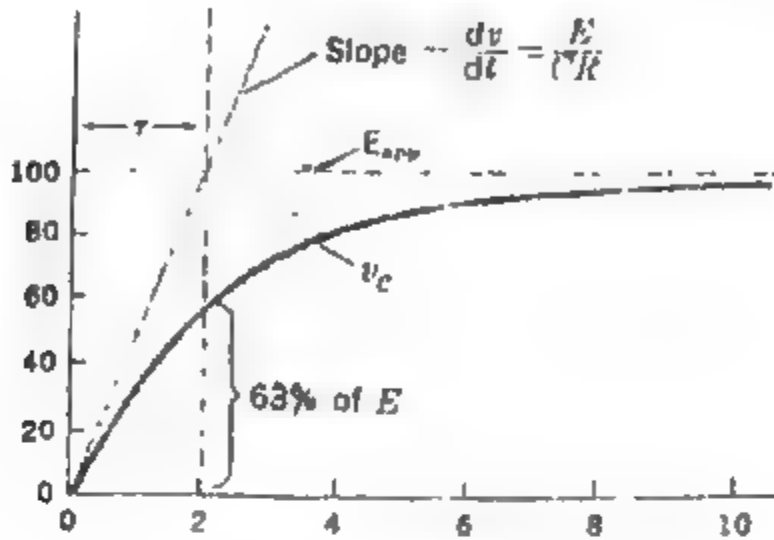
وكذلك Initial $I = E/R$

$$CV = E/R \times t$$

$$\text{Initial } du/dt = E/CR \dots \dots \dots (5-23)$$

بما أن المعادلة (5-23) تحتوي على كل المتغيرات الغير معتمدة في الدائرة . يجب أن يبدأ الرسم البياني لفرق الجهد اللحظي الفعلي عبر المتسعة بنفس الميل وعند نفس

اللحظة الزمنية للخط المقطع الذي يمثل معدل تغير جهد المتعة الابتدائي في الشكل (5-17) .



الشكل (5-17)

مثال 5-5:

ما فرق معدل التغير في فرق الجهد عبر المتعة في الشكل (5-14) ؟
ما الفترة الزمنية التي تستغرقها المتعة لتشحن 100v ؟

الحل :-

$$\frac{dv}{dt} = \frac{E}{CR} = \frac{100}{1\mu F \times 2M\Omega} = 50V/s \text{ Initial}$$

$$\tau = CR = 1\mu F \times 2M\Omega = 2S$$

$$100v = E = \text{Full charge}$$

حيث :

$$\therefore t = 5\tau = 5 \times 2S = 10S$$

5-12 ثابت الزمن، Time Constant

إذا افترضنا للحظة التي يستطيع أن يزداد فيها فرق الجهد عبر المتسعة بمعدل مستقر يساوي المعدل البدائي حتى يساوي الجهد المسلط ، نستطيع أن نشق المعادلة الزمن شحن المتسعة ، هذه الفترة الزمنية تسمى ثابت الزمن لدائرة RC . وعلى هذا الأساس يمكن تعريف ثابت الزمن كما يلي :

ثابت الزمن لدائرة RC هو الزمن الذي يستغرقه فرق الجهد عبر المتسعة للوصول إلى نفس قيمة الجهد المسلط ، إذا استمر في الصعود عند معدل تغيره الابتدائي لكل الفترة الزمنية .

رمز ثابت في اللغة اليابانية حرف ((تاو)) τ من الشكل (5-17) إذا كان بقي معدل التغير ثابت فإن فرق الجهد النهائي عبر المتسعة يصبح : $V - \tau \cdot \text{Initial } du/dt$

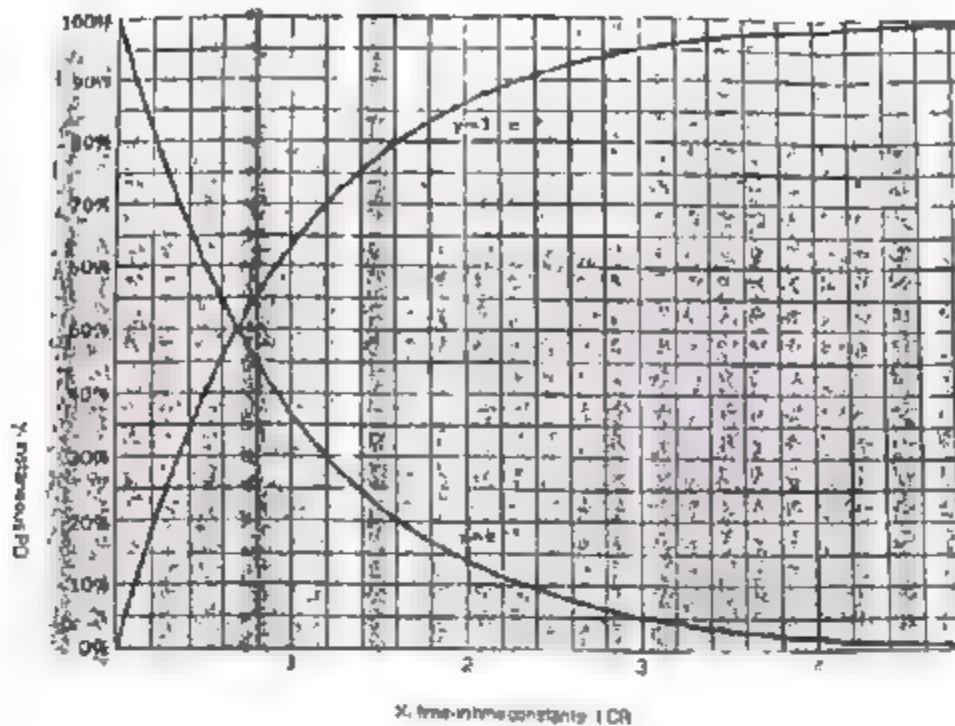
$$V = E \text{ and } \text{Initial } du/dt = E/CR \dots \dots \dots (5-24)$$

ومنها نجد $\tau = RC$ Seconds

5-13 الحل البياني لفرق الجهد اللحظي

Graphical Solution for Instantaneous Potential Difference

بسبب العلاقة الثابتة بين ثابت الزمن والزمن الفعلي اللازم لزيادة فرق الجهد عبر المتسعة إلى أن يساوي الفولتية المسلطة نستطيع أن نستخدم الرسم البياني في الشكل (5-17) لإيجاد فرق الجهد بيانيا لأي دائرة RC في أي لحظة زمنية . لعمل لذلك نعيد رسم المنحنى الاسي بعناية . في الشكل (5-17) يتم تدريج المحور الأفقي بدلالة ثابت الزمن والمحور العمودي (فرق الجهد اللحظي) كنسبة مؤدية للفولتية المسلطة . كما مبين في الشكل (5-18).



الشكل (5-18)

مثال 5-6:

a- ماهو فرق الجهد اللحظي عبر المتسعة في الدائرة المبينة في الشكل (5-14) بعد ثلاثة ثواني من غلق المفتاح ؟

b- ما الفترة الزمنية التي يستغرقها فرق الجهد على المتسعة ليصعد من 0v إلى 55v ؟

الحل :-

$$\tau = CR = 1\mu f \times 2M \Omega = 2\text{ms} \quad \text{a-}$$

$$3\text{s}/2\text{s} = 1.5\tau \dots\dots\dots \text{تمثل } 3\text{s}$$

من الشكل (5-19a) و (5-18) عندما $t = 1.5\tau$

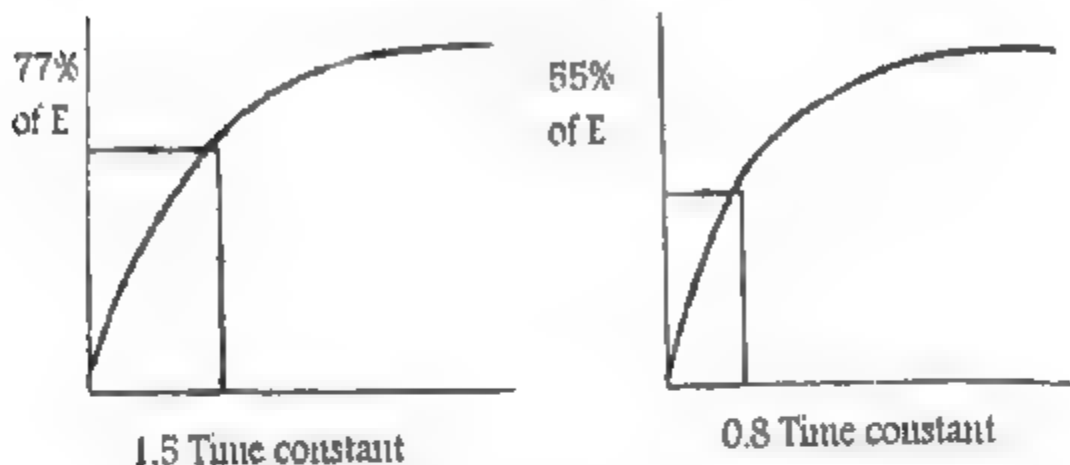
فان

$$V_c = 77\% \times 100\text{v} = 77\text{v}$$

$$55v / 100v \times 100 \% = 55 \% \text{ of } E$$

من الشكل (5-19b) والشكل (5-18) عندما $v_c = 55\% \text{ of } E$

$$t = 0.8 \text{ Time constants} = 0.8 \times 2s = 1.6s$$

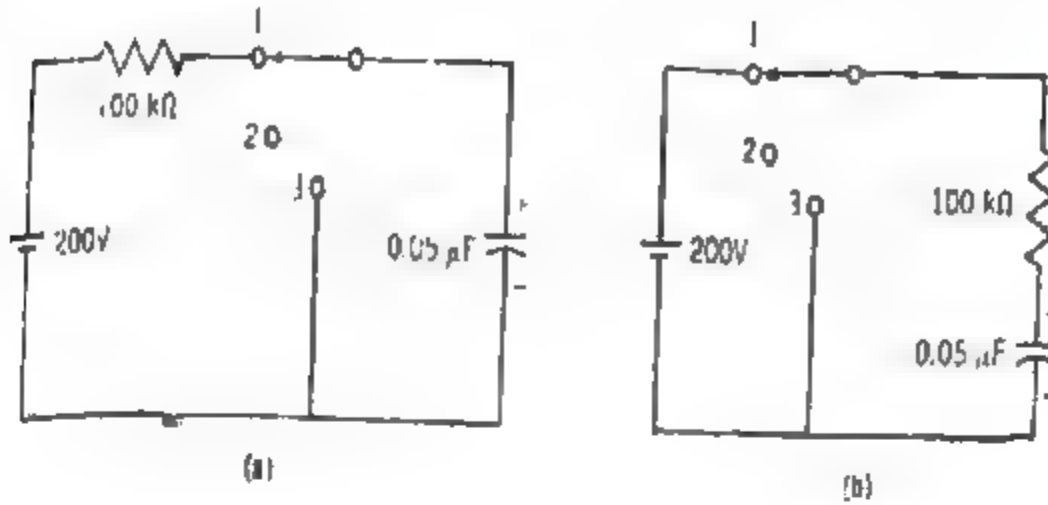


الشكل: (5-19)

5-14 تفريغ المتسعة: Discharging a Capacitor

إذا افترضنا أن المفتاح في الدائرة (5-20a) في الموضع 1 لفترة زمنية على الأفق خمسة أمثال الثابت الزمني أنه فرق الجهد عبر المتسعة يساوي الفولتية المسلطة 200V، إذا وضعنا المفتاح في الدائرة المفتوحة (الموضع 2) فإن فرق الجهد عبر المتسعة يبقى عند 200V لبعض الوقت بسبب عدم وجود مسار موصل بين الألواح ماعدا التسرب القليل عبر العازل.

اللحظة التي فيها نحول المفتاح على الموضع 3 سوف يبقى فرق الجهد 200V لأن الإلكترونات الفائضة تأخذ وقت للمرور من أسفل اللوح إلى الأعلى الألواح المتسعة . لتحقيق قانون كيرشوف للجهد فإن التيار يكون بحيث يتولد 200V هبوط بالجهد IR عبر مقاومة الموصلات التي اللوحين سوية ولذلك يكون الابتدائي عالي جدا وتفريغ المتسعة بسرعة كبيرة .



الشكل (5-20)

إذا أردت تقليل القيمة الابتدائية لتيار التفريغ يمكننا تغيير الدائرة في شكل 5-20b بحيث في الوضع 3 تكون مربوطة عبر المتسعة المشحونة وسوف يتم تحديد التيار الابتدائي إلى

$$I_{initial} = \frac{V_{mit}}{R} = \frac{200V}{100k\Omega} = 2mA$$

لان الشحنة المخزونة في المتسعة تنطلق بمعدل ابطى $dq/dt = i$ وسوف تأخذ وقتا أطول لتفريغ الشحنة بالكامل .

ويكون فرق الجهد عبر المتسعة في قيمته العظمى عند وضع المفتاح عند الوضع 3 . وعليه فإن التيار الابتدائي يكون في قيمته القصوى لحظة حصول تيار التفريغ ، و كنتيجة فإن فرق الجهد عبر المتسعة سيبدأ بالنقصان بسرعة ولكن عندما تقل الشحنة يجب أن يقل فرق الجهد عبر المتسعة وتبعا لقانون كيرشوف للجهد فإن هبوط الجهد لـ IR ليساوي فرق الجهد على المتسعة . وبذلك يجب أن يقل التيار، ويتشج عن ذلك التفريغ البطئ ، هذه الإعتمادات البيئية (كل يعتمد على الآخر) بين فرق الجهد، وهبوط الجهد IR والتيار ومعدل النقصان لفرق الجهد يعطى التفريغ أومي في شكل (5 20a) . يمر التيار في المقاومة بإتجاه معاكس عندما تنفريغ المتسعة في الوضع 3

حيث أن وضع الشحنة يكون في الموضع 1 ، الشكل (5- 20b) ، وهكذا تنعكس القطبية لمهبط الجهد على المقاومة IR عند تفريغ المتعة .

هذا الانعكاس موضح في الرسم البياني للتيار اللحظي ومهبط الجهد IR في الشكل (5-20b) باستخدام المحور العمودي السالب لرسم التيار اللحظي أو الفولتية اللحظية عبر المقاومة، وبذلك فإن معدل التغير الابتدائي لفرق الجهد عبر المتعة عندما تبدأ بالتفريغ يصبح :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-V_{na}}{CR} \quad (5-24)$$

مثال 5-7:

بعد غلق المفتاح على الوضع الفترة من الزمن

(a) ماهو معدل التغير الابتدائي في الجهد عبر المتعة في الدائرة (5- 19b) عندما يحول المفتاح على الوضع 3 ؟

(b) ماهو فرق الجهد عبر المتعة بعد مرور 7 ms من وضع المفتاح على الوضع 3 ؟

(c) كم ثانية يستغرقها بعد وضع المفتاح عند الوضع قبل وصول مهبط الجهد اللحظي عبر المقاومة 100kΩ الى 110V ؟

الحل:-

$$\begin{aligned} \text{Initial } \frac{dv}{dt} &= \frac{-V_{na}}{CR} \text{Initial} \\ &= \frac{-200}{0.05\mu f \times 100k\Omega} = -40kv/s \end{aligned}$$

$$\tau = CR = 0.05\mu f \times 100k\Omega = 5ms$$

$$\therefore 7ms \xrightarrow{\text{وقت}} \frac{7ms}{5ms} = 1.4\tau$$

من الشكل (5-18) و (5-21) عندما يكون $t = 1.4\tau$

$$V = 29\% \text{ of } V_{\text{init}} = 29\% \times 200V = 58V$$

عندما يكون المفتاح في الوضع 1 المقاومة متصلة اوصل الى المقاومة R_1 و R_2 في
كبرشوف للفولتية

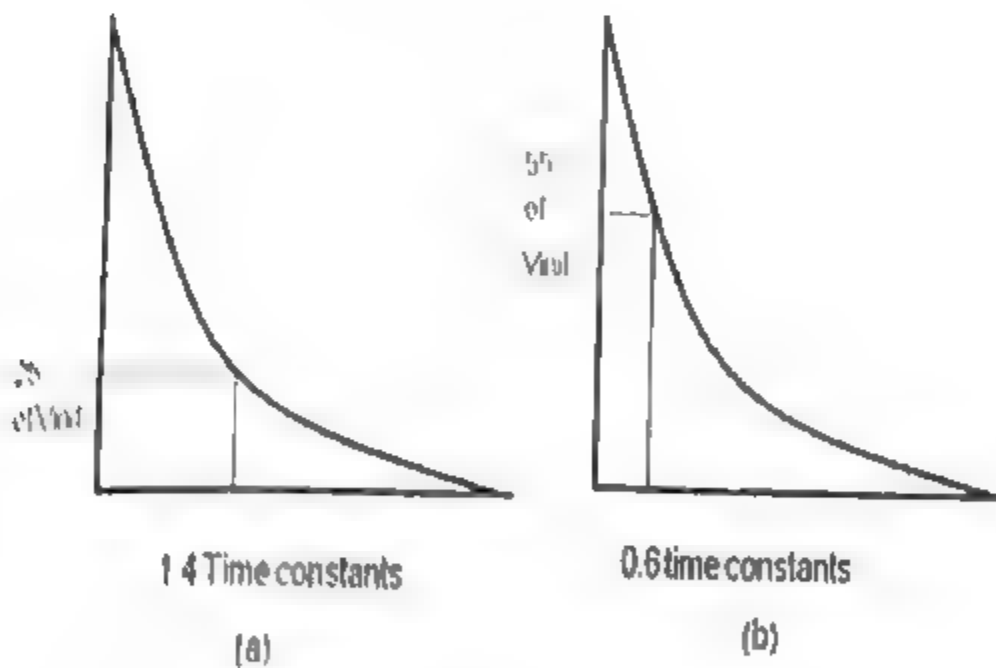
$$V_1 + V_2 = 0$$

$$V_1 = -V_2$$

$$110 \xrightarrow{\text{المقاومة}} 110/200 = 55\% \text{ of } V_{\text{init}}$$

من الشكل (5-18) و (5-21) عندما $V = 55\% \text{ of } V_{\text{init}}$

$$t = 0.6\tau = 0.6 \times 5 \text{ ms} = 3 \text{ ms}$$



الشكل (5-21)

- 14- عرف تيار الإزاحة (Displacement Current)؟
- 15- ماذا نعني بالذرة المسقطه ؟
- 16- أي نوع من الذرات يمكن أن تكون المنقطبة ؟
- 17- لماذا يفضل التعبير عن قوة العازل بمفهوم انحدار الجهد لمجال الكهربائي على فرق الجهد الكلي ؟
- 18- عرف امتصاص العازل (تبديد الطاقة) ؟
- 19- لماذا تكون النسبة بين الشحنة لزوج من الموصلات المعزولة وفرق الجهد بينهما ثابتا ؟
- 20- عرف السعة بدلالة Q و V ؟
- 21- عرف المتسعة (المكثف) بدلالة Q و V ؟
- 22- لماذا نعرف السعة كخاصية للدائرة الكهربائية نتي نعارض أي تغير في الجهد عبر هذه الدائرة ؟
- 23- يؤثر الفراغ بين الصفيحتين المتوازيتين على سعة المتسعة ، وضح ذلك ؟
- 24- لا يؤثر الجهد المسلط على اللوحين المتوازيين على سعتها ، وضح ذلك ؟
- 25- من الممكن الحصول على متسعة بين صفيحتين متوازيتين عندما يكون الفراغ بينهما ، وضح ذلك ؟
- 26- ما العوامل التي تحدد التيار الابتدائي لشحن المتسعة ؟
- 27- ما العوامل التي تحدد معدل تغير فرق الجهد بين ألواح المتسعة؟
- 28- عند توصيل متسعة غير مشحونة إلى مصدر جهد ، يتغير التيار لحظيا من صفر إلى E/R ، لماذا لا يتغير فرق الجهد عبر المتسعة لحظيا؟
- 29- لماذا يجب أن يتلاشى التغير للقوائية عبر المتسعة بزيادة الشحنة على ألواح المتسعة ؟

CamScanner

الفصل السادس

المحثة

Inductance

- | | |
|---|--|
| 6-1 الحث الكهرومغناطيسي | 6-11 ثابت الزمن |
| 6-2 قانون فاراداي | 6-12 الحل البياني للتيار اللحظي |
| 6-3 قانون لينز | 6-13* الحلول الحسابية للتيار اللحظي |
| 6-4 الحث الذاتي | 6-14 الطاقة المخزنة في الملف |
| 6-5 المحثة المتبادلة | 6-15 ثلاثي (المحار) التيار في الدوائر الحثية |
| 6-6 عوامل التحكم بالمحثة | 6-16 الحلول الحسابية لتيار التفريغ الحثي |
| 6-7 المحاثات على التوالي | 6-17 أسئلة للمراجعة |
| 6-8 المحاثات على التوازي | 6-18 الأسئلة |
| 6-9 التيار في الحث المتبادلي | |
| 6-10 ارتفاع (سهولة) التيار في الحث العنسي | |

الفصل السادس

المحاثة

Inductance

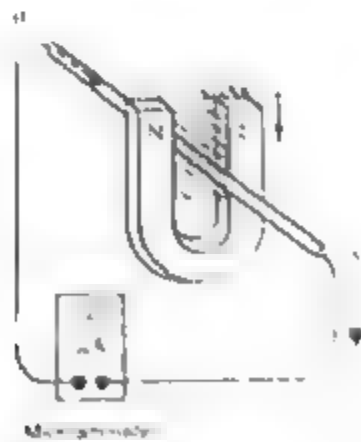
الحث الكهرومغناطيسي

6-1 الحث الكهرومغناطيسي Electromagnetic Inductance

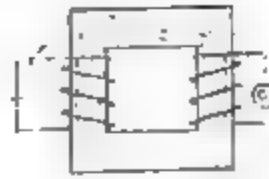
تفاعل المجال المغناطيسي مع الدوائر الكهربائية يعرف في وحدة النظام العالمي (SI units) للمفيض المغناطيسي بوحدة الريبر (اكتشاف فارادي في الحث الكهرومغناطيسي) لذلك وعلى هذا النحو المغناطيس الثابت في شكل لولبي والشكل (6-1) يمثل تنظيم آخر ليثبت إكتشاف فارادي أن الموصل يتحرك خلال خطوط القوى المغناطيسية ومؤشر الكلفانوميتر يتحرك بطريقة واحدة من المركز (الصفر) لذلك الموصل يتحرك إلى أعلى ومؤشر الكلفانوميتر يدور في عكس الاتجاه ، لكن عند ما لا توجد حركه لا ينحرف المؤشر لكي يتدفق التيار خلال الكلفانوميتر يجب أن تتولد الفولتية في الحلقة التي تكون الكلفانوميتر والموصل في المجال المغناطيسي ولذلك التجربة الثانية توضح أن الفولتية تظهر فقط عندما يقطع الموصل خطوط القوى المغناطيسية . إن حركة الموصل بالتوازي مع خطوط القوى المغناطيسية لا تنتج أي إنحراف في مؤشر الكلفانوميتر في الشكل (6-1) الموصل يتحرك بينما يبقى المجال المغناطيسي ثابت (أو ساكن) لذلك في الشكل (6-1) المجال المغناطيسي يتحرك بينما الموصل الكهربائي يبقى ثابت

(أو ساكن) في كلا الحالتين عند قطع خطوط القوى المغناطيسية بأي موصل كهربائي تتولد الفولتية في الموصل وتولد الفولتية عند قطع أي موصل كهربائي خطوط القوى المغناطيسية يدعى بالحث الكهرومغناطيسي

(electromagnetic inducting induced voltage) والفولتية الناتجة لدعوى فولتية الحث المتبادلة الأخرى التي تم هن أو تثبت اتجاه الحث الكهرومغناطيسي موصلة في الشكل (6-1) وفي هذا المثال حلقة الحث بين خطوط القوى المغناطيسية والموصل الكهربائي لتحقيق بدون حركة ميكانيكية بين المغناطيس أو الموصل الكهربائي لذلك نظام مقاومة الريوستات والتيار في الجانب الأيسر (primary) للملفات الابتدائية وهذا يسبب زيادة في عدد خطوط القوى المغناطيسية التي تولد في القلب الحديدي في الجانب الأيمن للملفات الثانوية (secondary) تظهر في نفس القلب ويزداد عدد خطوط القوى التي تمر خلال الملفات والحريف مؤشر الكلفانومتر يؤشر على أن الفولتية بدأت تحدث في الملفات الثانوية لذلك معظم خطوط القوى المغناطيسية تكون هادئة (أو مقصورة) على القلب الحديدي والاعتقاد الأكثر اعتياداً في خطوط الفيض يكون في الملفات الثانوية ولذلك أي قطع في لفات الملف الثانوي عند زيادة مقاومة الريوستات يصبح التيار أصغر وعدد خطوط القوى المغناطيسية في الحلقات الثانوية يصبح أقل وفي نفس الوقت مؤشر الكلفانومتر يتحرك بعكس الاتجاه ومؤشر الفولتية يكون عكس القطبية ، لكن على طول ذلك يكون التيار في الملف الابتدائي مستقر ولا يوجد أي الحريف في مؤشر الكلفانومتر ويكون توليد الفولتية في لفات الملف الثانوي بواسطة تغير التيار في الملفات الابتدائية وهذا يسمى بالحث المتبادل (Mutual induction) .



الشكل (6-1)



الشكل (6-2)

6-2 قانون فاراداي: Faradays Law

أحد الملاحظات التي نلاحظها في برهنة الحث المتبادل في الشكل (6-2) إن الفيض يكون أسرع في القلب الحديدي وأعلى الخراف في مؤشر الكلفانومتر وعندما نعتبر هذا السبب نأتي إلى هذا الاستنتاج الذي ينص على إن الفولتية المحثة في دائرة كهربائية تتناسب طردياً مع معدل التغير الزمني للفيض المغناطيسي المحث للدائرة لذلك نستخدم قانون فاراداي في وحدة النظام العالمي لكي تعبر عن الفيض المغناطيسي بالويبر ولكي نعبر حسابياً عن معدل التغير في الفيض يجب مبدئياً أن نشق اشتقاقاً مناسباً لذلك من تعريف الويبر

الفولتية / لفة = نسبة معدل التغير في الفيض إلى معدل التغير في الزمن وحدتها ويبر/ ثانية

$$V = \frac{d\phi}{dt} \text{ (wb/s)}$$

إذا كانت اللغات الثانوية في الشكل (6-2) أكثر من لفة فإن نفس التغير في خطوط الفيض لكل اللغات وبذلك يسبب مبدئياً فولتية في كل لفة لذلك الفولتيات لكل لفة تكون متوالية ، الفولتية المحثة الكلية تكون N من المرات الفولتية لكل لفة لذلك يمكن أن نعبر عن قانون فاراداي بالشكل التالي

$$e_T = N \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots 6-1$$

حيث e هي القيمة الآتية للفولتية المحتثة بين أطراف الملفات بالفولت و $\frac{d\phi}{dt}$ هي معدل التغير في الفيض المغناطيسي بالويبر لكل ثانية ويمكن كتابة المعادلة (6-1) كما يلي

$$\phi = \frac{Fm}{Rm} = \frac{NI}{Rm}$$

تكون عدد الملفات في الملف الابتدائي ثابتة وإذا إحتفطنا بكثافة الفيض المغناطيسي أسفل نقطة الإشباع في القلب الحديدي و معاوقة الدائرة المغناطيسية تكون اعتيادية وثابتة .

لذلك فإن معدل التغير في الفيض يتناسب طردياً مع معدل التغير في التيار عندما نتعامل مع الحث الكهرومغناطيسي نتيجة التغير في التيار علاوة على الحركة الميكانيكية لحصل على الصيغة الجديدة لقانون فارادي

((قيمة الفولتية المحتثة تتناسب تناسبا طرديا مع معدل التغير في التيار))

6-3 قانون لينز: Lenz's Law

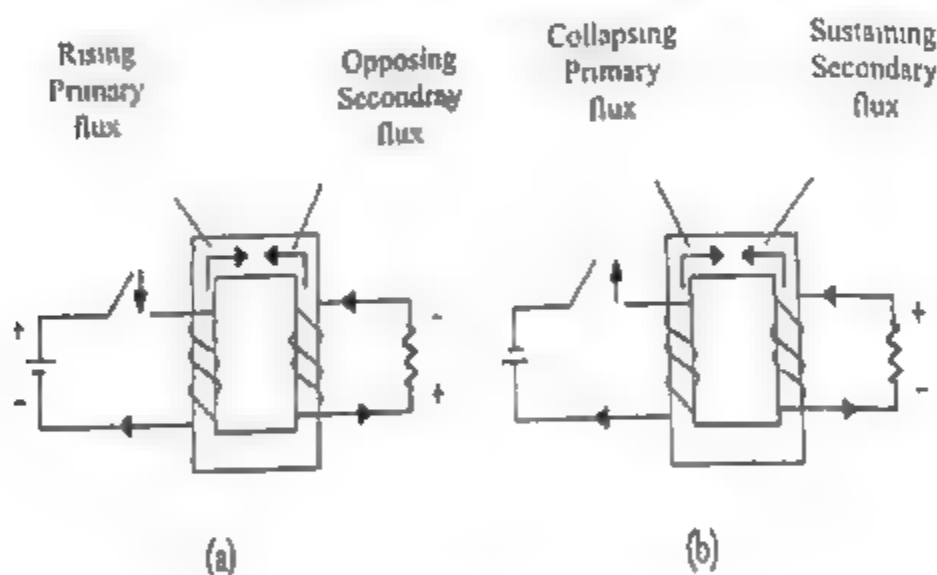
نلاحظ أن قطبية الفولتية المحتثة تعتمد على اتجاه حركة الموصل عبر خطوط القوى المغناطيسية في الشكل (6-1) ولذلك فإن التيار في الملف الابتدائي يزداد أو ينقص كما في الشكل (6-2) . لذلك نطبق قانون هنري لينز لحساب القطبية التامة للفولتية المحتثة لينز يفسر العملية الحثية التي يجب أن تقارن بمعرفة أساسيات الفيزياء ، التأثير يساوي وبضاد الحركة على عدة طرق لحالات قانون لينز نستخدم الصيغة التالية:

قانون لينز ((القطبية للفولتية المحتثة المتولدة لأي تيار ناتج منها وتنتج تغير في الفيض المغناطيسي معاكساً لأي تغير في الفيض الأصلي))

أولاً: عندما نغلق المفتاح (لبرهنة أو إثبات الحث المتبادل) في الشكل (6-4a) نلاحظ أن الفيض في الملف الابتدائي سوف يزداد من الصفر لذلك تربط المقاومة عبر الملف الثانوي من الدائرة المكتملة (المغلقة) وسوف يتدفق التيار في الملفات

الثانوية عندما تبدأ الفولتية تحت بزيادة الفيض في الملف الابتدائي ووفقاً لقانون لينز فإن الفيض يتج من مرور التيار في الملف الثانوي والذي يحاول أن يزداد وبمعكس الفيض في الملف الابتدائي وبتطبيق قاعدة اليد اليمنى على الملف الابتدائي نجد الفيض في الملف الابتدائي الذي سوف يكون في اتجاه عقارب الساعة. وأي انعكاس في الفيض في الملف الابتدائي في اتجاه عقارب الساعة نلاحظ أن الفيض يتج في القلب الثانوي عندما يكون التيار في عكس اتجاه الساعة (Counterclockwise)

ومرة أخرى عند تطبيق قاعدة اليد اليمنى في نفس الوقت على الملفات الثانوية فإن اتجاه التيار في الملف الثانوي يجب أن يتدفق خلال المقاومة وبذلك لنجد القطبية للفولتية المحثة في مصطلح القطبية عند تدفق الفولتية المقاومة.



الشكل (6-3)

عندما نفتح المفتاح في الشكل (6-3b) فإن تيار الملف الابتدائي يتوقف عن التدفق ويتلاشى الفيض في الملف الابتدائي وطبقاً لقانون فاراداي هذا النقص في الفيض سوف يحث الفولتية في الملف الثانوي وطبقاً لقانون لينز فإن تيار الملف الثانوي سوف يحاول أن يعكس الانهيار في الفيض للملف الابتدائي لكي يتحمل الفيض في الملف الابتدائي والذي يكون في اتجاه عقارب الساعة في القلب وتيار الملف الثانوي

إذا اعتبرنا مجالين مغناطيسيين معزولين فإن المجال الساكن كما موضح في الشكل (6-4a)



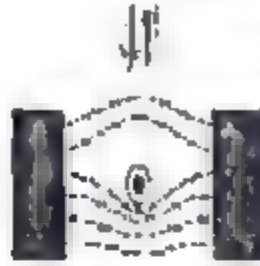
الشكل (6-4)

إذا فرضنا في لحظة أن اتجاه التيار المناسب في حركة الموصل خارج الورقة فإن المجال المغناطيسي حول الموصل يكون كما في الشكل (6-4b)

قبل أن نضع الموصل بين قطبي المغناطيس في رسم المجالين المغناطيسيين يجب أن نتذكر أن خطوط القوى المغناطيسية لا تتقاطع أبداً لذلك فإن مكونات المجالين المغناطيسيين يجب أن تتركب من نموذج من الإشارات في المجال المغناطيسي كما موضح في الشكل (6-5)

Direction of
motion of
conductor

Direction of mechanical force opposing motion
resulting from induced current



الشكل (6-5)

اعلى الموصل في الشكل (6-4b) يكون اتجاه خطوط القوى المغناطيسية عكس المجال المغناطيسي الثابت كما في الشكل (6-5) بالتتابع و بالغاء تأثير الانحناء فالنتيجة في المجال المغناطيسي بعيدا عن الموصل كما موضح في الشكل (6-5) أسفل الموصل فان اتجاه المجال المغناطيسي تكون نفس المجال المغناطيسي الثابت ونتيجة لذلك فان كثافة الفيض تزداد أسفل الموصل في مكونات نموذج الفيض كما في الشكل (6-5).

ومحصلة تأثير التيار الملائم خارج الورقة في الموصل في الشكل (6-1) وكذلك الشكل (6-5) تكون ملتوية وينتج المجال المغناطيسي في المغناطيس الثابت لذلك فان خطوط القوى المغناطيسية تكون قريبة جدا من التفاف الموصل في أسفل الموصل.

الخواص الأخرى لخطوط القوى المغناطيسية التي تكون عند الطرف لتصبح مرصلة (short) ومن المحتمل أن تميل إلى النموذج في بعضها البعض لذلك فان خطوط القوى المغناطيسية مكونة من المجال المغناطيسي في الشكل (6-5) سوف تحاول مقاومة الخروج على نحو مشابه في الفراغ نفسه. وفي استرجاع نموذج الفيض في الشكل (6-4) ولكي نتحقق من هذا فان المجال المغناطيسي سوف يهتم بالقوى في الموصل الذي يحمل التيار ليتحرك إلى أعلى وطبقا للحالات الأساسية لقانون لينز فان هذه القوة سوف تعكس الحركة الفعلية للموصل خلال المجال المغناطيسي الثابت بالتتابع عندما يتحرك الموصل الكهربائي (موضح في الشكل (6-1)) بإغدار خلال المجال المغناطيسي الثابت

والفولتية المحثة في الموصل تمثل قطبيه بسبب مرور التيار في حلقه مغناطيسية في نفس الاتجاه الخارج من الورقة.

6-4 الحث الذاتي: Self-Inductance

ان الفولتية المحثة بواسطة تغير التيار لا تكون مفيدة بالحث المتبادل بالفولتية في الملف الثانوي بواسطة تغير التيار في الملف الابتدائي .

أولاً عند ما نغلق المفتاح فإننا نسلط الفولتية على لفتين بسيطتين في الملف كما في الشكل (6-6) و أي زيادة في الفيض ينتج بواسطة زيادة التيار في اللفة (A) مرور يحث الفولتية في اللفة (B) وبشكل مشابه فإن نفس ارتفاع التيار في اللفة (B) سوف يحث الفولتية في اللفة (A) وهذه الفولتية تكون على التوالي وطبقاً لقانون لينز فإن كلا القطبية تكون عكس الريادة في الفيض وارتفاع التيار . ومن قانون فاراداي في المعادلة

(6-1) فإن الفولتية المحثة الكلية مرة أخرى هي $N \frac{d\phi}{dt}$ وعندما يندفع التيار من مصدر

الفولتية في الشكل (6-6) فإن مصدر الفولتية يثبت الطاقة التي تنسى على المجال المغناطيسي حول الملف وارتفاع الحث الكهرومغناطيسي في القوة الدافعة لكهربائية (e.m.f) في لفات الملف . والقوة الدافعة الكهربائية في اللفة خلال عزل الشحنات الكهربائية تنتج فرق جهد عبر الملف . في مصطلحات الفيزياء الحديثة يسمى فرق الجهد بالجهد المحث (induced voltage) . وعندما نفتح المفتاح في الشكل (6-6) فإن المجال

المغناطيسي يتلاشى وتحث القوة الدافعة الكهربائية مرة أخرى في اللفات (A) ، (B) وفي هذه الحالة فإن قطبية الحث الذاتي (self induced) للفولتية سوف تنعكس ، لذلك يحاول الملف أن يحافظ على تدفق التيار بواسطة قطبية الفولتية الحثية . لذلك عند إضافة مصدر الفولتية على هذا النحو ترتفع الفولتية الكلية لكي تحاول أن تحافظ على دوام سريان التيار في الدائرة .



الشكل (6-6)

6-5 المحاكاة الذاتية، Self-Inductance

من المناقشة السابقة وجدنا أن هناك خاصية لمعكسة أي تغير في التيار كما للدائرة في الشكل (6-6) تسمى هذه الخاصية بالحث الذاتي (Self-inductance) الحث الذاتي هو خاصية الدائرة الكهربائية التي تعكس (تضاد) أي تغير في التيار في الدائرة .

ولأن تأثير الحث الذاتي أكبر من الحث المتبادل (Mutual inductance) لذلك من المعتاد التحدث عن الحثية وهي تعني الحثية الذاتية للدائرة الكهربائية، إن رمز الحثية هو L ووحدته هنري H .

في وحدة النظام العالمي يمكن أن نعرف الأمبير في مصطلح القوى المغناطيسية بين موصلين متوازيين يحملان تيار ومصطلح الوبر في الفولتية المحثة بواسطة تغير التيار ووحدة المغناطيس تكون بشكل عام متناسبة مع وحدة الكهرباء ويمكن أن نعرف وحدة الحثية بأنه التغير في الفيض نتيجة للتغير في التيار أو بعبارة أخرى نتج الفولتية المحثة نتيجة التغير في التيار .

وبشكل عام فإن تعريف هنري أساساً في خطوط الفيض على النحو التالي (أي دائرة كهربائية تمتلك محثة بالواحد هنري عندما يتغير التيار بمقدار واحد أمبير ينتج تغير في التسرب للفيض بمقدار واحد وبر) نلاحظ أن المجموع الكلي لخطوط

الفيض لكل لفة في الملف هو N من المرات . واكبر لفة مفردة تحمل نفس التيار لذلك تعريف المعادلة بالهنري يصبح

$$L = N \frac{d\phi}{di} \quad \dots \dots \dots 6-2$$

حيث L تمثل المحاث للملف بالهنري و N عدد اللفات التي يقطعها الفيض المغناطيسي و $\frac{d\phi}{di}$ نسبة التغير في الفيض إلى التغير في التيار بالوېر لكل أمبير و بإعادة ترتيب المعادلة (6-2) نحصل على العلاقة التالية :

$$N = \frac{e_r}{d\phi/di}$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (6-2) تصبح $N = \frac{L}{d\phi/di}$ و بمساواة المعادلتين ينتج ان

$$\frac{L}{d\phi/di} = \frac{e_r}{d\phi/di}$$

$$L = e_r \times \frac{d\phi}{di} \times \frac{di}{d\phi} = e_r \times \frac{d\phi}{di}$$

$$L = \frac{e_L}{di/dt} \quad \dots \dots \dots 6-3$$

حيث L هي المحاث في الدائرة بالهنري e_L الفولتية المحتثة في الدائرة بالفولت على معدل تغير التيار $\frac{di}{dt}$ بالأمبير لكل ثانية على هذا الاساس يمكن ان نعرف قيمة الهنري بشكل عام في الوحدات الكهربائية بدون أن نحسب الفيض المغناطيسي ((في أي دائرة كهربائية تمتلك محاث مقدارها واحد هنري عندما يتغير التيار بمعدل واحد أمبير لكل ثانية يحث فولتية مقدارها واحد فولت في الدائرة))

6-6 عوامل التحكم بالمحاث: Factors Governing Inductance

كل خط (سلك) يمتلك محاث لذلك زيادة التيار خلال الموصل يولد خطوط القوى المغناطيسية التي تظهر على هيئة حلقات صغيرة جدا في مركز الموصل وتتمدد

للخارج وهذا التمدد الذي يقطع (أو يمر) خلال الموصل النحاسي ينتج لفولتية محثية في الموصل .

هذه الفولتية المحثية تنتج بواسطة التغير في التيار ويبرهن ذلك وجود المحثية في الدائرة ولذلك المحثية على طول السلك تكون صغيرة ويمكن أن نهملها باستثناء الترددات الراديوية العالية. إذا أردنا أن نركب مكونات الدائرة التي يكون فيها تأثير المحثية واضح جداً يجب أن نوسع الموصل إلى ملف يتكون من عدد N من اللفات وبالتالي ينتج

$$\phi = \frac{F_m}{R_m} = \frac{NI}{R_m}$$

وبقسمة طرفي المعادلة على I نحصل على

$$\frac{\phi}{I} = \frac{N}{R_m} \times \frac{1}{I}$$

وبذلك فإن

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{N}{R_m} \times \frac{di}{dt}$$

وبالتعويض في المعادلة (6-2) نحصل على

$$e_T = \frac{N^2}{R_m} \times \frac{di}{dt}$$

وبالتعويض عن قيمة الفولتية المحثية في المعادلة (6-3) ينتج أن

$$L = \frac{N^2}{R_m} \dots \dots \dots 6-4$$

لذلك فإن محثية السلك في الملف تعتمد على عدد اللفات وممانعة الدائرة المغناطيسية كما تشير المعادلة (6-4) من الممكن زيادة المحثية لمحث باستخدام قلب حديدي لتقليل الممانعة للدائرة المغناطيسية .

ان مضاعفة عدد اللفات لا يؤدي فقط إلى زيادة الفيض الذي يقطع الملف عند تيار معين ولكن ايضاً يضاعف عدد اللفات التي يوصلها الفيض وبذلك فان الفولتية الحثية الكلية تتناسب طردياً مع مربع عدد اللفات .

$$L = (N^2 \mu A) / l \quad \dots \dots \dots 6-5$$

حيث L تكون محاطة الموصل بالهنري و n عدد اللفات في الملف ، μ معامل النفاذية للدائرة المغناطيسية بالهنري لكل متر و A مساحة مقطع الموصل في الدائرة المغناطيسية بالمتر المربع و l طول الدائرة المغناطيسية بالمتر (طول الملف لكل ملفات القلب الهوائي) بتطبيق المعادلة (6-5) على الموصل العملي يجب أن نحقق أن الأساس على كل وصلات الفيض في كل الملفات.

في هذه الحالة فان ملفات القلب الحديدي تكون على شكل حلقات (triodes). هذه المعادلة تكون دقيقة ومعقولة لكن على طول الملفات ذات القلب الهوائي (أو التجويف الهوائي) يكون هناك تسرب في الفيض ويمكن تطوير الصيغ التجريبية (empirical) للمحاطة ويمكن أن يوجد هذا كهربائياً في كتب الراديو .

مثال 6-1:

2000 لفة من سلك حلقي ملفوف على سبيكة من حلقات الاستيل والتي لها مساحة مقطع مقداره 2.25 cm^2 وطول مقداره (42.4 cm) ومعامل النفاذية 7.6×10^{-4} هنري لكل متر جد محاطة الحلقة ؟

الحل:-

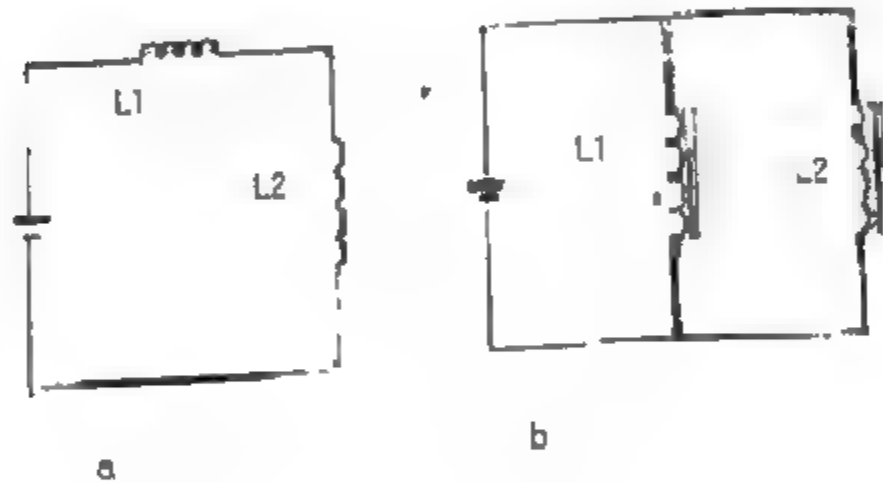
$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} = \frac{(2000)^2 \times 7.6 \times 10^{-4} \times 2.25 \text{ cm}^2}{42.4 \text{ cm}} = 1.61 \text{ H}$$

6-7 المحاثات على التوالي، Inductors in series

إذا أردنا أن نربط ملفين على التوالي كما في الشكل (6-7a) فإن نفس التيار يتدفق خلال الملفين ولذلك فإن كلاهما موضوعة على نفس معدل التغير في التيار في نفس اللحظة .

سوف نفرض أن الملفين مربوطة فيزيائياً لذلك المجال المغناطيسي في أحدهما لا يمكن أن يحث الفولتية في الآخر .

لذلك المحاثات تتناسب طردياً مع الفولتية المحثه، لذلك الحث المتبادل يجب أن يتأخر في ظهور المحاثات الذاتية في الملفات ومقدار التغير في التيار في الدائرة في الشكل (6-7a) سوف يحث الفولتية e_1 في الملف L_1 والفولتية e_2 في الملف L_2



الشكل (6-7)

والفولتية الكلية في الدائرة المربوطة على التوالي تكون $e_T = e_1 + e_2$

ومن التعريف الثاني للهزري نجد أن

$$L_T = \frac{e_T}{(di/dt)} = \frac{e_1 + e_2}{(di/dt)} = \frac{e_1}{(di/dt)} + \frac{e_2}{(di/dt)}$$

$$= L_1 + L_2$$

ولذلك عند عدم وجود تبادل متقارن بين الملفات على التوالي فإن المحاطة الكلية هي مجموع المحاطات الفردية

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 \dots \dots \dots 6-6$$

نلاحظ أن معادلة الملفات على التوالي تشابه المجموع الكلي للمقاومات على التوالي.

6-8 المحاثات على التوازي، Inductors in parallel

إذا أردنا أن نربط ملفين على التوازي كما في الشكل (6-7b) فإن فرق الجهد نفسه يتوزع بين الأطراف لذلك الفولتية بواسطة المحاطة الذاتية والتيار في الملف L_1 يجب أن يتغير بمعدل $\frac{di_1}{dt}$ والتيار في الملف L_2 يجب أن يتغير بمعدل $\frac{di_2}{dt}$ لذلك فإن التيار الكلي يجب أن يتغير بمعدل $((di_1 + di_2)/dt)$

$$L_{eq} = \frac{e_T}{\frac{di_1 + di_2}{dt}}$$

ولتبسيط هذه المعادلة نعكس الجانبين

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{\frac{di_1 + di_2}{dt}}{e_T} = \frac{\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}}{e_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

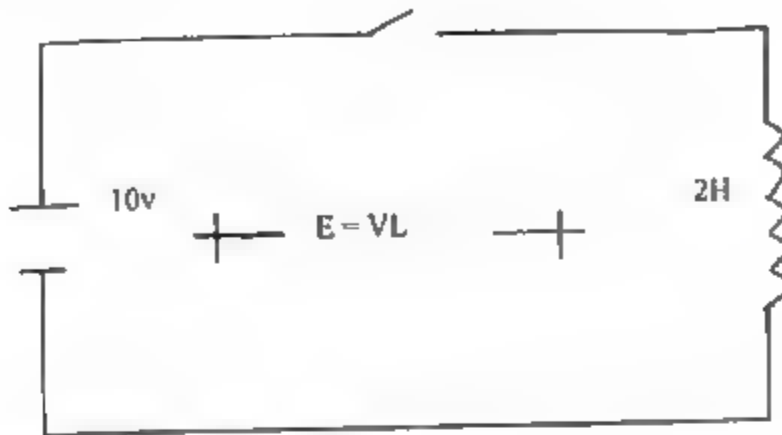
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

لذلك المحاطة المكافئة للملفات على التوازي

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + e + c} \dots \dots \dots 6-7$$

ولملفين فقط على التوازي فإن المحاطة الكلية هي

$$L_{eq} = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \dots \dots \dots 6-8$$



الشكل (6-8)

بواسطة تغير التيار في الملف وفي المعادلة (6-3) مثلنا الفولتية المحثة بالرمز \mathcal{E} وسنستخدم V بدلاً من \mathcal{E} لتشير إلى الفولتية الناتجة من القوة الدافعة المحثة، وفي حالة الرمز الصغير \mathcal{E} يشير إلى قيمة الفولتية التي تعتمد على معدل التغير في التيار لذلك لا نعتبر أن المحث كمصدر جهد في الشكل (6-8) ولذلك تحتفظ الفولتية بين أطراف الملف فقط عندما لا يوجد أي تغير في التيار للملف، وهذه الفولتية المحثة تصع هبطة للجهد وباستخدام قانون كيرشوف يمكن أن نكتب المعادلة (6-3) كما يلي

$$V_L = L \times \frac{di}{dt} \dots \dots \dots 6-9$$

ويمكن أن نحسب التيار الذي يتدفق عند غلق المفتاح في الشكل (6-8) بأ عدد تنظيم المعادلة (6-9)

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_L}{L}$$

لذلك يجب أن تكون الفولتية المسلطة عبر الملف ثابتة والتي تسمح لتمثيل أعلى حالة لـ V_L ولذلك نعتمد المحثة على عدد اللفات ومقاومية الدائرة المغناطيسية وتكون المحثة للقلب الهوائي أيضاً ثابتة .

ونتيجة لذلك فإن معدل V/L يكون ثابت ولذلك يجب أن يكون معدل التغير في التيار ثابت والذي يسمح للمعامل بالانهيار (التلاشي)

$$\frac{I}{t} = \frac{V}{L}$$

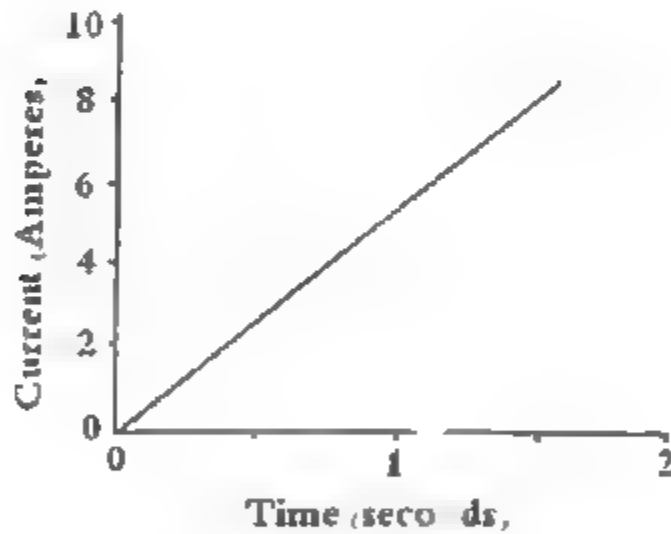
ومن ذلك يتبع

$$I = \frac{V}{L} \times t$$

ومن تحليل القيم في الشكل (6-8) نجد ان

$$I = \frac{10V}{10H} \times t = 5t \text{ A}$$

ولذلك وبعد نصف ثنيه من غلق المفتاح فإن التيار يصل إلى 2.5 أمبير وبعد ثنيه من غلق المفتاح فإن التيار يصل إلى خمسة أمبير وعند الزمن 2S يكون التيار 10 أمبير وهذا موضح في الشكل (6-9) لذلك يجب أن تبقى الفولتية المحثة في هذه الحالة ثابتة ومعدل التغير في التيار يجب أن يبقى ثابتاً وبذلك فإن الرسم البياني الموضح في الشكل (6-9) يكون خط مستقيم والميل في هذا الرسم يمثل المعدل الزمني للتغير في التيار .



شكل (6-9)

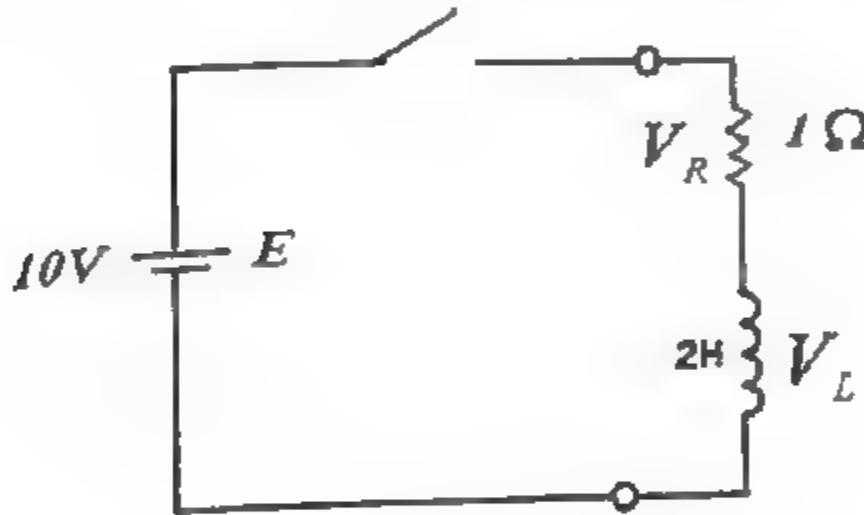
فإذا عملنا على إنقاص المحثة في الدائرة فإن التيار سوف يزداد تقريبا إلى ما لانهاية . والرسم في الشكل (6-9) يوضح ذلك والوجود الملحوظ للمحثة في الدائرة

يعمل عكس التغير الفجائي في التيار من الصفر إلى قيمة عالية جداً بواسطة جعل التيار يرتفع ببطء ومعدل الاستقرار يتحكم به بواسطة المعدل V/R .

6-10 ارتفاع (سهولة) التيار في المحث العملي

Ease of current in a practical inductance

بسبب أن أي سلك منظم لا يمتلك مقاومة عند درجة حرارة الغرفة وكل الملفات العملية تمتلك بعض المقاومة للمحاث لذلك يكون هناك عمر واحد لحاملات لشحنة لكي تتدفق خلالها . لذلك يجب أن نعتبر أن الملف العملي يتكون من عثة ومقاومة على التوالي كما موضح في الشكل (6-12) .



الشكل (6-10)

عندما نغلق المفتاح في الدائرة الموضحة في الشكل (6-10) فإن هبوط الفولتية عبر المقاومة مضافاً إلى هبوط الفولتية عبر المحاث في الملف (تنتج من عداد القوة الدافعة الكهربائية e.m.f المتولدة في الدائرة بسبب ارتفاع التيار) يجب أن يساوي الفولتية المسلطة حسب قانون كيرشوف للفولتية . ولذلك فإن

$$E = V_R + V_L$$

ومن قانون اوم

$$V_R = IR$$

ومن معادلة (6-9) فإن

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

نلاحظ في هذه الحالة إننا نستخدم الرمز الصغيرة للتيار والفولتية بسبب إننا اكتشفناه قريبا هذا التغير مع الزمن الحالي بعد غلق المفتاح .

التعويض عن كل من V_L و V_R في قانون كيرشوف بالمعادلة ينتج أن

$$E = IR + L \frac{di}{dt} \dots\dots\dots 6-10$$

إذا أردنا أن ننظم المعادلة السابقة لايجاد التيار (اللحظي) في الدائرة نستطيع أن نحسب المهبوط بالجهد عبر المقاومة من قانون اوم .

وبطرح V_R من E يعطينا الفولتية الفعالة الهابطة عبر الملف (المحث)

لذلك حل المعادلة (6-10) التي تتضمن (i) على الأساس الجبري لذلك يجب أن نجعل هذه المعادلة بالنسبة للتيار اللحظي ونلاحظ إذا قمنا الدائرة من السلوك السابق في بحث ارتفاع التيار في الدائرة المبينة في الشكل (6-8) .

الحالة في الملف العملي و الفولتية المسلطة في الشكل (6-10) تكون نفس الملفات العملية في الشكل (6-8) ولذلك لا يرتفع التيار أكثر من معدل النموذج الموضح في الرسم البياني في الشكل (6-9) ومرة أخرى ستكون الفولتية المحثة للمحثة اكبر من الفولتية المسلطة لذلك لا توجد مقاومة في الدائرة للشكل (6-8)

لذلك لا توجد قيمة نهائية للتيار اللحظي . لكن هذه الحالة في الملفات العملية ليس من المحتمل أن يزداد التيار إلى القيمة التي تكون فيها (IR) اكبر من الفولتية المسلطة.

و باستخدام قانون كيرشوف مرة أخرى ..

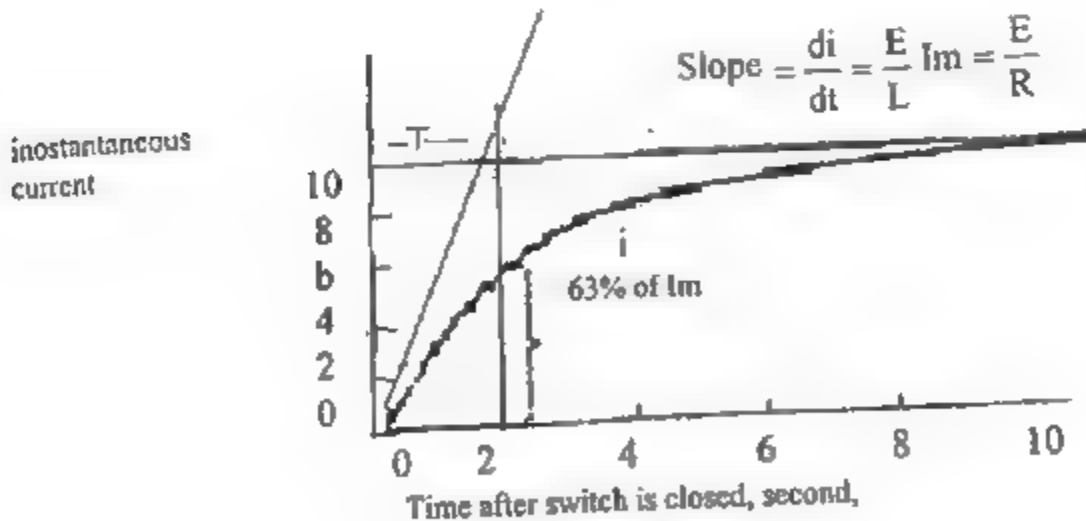
القيمة الكبرى اللحظية يمكن ان تكون مثل ($V_R = E$) وعندما يحدث هذا فان $V_L = 0$ والفولتية عبر المحثة تكون صفر و $\frac{di}{dt}$ تساوي صفر والتي تسمح لنا باستخدام الرموز من الحروف الكبيرة

$$I_m = \frac{E}{R} \quad \dots \dots \dots 6-11$$

هذه النهايتين للتيار في الرسم البياني للملف العملي موضحة في الشكل (6-11) والمحثة عكس التغير في التيار ويوضح ذلك الشكل (6-9). التيار لا يرتفع لحظياً عند غلق المفتاح بل يجب ان يبني من الصفر في هذه الحالة غلق المفتاح في الشكل (6-10) ويكون التيار المار خلال المقاومة صفر ولا توجد فولتية عبرها (المقاومة) ولذلك في هذه الحالة يكون المفتاح مغلق والفولتية الفعالة تساوي الفولتية المسلطة والتي يجب ان تظهر عبر المحثة لذلك فان

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_L}{L}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \quad \dots \dots \dots 6-12$$



الشكل (6-11)

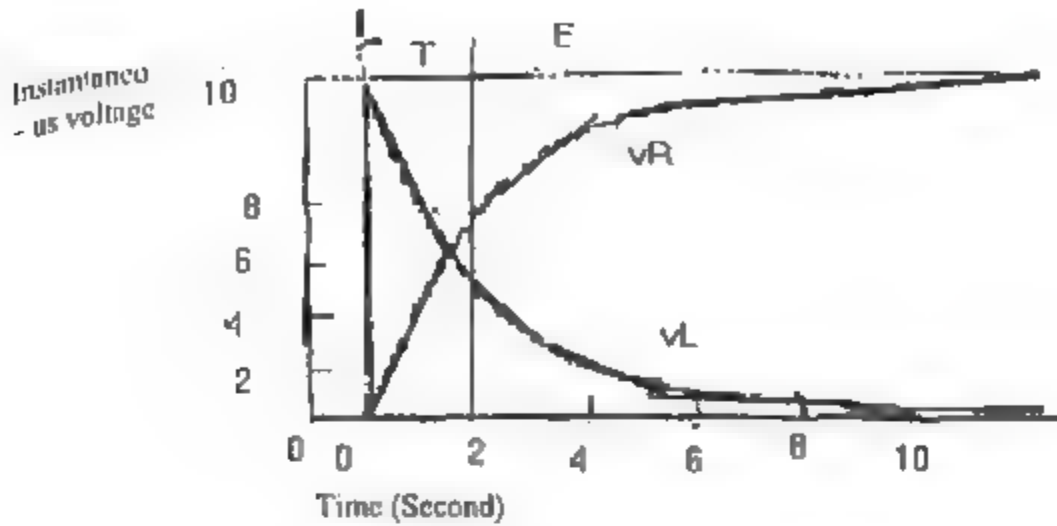
وهذا هو نفس معدل التغير في التيار المبني في الشكل (6-11) لذلك فإن المقاومة لا توصل أو كأنها غير موجودة إذا لا يوجد تيار خلالها .
لذلك الخط البياني للتيار اللحظي في الشكل (6-11) يبدأ من نفس الميل في الشكل (6-9) .

التيار يزداد و بتنظيم معين ليولد فولتية محتمة عبر المحثة وهبوط الفولتية خلال المقاومة يجب أن يرتفع نتيجة للفولتية المحتمة $V_e + V_L = E$ يجب أن تنقص أو تقل طبقاً لذلك فإن معدل التغير في التيار يجب أن يصبح أصغر .
والميل للتيار اللحظي للمنحنى في الشكل (6-11) يصبح أكثر تدريجياً (gradual).
لذلك التيار يبدأ يصعد أقل نموجاً ويبقى في الصعود و عليه فإن الفولتية الفعالة يجب أن تقل .

لذلك V_L تصبح قليلة ومعدل التغير في التيار يجب أن يصبح صغيراً .
ونتيجة لذلك فإن التيار اللحظي المبني في المنحنى في الشكل (6-11) يستمر ليصبح أو يبقى أكثر تدريجياً بعد فترة زمنية ملحوظة يصل التيار إلى أعلى قيمة والذي ينتج هبوط الفولتية عبر المقاومة تساوي الفولتية المسلطة و عليه فإن التيار لا يتغير أطول من ذلك لكن يكون مستقر يعطي قيمة معطاء بالمعادلة (6-11) ولذلك عندما نغلق المفتاح في دوائر التيار المستمر نربط المقاومة مع المحثة على التوالي، والتيار لا أن يمكن يؤخذ لحظياً على القيمة من (E/R) ويكون في هذه الحالة إذا لم توجد محثة في الدوائر .

وتأثير المحثة يكون على وصول التيار إلى القيمة حالة الاستقرار على المنحنى في الشكل (6-11) لذلك يصل التيار إلى قيمة حالة الاستقرار وقد لا يظهر تأثير المحثة في الدائرة لذلك $V_R = iR$ والمقاومة تكون ثابتة والرسم البياني لهبوط الفولتية عبر المقاومة في الدائرة يجب أن يكون نفس الرسم البياني للتيار اللحظي كما مبين في الشكل (6-12) ونستطيع أن نحصل على الرسم البياني للفولتية اللحظية عبر المحثة وذلك بطرح IR اللحظية من الفولتية المسلطة الثابتة إلى الفولتية اللحظية عبر المقاومة و المحثة

$$V_L = E - V_R$$



الشكل (6-12)

6-11 ثابت الزمن، Time Constant

عندما نغلق المفتاح في دوائر التيار المستمر التي تحتوي على محث فإنها تأخذ زمن حتى يبدأ التيار في الصعود إلى أن يصل إلى حالة الاستقرار، ولاحقاً سوف نحسب عنصر الزمن بشكل مباشر في معادلة المنحنى المظلل للتيار اللحظي كما بالشكل (6-11) ونستطيع اشتقاق بطريقة سهلة ومناسبة حساب الفترات الزمنية عن طريق افتراض بأن التيار يستطيع الاستمرار في الصعود بمعدل ثابت مساوياً للمعدل الابتدائي للصعود حتى يصل إلى حالة الاستقرار كما موضح في الخطوط المظلمة في الشكل (6-11) ونسمى هذه الفترات الزمنية بثابت الزمن للدائرة (LR).

وبناء على الافتراض أعلاه نستطيع تعريف ثابت الزمن، الثابت الزمني لـ (LR) هو عبارة عن الزمن الذي يأخذه التيار كي يصل إلى قيمة حالة الاستقرار إذا استمر في الصعود عند المعدل الابتدائي للتغير على طول الفترة الزمنية كلها.

يرمز لثابت الزمن بالحرف الإغريقي τ . ان معدل التغير في التيار ثابتاً كما موضح بواسطة الخط المستقيم المظلل

بالشكل (6-11) يمكن التعبير عن تيار حالة الاستقرار ببساطة كالآتي

$$I_m = \tau \times \frac{di}{dt}$$

$$I_m = E/R \dots \dots \dots 6-11$$

$$di/dt = E/L \dots \dots \dots 6-12$$

$$\tau = \frac{L}{R} \dots \dots \dots 6-15$$

حيث τ عبارة عن الطول الزمني محسوباً بالثواني ويعرف بالثابت الزمني و I_m هي المحثة للدائرة مقاسه بالهنري و R هي المقاومة في الدائرة مقاسه بالاووم .

لاحظ أن الثابت الزمني لدائرة LR (محث عملي) تتناسب طردياً مع المحثة .

إذا ضاعفنا المحثة فإن المعدل الابتدائي لصعود التيار سيكون في نصف القيمة العظمى فقط وسيستغرق ضعف الفترة الزمنية للوصول إلى قيمة حالة الاستقرار .

كذلك أن ثابت الزمن يتناسب عكسياً مع المقاومة إذا ضاعفنا المقاومة فإن تيار حاله الاستقرار سيكون فقط نصف القيمة المعتادة لقيمة محثة معينة ، التيار (الصاعد عند نفس المعدل) سوف يأخذ نصف الفترة الزمنية ليصل إلى حالة الاستقرار .

لاحظ أيضاً أن الفولتية المسلطة ليس لها تأثير على ثابت الزمن . إذا ضاعفنا الفولتية المسلطة سنضاعف المعدل الابتدائي لصعود التيار (E/L) لكن سنضاعف أيضاً تيار حالة الاستقرار E/R . علاوة على ذلك سيأخذ بالضبط نفس الوقت للوصول إلى حالة الاستقرار .

ليس من المهم ما إذا كانت قيم R, L معروفة في الفترة الزمنية التي تعرف ثابت الزمن للتيار اللحظي حقيقة يصعد إلى 0.63 أردنا إعادة تعريف ثابت الزمن على أنه الزمن الذي يأخذه التيار اللحظي في دائرة RL حتى يصل 0.63 من قيمة حالة الاستقرار . سوف نأخذ في عين الاعتبار أنه في الأغراض العلمية ليصل التيار اللحظي إلى حالة الاستقرار لـ E/R بعد فترة من الزمن تساوي خمسة أضعاف ثابت الزمن .

مثال 2-6:

- (أ) ما هو تيار حالة الاستقرار في الدائرة الموضحة في الشكل (6-8)؟
 (ب) ما هي الفترة الزمنية التي يستغرقها التيار ليصل إلى هذه القيمة بعد غلق المفتاح؟
 الحل:-

$$A) I_m = \frac{E}{R} = \frac{10V}{1\Omega} = 10A$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2H}{1\Omega} = 2s$$

الزمن الذي يستغرقه التيار ليصل إلى حالة الاستقرار هو 5τ والذي يساوي
 $5 \times 2s = 10s$

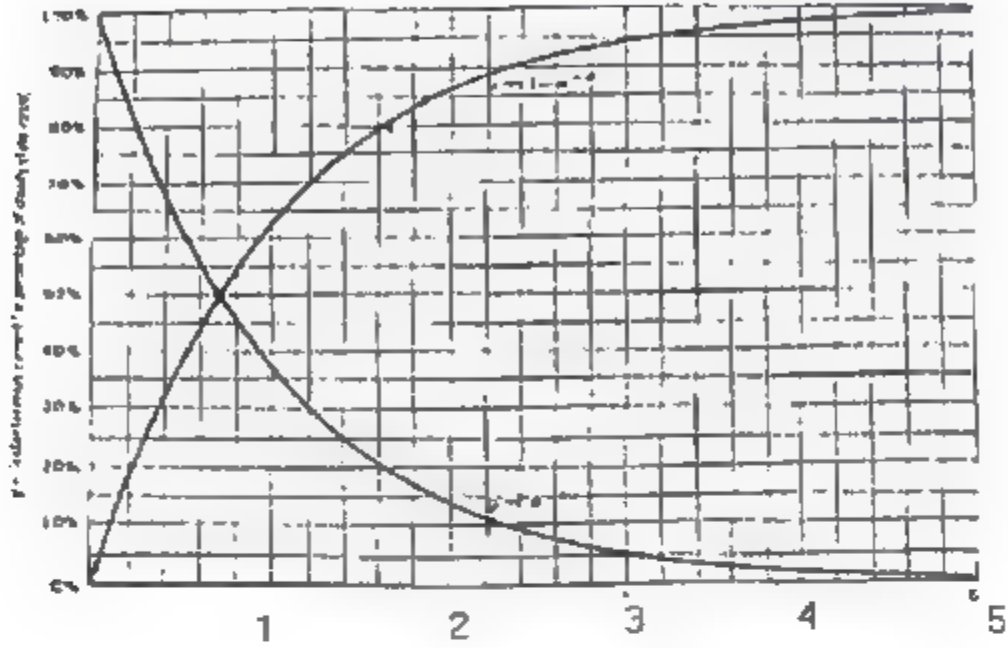
6-12 الحل البياني للتيار اللحظي

Graphical solution for instantaneous current

المطلوب أحيانا معرفة القيمة اللحظية للتيار التي ترتفع حالبا في الزمن بعد غلق المفتاح أو كم هي الفترة التي يأخذها التيار ليصل إلى قيمة حالة الاستقرار. إذا أردنا رسم القيمة اللحظية للتيار في الرسم البياني في الشكل (6-11) ويكون مضبوط بما يكفي ، يمكن أن نحل هذه المسائل بيانياً من المنحنى التجريبي . بغض النظر نحن حقا نلاحظ القيم التحليلية للفرقعة المسلطة والمخافة والمقاومة والمعدل الابتدائي لمعدل صعود التيار دائما سوف يكون E/L ، و ستكون القيمة النهائية لحالة الاستقرار للتيار E/R ، ولكن لكل الأغراض العملية سوف يأخذ الزمن $5L/R$ ليصل إلى قيمة حالة الاستقرار .

وهذا يسمح للمستخدم لرسم أشكال بيانية عديدة في الشكل (6-13) سوف يطبق كل القيم التحليلية لـ R, L, E .

سوف ندرج المحور العمودي (قيم التيار اللحظية) على المحور في الرسم البياني نتيجة القيم النهائية للتيار وتدرج المحور الأفقي للزمن بالثابت الزمني بالثنائي.



الشكل (6-13)

مثال 6-3:

أ- ما هي قيمة التيار اللحظية في الدائرة المبينة في الشكل (6-12) بعد ثانية واحدة بعد غلق المفتاح ؟

ب- كم هي القيمة الحظية التي سوف يأخذها التيار ليصعد من الصفر إلى خمسة أمبير (5 A) ؟

الحل:-

أ- لحسب الثابت الزمني في الدائرة كما يلي :

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2H}{1\Omega} = 2s$$

لذلك بعد ثانية واحدة ينتقل الزمن إلى 0.5 الثابت الزمني بعد غلق المفتاح الموضح في الشكل (6-14) وقيمة التيار اللحظية تكون

$$i = 39\% \times \frac{E}{R} = 0.39 \times \frac{10V}{1\Omega} = 3.9A$$

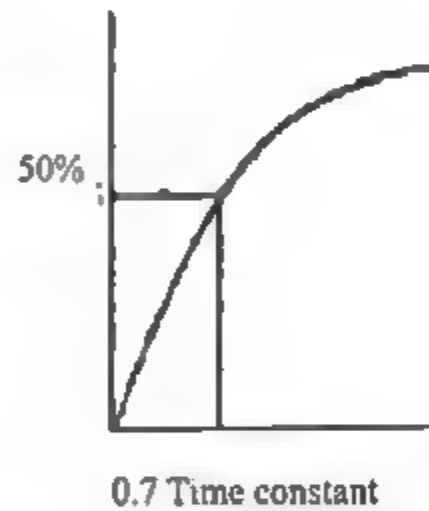
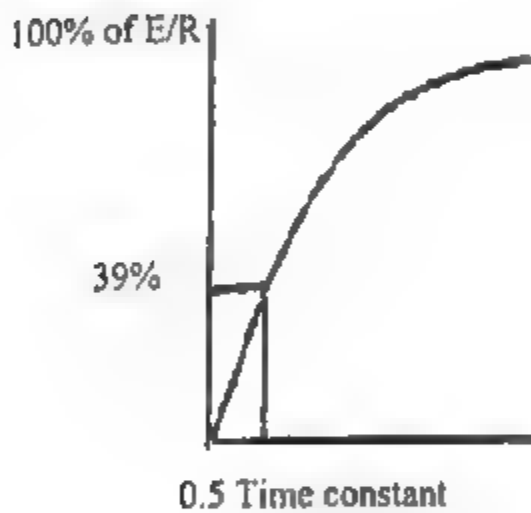
$$I_m = \frac{E}{R} = \frac{10V}{1\Omega} = 10A$$

(ب) عند

$$5A \approx \frac{5}{10} \times I_m = 50\% I_m$$

والمنحنيات في الشكل (6-13) تبين أن 0.7 هي قيمة الثابت الزمني .
والشكل (6-14-b) يبين قيمة التيار اللحظية ليصل إلى 50% من I_m ولذلك

$$\tau = 0.7\tau = 0.7 \times 2S = 1.4S$$

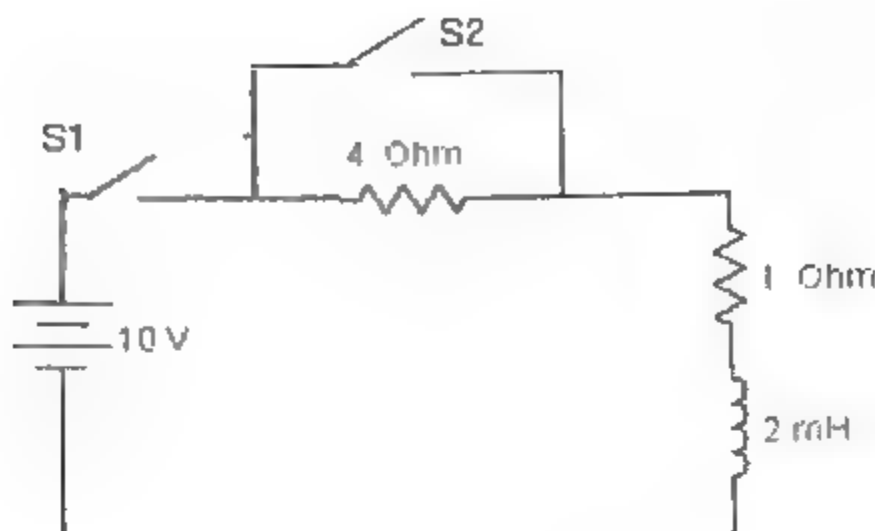


الشكل (6-14)

مثال 6-4:

في الدائرة الموضحة في الشكل (6-15) المفتاح S_2 يكون مغلق لزمن 1S بعد أن
المفتاح S_1 يكون مغلق.

ما هي قيمة التيار اللحظية بعد زمن مقداره 1S من غلق المفتاح S_2 ؟



الشكل (6-15)

الحل :-

الخطوة الأولى : عند غلق المفتاح S_1 فإن المفتاح S_2 يكون مفتوح والمقاومة الكلية في الدائرة تكون

$$R_T = 4 + 1 = 5\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2H}{5\Omega} = 0.4$$

والثابت الزمني

$$IS = \frac{1}{0.4} \times \tau = 2.5S$$

ومن المنحنى المبين في الشكل (6-15) عندما يكون $\tau = 2.5$

$$\text{فإن } \frac{E}{R} = 0.92 \times \frac{10V}{5\Omega} = 1.84A \text{ و } 92\%$$

الخطوة الثانية: في الطريقة الأولى إذا اعتبرنا أن منحنى التيار اللحظي للدائرة الجديدة التي مقاومتها مقدارها واحد (1Ω) في الدائرة .

$$\text{فإن حالة الإستقرار النهائية للتيار تصبح } I_m = \frac{E}{R} = \frac{10V}{1\Omega} = 10A$$

لكن عند لحظة غلق S_2 فالتيار طبعاً يكون $1.84A$ لهذا يجب أن نحدد موقع هذه النقطة على الرسم البياني ودرجه إغلاق الجمع للزمن S_1

$$\text{من الشكل (6-16 a) يساوي } 18.4\% \times I_m = \frac{1.84}{10} \times I_m \text{ من } 1.84A$$

ومن المنحنى المبين في الشكل (6-13) فإن التيار هو $i = 18.4\%$ من I_m

$$t = 0.2\tau = 0.2 \frac{L}{R} = 0.2 \times \frac{2H}{1\Omega}$$

علاوة على ذلك مع الزمن

أو 1.45 في درجة المنحنى في الشكل (6-16a) ولكن بدلالة الثابت الزمني فإن

$$1.4s = \frac{1.4}{2} \tau = 0.7$$

مرة أخرى من الشكل (6-13) عندما $t = 0.7\tau$ فإن التيار يساوي

$$I_m = 0.5 \times 10A = 5A \text{ والذي يساوي } 50\%$$

الخطوة الثالثة: الطريقة المترددة تتطلب فقط قراءة واحدة من الرسم البياني التجريبي المتعدد ويكون أساس جمع الصعود في التيار بعد غلق المفتاح S_2 .

$$I_m = \frac{E}{R} \text{ لذلك بدأنا في الخطوة الثانية مع } 1.84A \text{ المتدفق في المحثة ولذلك فإن}$$

$$\text{ويساوي } \frac{10V}{1\Omega} = 10A \text{ يكون أعلى ارتفاع لصعود التيار } 10 - 1.84 = 8.16A \text{ والثابت}$$

$$\text{الزمني } \frac{L}{R} \text{ يساوي } 2S, \text{ ولهذا فإن فترة انتقال الزمن لـ } 1S \text{ بعد الغلق}$$

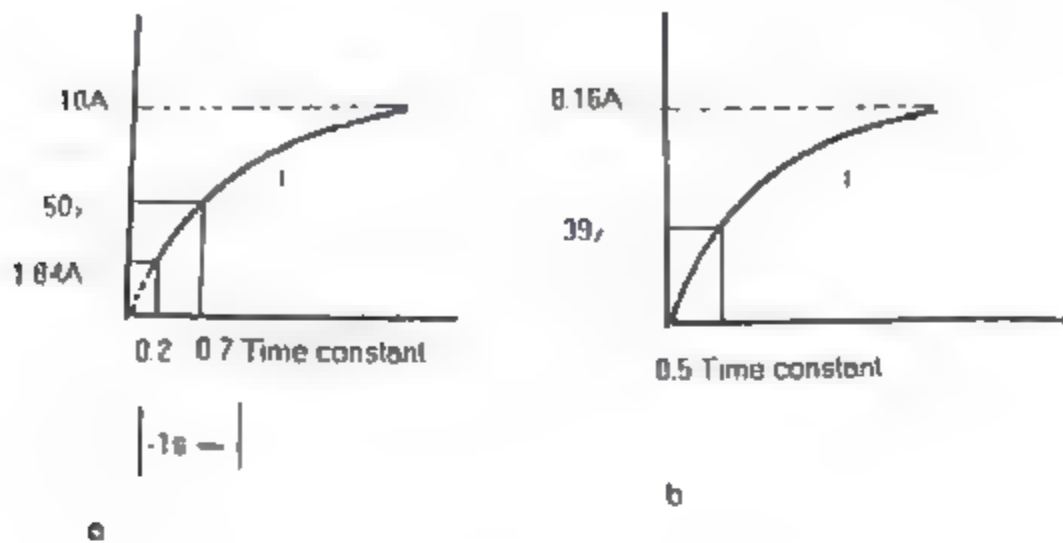
$$\text{المفتاح } S_2 \text{ تمثل نصف ثابت الزمن } \frac{1}{2}\tau \text{ ومن الشكل (6-13) نصف الثابت الزمني}$$

فإن القيمة اللحظية للتيار سوف تصعد إلى 39% إلى أعلى مجموع التيار Addition

(Current) في الشكل (6-16b) 39% من $8.16A$ يساوي $3.18A$ والقيمة

الخطية للتيار عند غلق S_1 بعد غلق S_2 سوف يكون $3.18A$ أكبر عندما يكون S_2

$$\text{مغلقاً لذلك } i = 1.84 + 3.18 = 5A$$



الشكل (6-16)

6-13 الحلول الحسابية للتيار اللحظي

Calculator solution for instantaneous current

الحل البياني للتيار اللحظي يكون مضبوطاً وكافياً لمعظم الأغراض وله فوائد تساعدنا تصور سلوك المحاث في دوائر التيار المستمر
إذا طلب منا أن نحسب التيار اللحظي مع أعلى دقة يجب نحول إلى الأساس الجبري في المعادلة

$$E = Ir + L \frac{di}{dt} \quad \dots \dots \dots (6-10)$$

لذلك فإن المعادلة (6-10) هي معادلة تفاضلية ولكن نحل التيار اللحظي (i) يجب أن نلجأ أكثر من مرة لحساب الإجابة من المعادلة

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \dots \dots \dots 6-16$$

وحيث أن $718 \text{ }^\circ\text{C}$ (الأساس الطبيعي للولهاريم) $\times \frac{1}{\gamma} \times \frac{L}{R}$ ، لذلك

$$X = \frac{tR}{L} \times \frac{1}{\gamma}$$

ولهذا يمكن أن نعتقد أن X مثل انقضاخص الزمن مقاساً بالثابت الزمني.

مثال (6-3):

(1) ما هي القيمة اللحظية للتيار في الدائرة المبينة في الشكل (6-10) بعد ثانية 1s من غلق المفتاح؟

(2) ما الفترة الزمنية التي يأخذها التيار اللحظي في هذه الدائرة ليصل إلى 5A ؟

الحل :-

$$X = \frac{t \times 1\Omega}{1H} = 0.5 \quad (1)$$

$$I = \frac{E}{R} (1 - e^{-X}) = \frac{10V}{1\Omega} (1 - e^{-0.5}) = 10 \times (1 - 0.6065) = 3.93A$$

وحساب سلسلة هذه التراكيب يصبح

$$10 \times (1 - 0.5 + 1 - e^{-1})$$

$$I = \frac{E}{R} (1 - e^{-1})$$

$$5 = \frac{10V}{1\Omega} (1 - e^{-X})$$

ومن هذا $e^{-X} = 0.5$

$$-X = \ln 0.5 = -0.693$$

$$t = X \times \frac{L}{R} = 0.693 \times \frac{2H}{1\Omega} = 1.39S \text{ [ذ]}$$

مثال (4-10)

في الدائرة الموضحة في الشكل (4-10) اوجد i بعد مرور 10ms من إغلاق المفتاح S بعد أن يكون مفتاحاً مغلقاً لمدة التيار المستقلة بعد 10ms من إغلاق المفتاح S .

الحل :

الخطوة الأولى :

N بعد ثانية واحدة من لحال المغلق

$$V = i \times \frac{R}{s} = 10 \times \frac{20}{20} = 2\text{V}$$

$$i = \frac{V}{R} (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{10}{20} (1 - e^{-10/20}) = 2 \times (1 - 0.6065) = 1.84\text{A}$$

الخطوة الثانية (A) :

باستخدام الطريقة الموضحة بالحل (4-10a)

$$i = \frac{V}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$1.84 = \frac{10}{20} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$e^{-t/\tau} = 0.816$$

ومن ذلك $N = 0.203 = 10(R/L)$

$$t = 0.203 \times (20/10) = 0.406\text{s}$$

في الثانية التالية

$$t = 1.406\text{s}$$

وبذلك $N = 1.406 \times (10/20) = 0.703$

$$i = \frac{V}{R} (1 - 0.495) = 5.05\text{A}$$

$$10 \times (1 - 0.495) = 5.05\text{A}$$

الخطوة الثانية (11)

بإستخدام الطريقة الموضحة في الشكل (6-16b)

مجموع القيم العظمى للتيار $1.84 \sim 8.16 \sim 10.1$

مجموع القيم الفعالة للتيار بعد 1s من خلق المفتاح S2

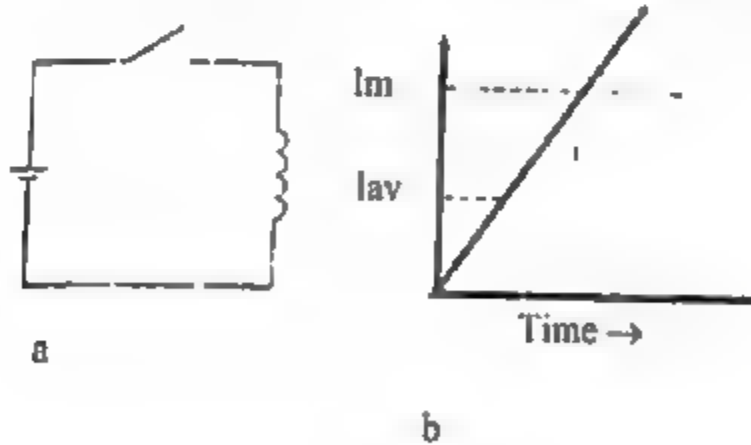
$$i = 8.16 \times (1 - e^{-10/2}) = 8.16 \times (1 - 0.6065) = 3.21 A$$

ولذلك المجموع الكلي للقيم اللحظية للتيار بعد 1s من خلق المفتاح S2 تساوي

$$I = 1.84 + 3.21 = 5.05$$

6-14 الطاقة المخزنة في الملف Energy stored by inductor

إذا ربط ملف مثالي إلى مصدر فولتية ذو مقاومة داخلية مهملة فإن الفولتية المتولدة بواسطة المحث يجب أن تبقى ثابتة وتساوي الفولتية المسلطة . وبذلك يزداد التيار بمعدل ثابت كما مبين في الشكل (6-16b) أن المصدر يجهز طاقة كهربائية إلى المحث المثالي بمعدل $P = Li \frac{di}{dt}$. ولكن المحث لا يحول هذه الطاقة إلى حرارة أو ضوء كما في المقاومه . أن الطاقة التي يجهزها المصدر يتم تخزينها في المجال المغناطيسي لأن الزيادة في التيار يجبر خطوط المجال المغناطيسي على التوسع (expand) عكس خصائصها التي نحاول أن تكون أقصر ما يمكن.



الشكل (6-17)

ولحساب الطاقة المخزنة بالملف يجب أن نأخذ بعض القيم النهائية للتيار I_m في الشكل (6-19b) ولتحدد كمية الطاقة الخارجة التي تكون مخزنة عندما يزداد التيار إلى هذه القيمة .

في دوائر المقاومات فقط لا يتغير التيار والفولتية مع التغير في الزمن نجد أن

$$W = Pt \quad \text{VII}$$

ورغم ذلك فإن الفولتية تبقى ثابتة في الدائرة الميمنة في الشكل (6-17) والتيار يزداد فجأة عندما ينقص الزمن .

عندما يكون معدل التغير في التيار ثابت فإن القيمة الفعالة للتيار اللحظي ترتفع من الصفر إلى I_m كما مبين في الشكل (6-17b) وسوف تكون نصف I_m .

$$W = V \times \frac{1}{2} I_m \times t \quad \text{لكن}$$

$$W = V \times \frac{I_m}{2} \times t$$

$$V = L \frac{di}{dt} \dots \dots \dots 6-9$$

وبما أن معدل التغير في التيار ثابت فإن

$$V = L \times \frac{I_m}{t}$$

وبالتعويض يتج

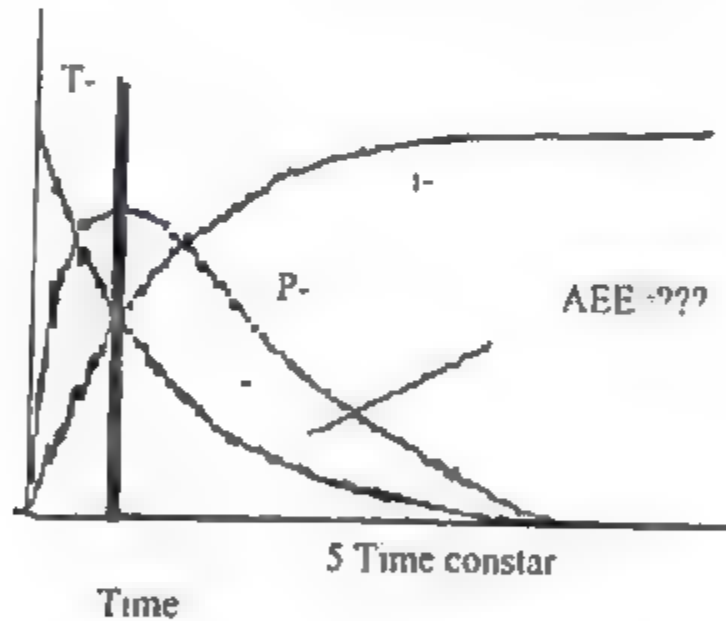
$$W = L \times \frac{I_m}{t} \times \frac{1}{2} I_m \times t$$

$$W = \frac{1}{2} L I_m^2 \dots \dots \dots 6-17$$

في هذه الحالة كل من الفولتية والتيار اللحظي يتغيران في الملفات العملية ومعدل هذا التغير غير ثابت .

بواسطة الرسم المضبوط أولاً للقيم اللحظية للتيار خلال المحثة على
مكان الورق البياني نستطيع أن نرسم الرسم البياني للمعدل اللحظي الذي تكون
عنده المحثة للدائرة تخزن الطاقة من العلاقة $P-V$

بواسطة حساب القدرة اللحظية على طول الخط الأفقي في الرسم البياني يمكن
أن نحصل على القدرة اللحظية في الرسم كما مبين في الشكل (6-18). عندما يصل
التيار في الملف العملي إلى قيمة حالة الاستقرار والذي يكون $I_m = E/R$ فإن المجال
المغناطيسي يتلاشى والفولتية المتولدة بالمحثة تهبط إلى الصفر لذلك فإن القدرة
اللحظية $P=VI$ تصبح صفر. ولذلك تزداد كمية الطاقة المخزنة في المجال المغناطيسي
للحلف فقط بينما يرتفع التيار إلى أعلى حتى يصل إلى حالة الاستقرار. وعلى ضوء
ذلك يبقى التيار ثابت عند حالة الاستقرار هذه، والكمية الثابتة للطاقة تكون مخزنة
في المجال المغناطيسي.



الشكل (6-18)

رغم ذلك لا يوجد مجموع طاقة مخزنة بالمحثة في الملف العملي عندما تقل I_m
والطاقة سوف تكون ثابتة متبددة في مقاومة الملف عند معدل الاستقرار فإن
 $P = I_m^2 R$ والطاقة تكون مخزنة في الملف في شكل ديناميكي والتيار يجب أن يستمر

لنسرب إلى المجال المغناطيسي لكي يحافظ عليه يمكن مقارنة الطاقة المخزنة بالمدف بالطاقة المخزنة بالكثف عندما يشحن المكثف بتهي شحن التيار، والمجال الكهربائي للمكثف يخزن الطاقة بشكل متوازن .

نلاحظ التشابه بين الشكل والفرق الهام يكون في منحني الفولتية للرسم البياني الوحيد حيث يصبح منحني التيار في الجانب الآخر ١٦ - ١٧ .

والرسم البياني للقوة اللحظية يكون نفسه في كل الرسومات ومرة أخرى المعدل اللحظي للطاقة المخزنة P يصل إلى أعلى قيمة عندما i يزداد إلى i_{\max} عند نفس اللحظة في الزمن نفسه تهبط الـ v_L إلى $\frac{1}{2} E$.

مرة أخرى المساحة المكونة للقدرة اللحظية في الرسم البياني في الشكل البياني (6-18) تمثل حاصل ضرب القدرة الفعالة والزمن التي تمثل الطاقة المخزنة في الحثية وباللجوء إلى أساس التكامل لكي نحسب هذه المساحة والطاقة المخزنة في المجال المغناطيسي للملف العملي في الشكل (6-18) وزمن وصول التيار إلى حالة الاستقرار تكون

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \quad \dots\dots\dots 6-18$$

حيث W تمثل الطاقة المخزنة بالجول
 L تمثل الحثية بالهنري .

I يمثل التيار المستمر بالأمبير ($I = E/R$)

مثال (5-6):

ما هي الطاقة المخزنة في المجال المغناطيسي في الملف الذي محثته تكون 5H ومقاومته 2Ω عند ربط بمصدر فولتية مقدارها 24V ؟

الحل :-

$$I = \frac{E}{R} - \frac{24V}{2\Omega} = 12A$$

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 5H \times (12A)^2 = 360J$$

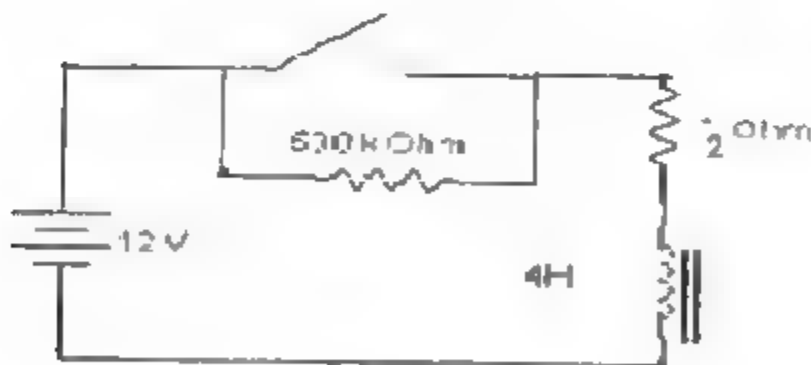
15-6 تلاهي (انحدار) التيار في الدوائر الحثية:

Fall of current in an inductive circuit

إعاقة تدفق التيار في دوائر الحثية يشبه تحريك أصابعنا بعد لف حزم المطاط للموتور في مودل الطائرة، لذلك الطاقة المخزونة تتحرر ويمكن أن تعرف الحثية في الدائرة باحتمالية أنها تميل إلى عكس أي تغيير في التيار، إذا اخترنا الرسومات البيانية للقيم اللحظية للتيار في هذا الفصل يمكن أن نلاحظ أنه ليس من المحتمل للتيار أن يتغير لحظياً.

لذلك عند هذه اللحظة نفتح المفتاح المبين في الدائرة التي في الشكل (6-19) والتيار الذي في الملف يجب أن يكون نفس التيار قبل فتح المفتاح ولنغرض في حساب تأثير إعاقة مرور التيار في حثية دوائر التيار المستمر يجب أن نعطي قيمة معينة لمقاومة التسرب $(500K\Omega)$ عند فتح المفتاح وتيار حالة الإستقرار قبل فتح المفتاح يكون

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12V}{2\Omega} = 6A$$

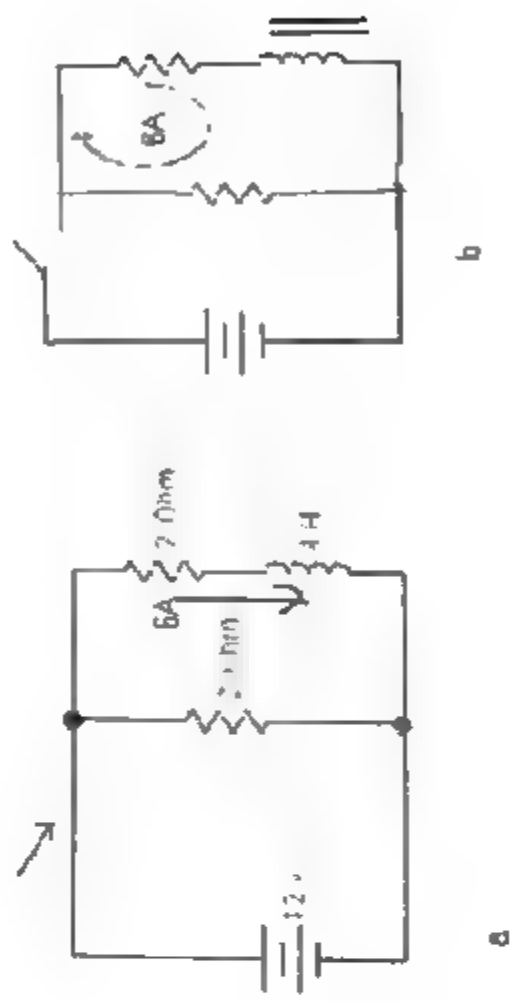


الشكل (6-19)

ليس فقط سوى لدح الصوم (arcing) مكونات المفتاح ، لكن عازل الملف مسرف يتلف ولذلك يجب أن تصمم دوائر التيار المستمر التي لا تعيق أبدا التيار في الملف .

مثال (6-6):

ما هي الفولتية عبر وصلة المفتاح في الدائرة المبينة في الشكل (6-20) عند لحظة فتح المفتاح ؟



الشكل (6-20)

الحل :-

حالة استقرار التيار خلال الملف تكون

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12V}{2\Omega} = 6A$$

رغم ذلك التيار الذي مقداره واحد أمبير يمر خلال المقاومة 12Ω مع اتجاه تقليدي الموضح في الشكل (6-20A) وهذا واحد أمبير لا يتسرب خلال المحثة في الدائرة عندما يكون المفتاح مفتوحاً ، سوف تعمل المحثة " على توليد المجال المغناطيسي المتلاشي وعبر المولد يكون الحمل الكلي 12Ω و 2Ω على التوالي .

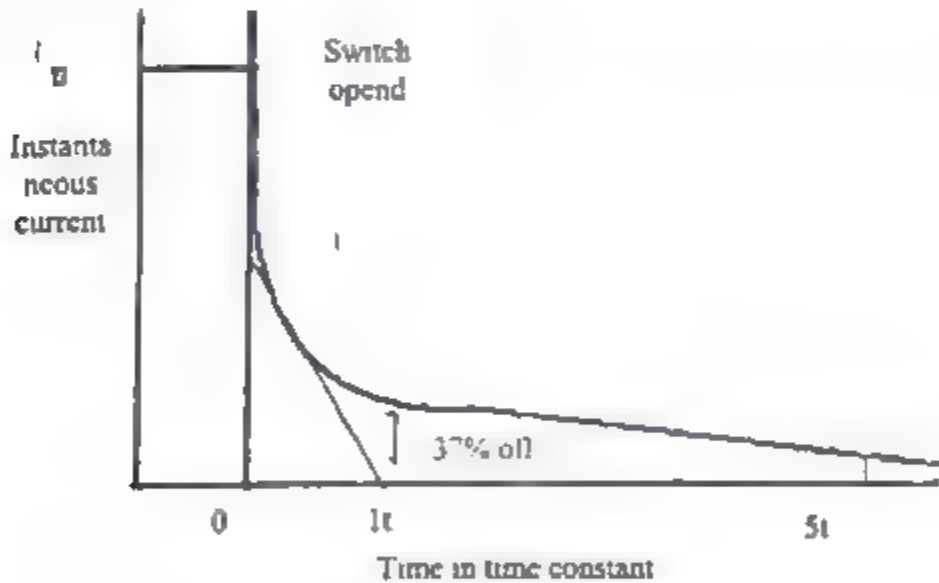
ولذلك فإن التيار خلال الملف لا يتغير لحظياً ، والتيار الذي مقداره $6A$ مع الاتجاه الاصطلاحي الموضح في الدائرة (6-23a) سوف يتدفق خلال مقاومة 12Ω أوم .

وسوف تكون هبوط الفولتية الهابطة عبر المقاومة 12Ω أوم كالتالي

$$V = iR = 6A \times 12\Omega = 72V$$

ويكون هبوط الجهد تساوي 72 فولت عبر المقاومة 12Ω أوم وفرق الجهد 12 فولت للبطارية ولذلك تكون الفولتية الكلية عبر وصلات مفتاح عند لحظة فتح المفتاح

$$V = 72 + 12 = 84V$$



الشكل (6-21)

وطبقاً لقانون كيرشوف للفولتية مبدئياً الفولتية المحثة يجب أن تساوي هبوط الفولتية عبر المقاومة الكلية عند لحظة فتح المفتاح لذلك

$$E_m = I_0 R_T \dots \dots \dots 6-19$$

عندما E_m تمثل قيمة الفولتية المحتثة بالمجال المغناطيسي المسلط و I_0 يمثل التيار المار في الملف عند لحظة فتح المفتاح (الذي يجب أن يكون نفسه قبل لحظة فتح المفتاح) المقاومة الكلية للحلقة المغلقة للملف كما في المثال (6-6) $E_m = 6A \times 14\Omega = 84V$ ووفقاً لقانون لينز فإن اتجاه الفولتية المحتثة سوف تكون دائماً عكس أي تغير في التيار. عندما يزداد التيار فإن اتجاه الفولتية المحتثة بميل لكي تلغي بعض الفولتية الخارجة المسلطة .

عندما يتحرك المصدر فإن المجال المغناطيسي حول الملف يتلاشي وقطبية الفولتية المحتثة بسبب تلاشي المجال تكون عكس الفولتية المتولدة بواسطة ارتفاع المجال ، هذه القطبية العكسية تميل كي تأخذ المكان الأصلي للمصدر كي تحافظ على تدفق التيار في الاتجاه الأصلي خلال الملف والمقاومة 12 أوم في الدائرة المبينة في الشكل (6-20) تسمى مقاومة التفريغ (discharge resistor)

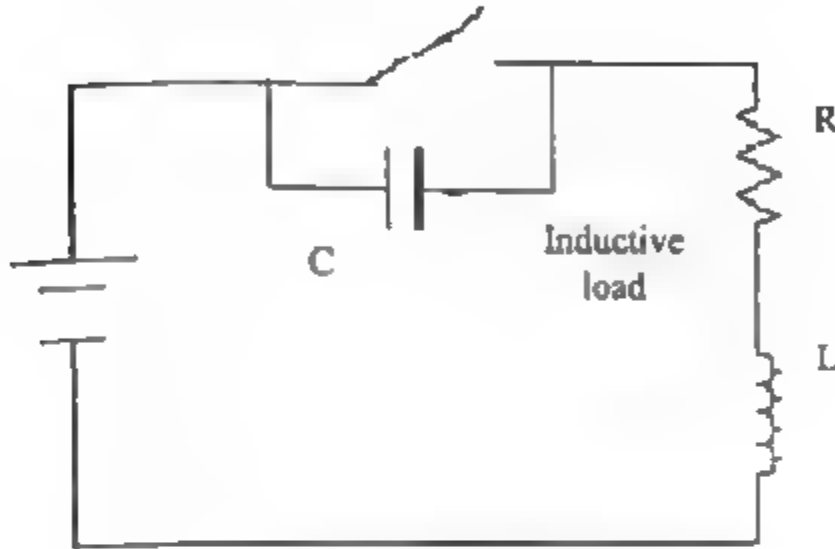
ونتيجة التحليل في المثال (6-6) الذي يوضح وجود مقاومه التفريغ لحماية الدائرة من وصلات المفتاح وعازل الملف من الفولتية العالية الزائدة عن حدها المتولدة في الدائرة .

بعض الاحتياطات أو الإعدادات يجب أن تصنع دائماً مع محاثات دوائر التيار المستمر التي تخزن الطاقة اللحظية مثال ذلك مجال الملفات في دوائر التيار المستمر في الموتور والمولدات والثايروستورات التي تكون ممتازة لهذه الأغراض .

ان الفولتية المحتثة في المثال (6-6) تكون صغيرة جداً عندما لا نستخدم مقاومه التفريغ ولذلك يجب ان يتلاشي المجال المغناطيسي بمعدل أكثر بطئاً ولذلك يأخذ فترة زمنية أطول ليفرغ الطاقة المخزونة عندما تكون مقاومه التفريغ موجودة في الدائرة، ولذلك يتلاشي المجال المغناطيسي وتعتمد قوة المجال المغناطيسي على التيار اللحظي في الملفات ، والتيار يجب أن يبدأ بالتناقص حال فتح المفتاح وفي حساب الزمن بالنسبة للتيار في دوائر المحاثات نستخدم مصطلح الثابت الزمني على أساس يكون معدل تغير التيار ثابت باستخدام نفس التقنية ، يمكن أن نعرف ثابت زمن

التفريغ بانه الزمن الذي يحتاجه التيار لكي يتناقص إلى الصفر إذا استمر بالهبوط بمعدل مبدئي وبفترات زمنية كافية ، إذا استمر التيار بالتناقص بمعدل ثابت يساوي المعدل المبدئي في الشكل (6-21)

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} \text{ مبدئياً}$$



الشكل (6-22)

$$\text{لكن } \frac{di}{dt} = \frac{E_m}{L}$$

$$E_m = I_0 R_T \dots\dots\dots 6-10$$

ومنه

$$\tau = \frac{L}{R_T} \dots\dots\dots 6-20$$

ولذلك فحسب الثابت الزمني في الدائرة RL بنفس الطريقة بالضبط ، لذلك لا يهبط التيار بمعدل ثابت وإن الفولتية المحثة يجب أن تبقى ثابتة ولكن إذا تناقص التيار فإن هبوط الفولتية عبر المقاومة يجب أن ينقص أيضاً وبسبب أن قانون كيرشوف للفولتية يتطلب فولتية محثة تساوي هبوط الفولتية عبر المقاومة عند كل لحظة من الزمن.

الفولتية المحثة يجب أيضاً أن تنقص وعندما تتناقص الفولتية المحثة فمن المجال المغناطيسي ينهار بشكل أكثر بطى وعلى هذا الأساس فإن معدل التغير في التيار يجب أن يصبح أصغر مع مرور الزمن وهذا يكون مشابهاً إلى زيادة التيار عندما يكون المفتاح مغلقاً، والتفريغ اللحظي في الرسم البياني المبين في الشكل (6-21) له نفس الأساس في الشكل التجريبي .

الشكل (6-13) يتضمن رسماً بيانياً مضبوطاً للحل البياني لاضمحلال التيار في بحانة دوائر التيار المستمر.

مثال (6-7):

مفتاح الدائرة المين في الشكل (6-20) يغلق عند زمن مقداره 3s ثم يفتح ، ما هي قيمة التيار اللحظي في الملف بعد 1/4s من فتح المفتاح ؟

الحل :-

الخطوة الأولى:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{4H}{2\Omega} = 2s \quad (\text{ال شحن})$$

نعبر عن 3S بدلالة ثابت الزمن $\tau = 2s$

$$3S = \frac{t}{\tau} = \frac{3}{2} = 1.5$$

ومن الرسم البياني لصعود التيار في الشكل (6-14) عندما يكون $t = 1.5 \tau$ ثابت

زمني و $i = 78\%$ من I_m

فإن

$$i_t = 0.78 \times \frac{E}{R} = 0.78 \times \frac{12V}{2\Omega} = 4.7A$$

الخطوة الثانية:

$$\tau = \frac{L}{R_t} = \frac{4H}{(12 \times 2)\Omega} = 0.286S \quad (\text{التفريغ})$$

وبالتعبير عن $S(1/4)$ بدلاله ثابت الزمن $\tau = 0.286s$ فإن

$$\text{ثابت زمني } \frac{1}{4}S = \frac{t}{\tau} = \frac{0.25}{0.286} = 0.875$$

وفي الرسم البياني لاضمحلال التيار في الشكل (6-13) عندما $\tau = 1$ و %

$$i_L = 42 \text{ من } I_1 \text{ فإن}$$

$$i_L = 0.42 \times 4.7A = 2A$$

والطريقة الثانية لمنع حدوث شرارة بالمفتاح أو كسر الوصلات عندما نفتح المفتاح في الدائرة المبينة في الشكل (6-20) وتكون موضحة في الشكل (6-22) وعندئذ نضع المكثف بين وصليي المفتاح فإن فرق الجهد عبر المكثف يكون صفراً بينما يكون المفتاح مغلق، ولذلك فإن فرق الجهد لا يرتفع لحظياً عندما نفتح المفتاح وهناك وقت كافي لنقل وصلات المفتاح بعيداً بما فيه الكفاية بحيث لا تتولد شرارة، بعض الطاقة تنتج بسبب تلاشي المجال المغناطيسي للملف ويتج عنه شحن المتسعة .

المتسعة متفرع شحنتها جزئياً مكونة بذلك مجال مغناطيسي حول الملف في الاتجاه المعاكس .

وتحدث دورات عديدة لاضمحلال الطاقة حتى تبدد أو تستهلك كل الطاقة المخزونة في مقاومة الحمل .

6-16 الحلول الحسابية لتيار التفريغ الحظي

Calculator solution for instantaneous discharge Current

عندما نكتب معادلة قانون كيرشوف للفولتية الموضحة في الدائرة (6-20b) الفولتية المسلطة في الدائرة تساوي صفر

$$0 = iR_T + L \frac{di}{dt}$$

بحل المعادلة للتيار اللحظي

$$i = I_0 e^{-x}$$

حيث I_0 هو التيار الابتدائي عند لحظة فتح المفتاح

$$e = 2.718x = t(R_T / L) = \frac{t}{\tau}$$

مثال (6-6a):

المفتاح في الدائرة التي في الشكل (6-20) يغلق لمدة ثلاث ثواني ومن ثم يفتح، ما هو التيار اللحظي في الملف خلال $(1/4)s$ بعد أن يصبح المفتاح مفتوحاً؟

الحل:-

الخطوة الأولى :

عندما نغلق المفتاح

$$x = t \times \frac{R}{L} = 3S \times \frac{2\Omega}{4H} = 1.5\pi$$

$$I_L = \frac{E}{R}(1 - e^{-x}) = \frac{12V}{2\Omega} \times (1 - e^{-1.5})$$

$$= 6A \times (1 - 0.223) = 4.66A$$

الخطوة الثانية:

عندما يكون المفتاح مفتوحاً

$$X = t \times \frac{R_T}{L} = 0.25S \times \frac{14\Omega}{4H} = 0.875\pi$$

$$I_L = I_0 \times e^{-x} = 4.66A \times e^{-0.875} = 4.66 \times 0.417 = 1.94A$$

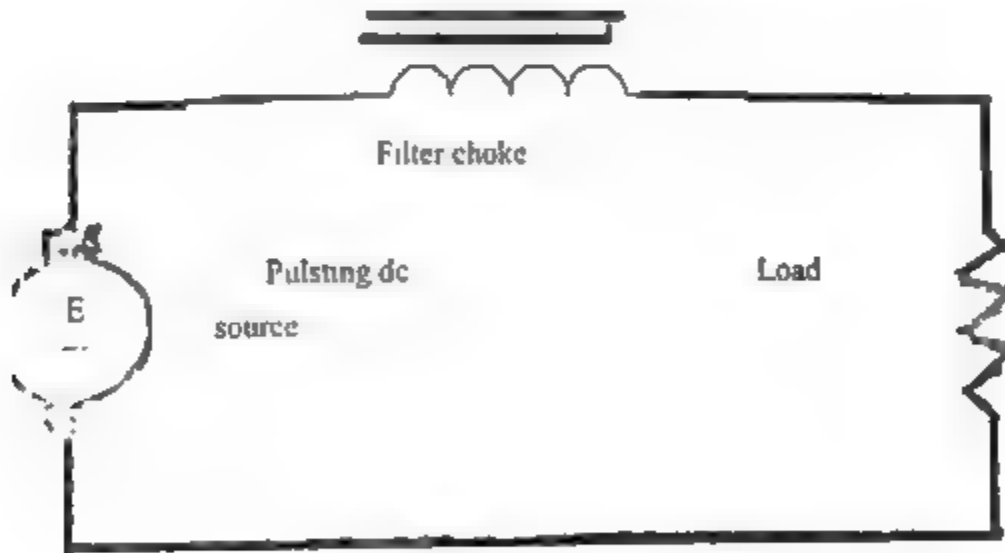
خصائص الدوائر الحثية للتيار المستمر

Characteristics of inductive DC circuits

لتخليص سلوك الحثية في دوائر التيار المستمر فإن أهم خاصية للمحث هي أن الحث يولد فولتية عتة التي دائماً تحاول معاكسة أي تغير في التيار . وكتيجة لهذه الخصائص فإن التيار في الدوائر الحثية لا يتغير لحظياً ويحتاج إلى فترة زمنية لزيادة

(rise) ان (بين نقطتين لحظية يعتمد هذا الزمن على محثة و مقاومة الدائرة عند غلق المفتاح في دائرة حثية فانه يحتاج الى زمن للوصول الى مستوى الحالة المستقرة .

ان هذا التأثير يكون احيانا مهما لانها تلغى التأثير المفاجئ (Sudden Surge) لمسحوب من المصدر و لكن عندما يتغير التيار في الدائرة الحثية (Interrupted) تتولد فولتية محثة عالية التي يمكن ان تحطم توصيلات المفاتيح (contact) والعوازل ما لم يتم تجهيزها بدائرة ذات تصميم معين التي تجعله يقل تدريجيا يمكن استخدام فكرة قيام الحث لمعاكسة اي تغير في التيار في الترشيح (filtering) او تغيرات التنعيم (Smoothing Variation) في تيار الحمل الذي يحدث عند تغذية الحمل من مصدر مستمر مثل دوائر التوحيد التي تجهز فولتية نبضية (Pulsating Voltage) كما في الشكل (6-23) كما ازادت فولتية المصدر اعلى من معدل قيمتها (Average Value) فان زيادة التيار تؤدي قيم الحث مخزن طاقة اضافية في المجال المغناطيسي و عند نقل فولتية المصدر تحت المعدل (Average) تنطلق (تتحرر الطاقة المخزونة لمحافظة على اعلى قدرة ثابتة داخلة الى الحمل



الشكل (6-23)

المجلد الثاني

المصادر : ١٩٨٠-١٩٨١

[illegible]

۱. موتور ۱۱
۲. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۳. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۴. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۵. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۶. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۷. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۸. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۹. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱
۱۰. موتور ۱۱ و ۱۱ مع موتور ۱۱

1994

7-1 دوائر RC من الدرجة الأولى First order RC circuit

في هذا الفصل سندرس الدوائر التي تحتوي على مصادر ثابتة (DC) مستقلة ومقاومات ومتسعة وحيدة.

تفريغ المتسعة خلال مقاومة Capacitor discharge through resistance

كمثال أول لناخذ الدوائر في الشكل (7-1a) عندما $t = 0$ تكون المتسعة مشحونة إلى فولتية بدائية.

يغلق المفتاح ويمر التيار من خلال المقاومة بسبب تفريغ المتسعة. أن معادله التيار عند العقدة العليا للدائرة بعد إغلاق المفتاح ينتج:

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t)}{R} = 0$$

بالضرب في المقاومة R نحصل على:

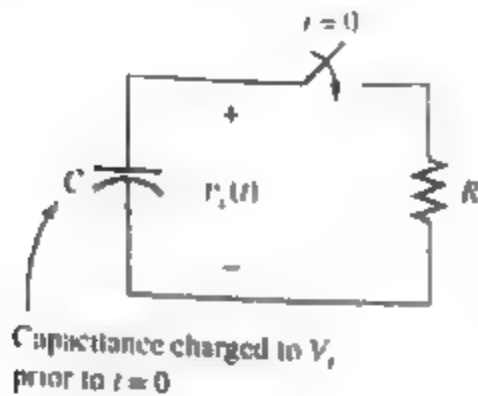
$$RC \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 0 \quad (7-1)$$

وكما نتوقع حصلنا على معادله تفاضلية.

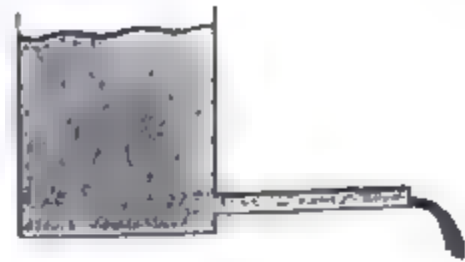
توضح المعادلة (7-1) أن الحل لـ $v_c(t)$ يجب أن يكون دالة لها نفس شكل الاشتقاق الأول، وطبعا الدالة التي لها نفس هذه الخاصية هي الدالة الأسية. لذلك نتوقع أن الحل يكون بالصيغة التالية:

$$V_c(t) = Ke^{st} \quad (7-2)$$

حيث K و s ثابتان يجب تحديدهما.



(a) Electrical circuit



(b) Fluid-flow analogy: a filled water tank discharging through a small pipe

الشكل (7-1): متسعة تفرغ خلال مقاومة و تدفق السائل المماثل. المتسعة مشحونة إلى V_i خلال الفترة إلى $t=0$ (بإستخدام دوائر غير موضحة). عندما $t=0$ يغلن المفتاح وتفرغ المتسعة خلال المقاومة.

بإستخدام المعادلة (7-2) للتعويض عن $v_c(t)$ في المعادلة (7-1) نحصل على :

$$RCKe^{st} + Ke^{st} = 0 \quad (7-3)$$

بالحل للحصول على s نجد أن :

$$s = \frac{-1}{RC} \quad (7-4)$$

وبالتعويض في المعادلة (7-2) نجد أن الحل هو :

$$v_c(t) = Ke^{-t/RC} \quad (7-5)$$

بالرجوع إلى الشكل (7-1a) نفترض أن الفولتية عبر المتسعة لا يمكن أن تتغير بشكل آني عند غلق المفتاح وذلك لأن التيار خلال المتسعة هو $i_c(t) = dv_c/dt$. ولكي تتغير الفولتية بشكل آني يجب أن يكون التيار لانهاثي.

بما أن الفولتية محددة يجب أن يكون التيار في المقاومة محدد ونستنتج من ذلك أن الفولتية عبر المتسعة يجب أن تكون مستمرة ولذلك تكتب

$$v_c(0+) = v_i \quad (7-6)$$

بحيث V_1 هي الفولتية الماثرة بعد إغلاق المفتاح وبالتعويض في المعادلة

(7-5) نحصل على

$$V_1(0^+) = V_1 = Ke^0 = K \quad (7-7)$$

هكذا نستنتج أن ثابت τ هو الفولتية البدائية عبر المتسعة وأحيانا فإن الحل

لفولتية هو

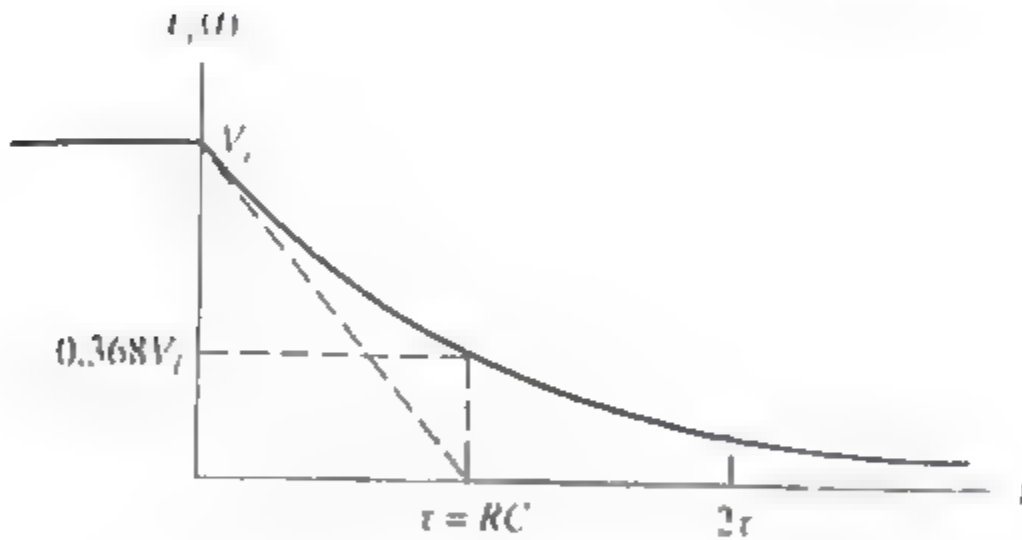
$$V_1(t) = V_1 e^{-t/\tau} \quad (7-8)$$

الشكل (7-2) يوضح رسم بياني للفولتية مع ملاحظة أن الفولتية عبر المتسعة

تتلاشى إلى الصفر

الفاصل الزمني

$$\tau = RC \quad (7-9)$$



الشكل (7-2) الفولتية مقابل الزمن للدائرة في الشكل (7-1a)

يسمى ثابت الزمن (time constant) للدائرة. خلال ثابت زمن واحد تتلاشى

الفولتية بالعامل $e^{-1} \approx 0.368$ بعد حوالي خمس ثوابت زمنية تصبح الفولتية المتبقية على المتسعة مهملة بالمقارنة مع الفولتية البدائية.

نظام لتدفق سائل مماثل موضح في الشكل (7-1b) الخزان الممتلئ أولاً بالماء

مائل للمتسعة المشحونة، علاوة على ذلك الأنبوب الصغير مماثل للمقاومة.

في أدنى الأمد وهو يكون الحد الأدنى للمقاومة. في هذه الحالة،
 الماء سرعة وتتألف من سرعة التدفق كلما قل مستوى الماء
 في فاسي مستخدم المهندسين بكثرة وذلك في طينيات التربة على
 سبيل المثال عند فتح أو علق باب موب سيار نحو مدة 30 ثانية للحصول على
 ذلك يمكننا أن نصمم دائرة تحتوي على

- (1) متسعة تشحن إلى فولتية أولية، احلال عملية فتح الباب
- (2) مقاومة لتفريغ المتسعة خلالها

(1) دائرة نحسن نفقي المصاح مضاء طالما الفولتية للمتسعة أكبر من (36V) :
 حثراً ثابت الرمز RC لكي يكون 30 ثانية مستم العملية المطلوبة.

شحن المتسعة من مصدر مستمر DC عبر مقاومة

للدائرة المبينة في الشكل (3-7) فولتية المصدر V_s ثابتة بمعنى لدينا مصدر مستمر
 مستمر DC هذا المصدر مربوط إلى دائرة RC خلال مفتاح يغلّق عند $t = 0$
 لنفترض أن الفولتية الأولية عبر المتسعة قبل علق المفتاح

هي $V_1(0^-) = 0$ يمكن الحصول على الفولتية عبر المتسعة كدالة للزمن كالآتي

$$C \frac{dV_1(t)}{dt} + \frac{V_1(t) - V_s}{R} = 0 \quad (7-10)$$

الحد الأول من الطرف الأيسر من المعادلة يمثل التيار الراجع بالاتجاه الأسفل
 خلال المتسعة والحد الثاني يمثل التيار باتجاه اليسار خلال المقاومة. يتضمن قانون
 كيرشوف للتيار KCL إلى أن مجموع التيارات الخارجة من العقدة تساوي
 صفر. وبإعادة ترتيب المعادلة (7-10) نحصل على:

$$RC \frac{dV_1(t)}{dt} + V_1(t) = V_s \quad (7-11)$$

كما هو متوقع حصلنا على معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى تحتوي على
 معاملات ثابتة. وكما في الدائرة السابقة فإن الفولتية عبر المتسعة لا يمكن أن تتغير
 بشكل آني لذلك نحصل على:

$$v_c(0+) = v_c(0-) = 0$$

(7-12)

الآن نحتاج إلى أن نجد حلاً لـ $v_c(t)$ لذلك:

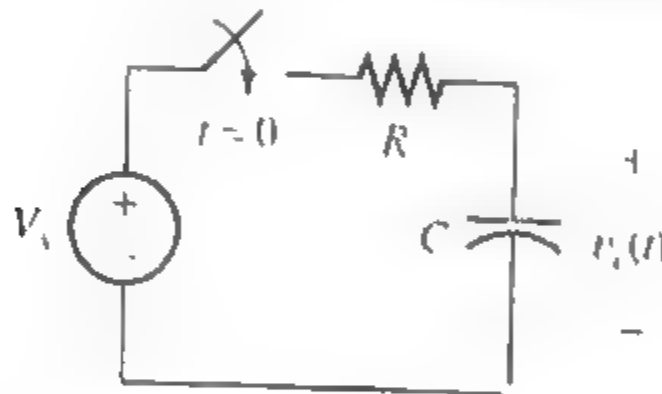
(1) لمحقق المعادلة (7-11).

(2) نطابق الحالات الأولية للدائرة المذكورة في المعادلة (7-12) مع ملاحظة أن المعادلة (7-11) هي نفسها المعادلة (7-1) ماعدا وجود ثابت في الطرف الأيمن. لذلك نتوقع أن الحل هو نفسه للمعادلة (7-1) ماعدا إحصالة ثابت آخر. لذلك نحاول أن نجد حلاً هو:

$$v_c(t) = K_1 + K_2 e^{st}$$

(7-13)

حيث K_1, K_2, s ثوابت يجب أن نحدد.



الشكل (7-3): متعة شحن خلال مقاومة

إذا استخدمنا المعادلة (7-13) للتعويض عن $v_c(t)$ في المعادلة (7-11) نحصل

على:

$$(1 - RCs)K_2 e^{st} + K_1 = v_s \quad (7-14)$$

لمساواة العامل e^{st} يجب أن يساوي صفر وهذا يؤدي إلى:

$$s = \frac{-1}{RC} \quad (7-15)$$

ومن المعادلة (7-14) لدينا:

$$K_1 = v_1 \quad (7-16)$$

و نعويض المعادلتين (7-16) و (7-17) في المعادلة (7-15) نحصل على:

$$v_1(t) = v_1 + K_2 e^{-t/\tau} \quad (7-17)$$

حيث K_2 متبقي لكي يحدد.

الآن لنستخدم الحالة الأولية وهي المعادلة (7-12) لإيجاد K_2 لدينا:

$$v_1(0+) = v_1 + K_2 e^{0} = v_1 + K_2 \quad (7-18)$$

ومنها نجد أن $K_2 = v_1 - v_1$ وأخيراً بالتعويض في المعادلة (7-17) فإن الحل هو

$$v_1(t) = v_1 - v_1 e^{-t/\tau} \quad (7-19)$$

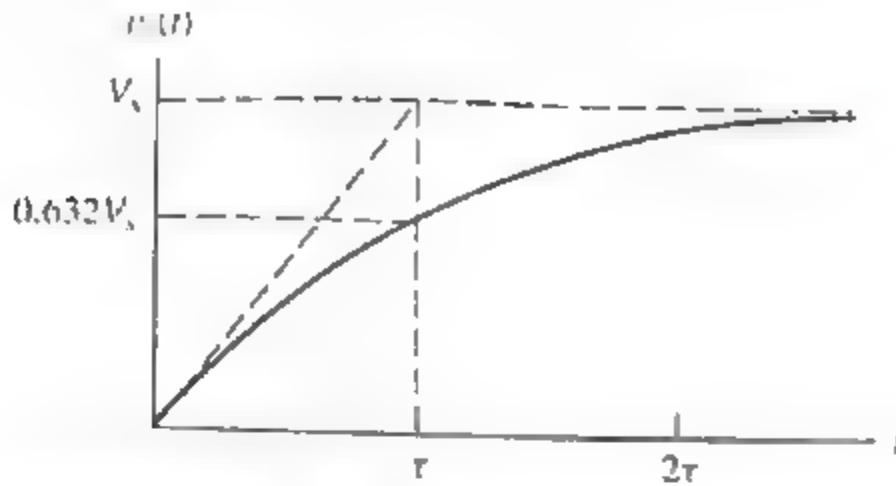
الحل الثاني من الطرف الأيمن يسمى الاستجابة العابرة (transient response) الذي في النهاية يقل إلى قيمة مهملة. والحل الأول من الطرف الأيمن هو استجابة الحالة المستقرة (steady-state response) يسمى أيضاً الاستجابة الإجبارية (forced response) الذي يستمر بعد تلاشي العابر. هنا أيضاً حاصل ضرب المقاومة بالمتسعة له وحدات زمن بالثواني ويسمى أيضاً ثابت الزمن $\tau = RC$ لذلك يمكن كتابة الحل بالصيغة:

$$v_1(t) = v_1 - v_1 e^{-t/\tau} \quad (7-20)$$

الشكل (7-4) يوضح رسماً بيانياً لـ $v_1(t)$ مع ملاحظته أن $v_1(t)$ تبدأ من الصفر وتقترب من قيمتها النهائية v_1 مطردياً مع ازدياد t .

بعد ثابت زمن واحد تصل قيمة $v_1(t)$ إلى 63.2% من قيمتها النهائية للأغراض العملية تصل قيمة $v_1(t)$ إلى قيمتها النهائية بعد خمس ثوابت زمنية هنا يقال أن الدائرة وصلت إلى حالتها المستقرة.

يمكن أن نرى أنه بامتداد الميل الأول لـ v_1 يمكن أن يصل إلى القيمة النهائية بعد ثابت زمني واحد كما مبين في الشكل (7-4).



الشكل (7-4): استجابة الشحن العابرة لدائرة RC في الشكل (7-3).

لاحظنا في هذا القسم عدة ثوابت زمنية لازمة لشحن أو تفريغ متسعة وهذا هو التحديد الأساسي لسرعة الكمبيوتر المثالي تمثل المعلومات بفولتية مفترضة إما $+5V$ أو $0V$ اعتمادا على المعلومات الممثلة. عندما تتغير المعلومات تتغير بذلك هذه الفولتية ومن المستحيل بناء دوائر لا تحتوي على متسعات لا تقوم بالشحن أو التفريغ عندما تتغير قيمة الفولتية وكذلك يجب أن تحتوي الدوائر على عنصر مقاومة غير صفري لتحديد التيار المتوفر لشحن أو تفريغ المتسعات. لذلك هناك ثابت زمني غير صفري يرتبط بكل دائرة في الكمبيوتر يحدد سرعته.

مثال 7-1

افترض أن $R = 5000$ و $C = 1$ في الدائرة في الشكل (7-1a) جد الزمن اللازم لكي تصل الفولتية عبر المتسعة إلى 1% من قيمتها النهائية .

الحل:

$$t = -5 \ln(0.01) ms \cong 23ms$$

مثال 2-7

اثبت أن امتداد الميل الابتدائي لـ $v_c(t)$ سوف يتقاطع مع القيمة النهائية بعد ثابت زمني واحد كما هو مبين في الشكل (4-7) [معادلة $v_c(t)$ معطاة في المعادلة (20-7)].

7-2 الحالة المستقرة للتيار الثابت DC steady state

يتلشى زمن العبور في تعابير التيارات والفولتيات لدوائر RLC إلى الصفر مع الزمن (باستثناء دوائر LC التي لا تحتوي على مقاومة) لمصادر التيار الثابت DC. إن تيارات و فولتيات الحالة المستقرة أيضا ثابتة. لنأخذ معادلة التيار المار خلال متسعة:

$$i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

إذا كانت الفولتية $v_c(t)$ ثابتة يكون التيار صفر أي أن المتسعة تعمل كدائرة مفتوحة لذلك نستنتج أنه للحالة المستقرة مع مصدر ثابت DC تعمل المتسعة كدائرة مفتوحة.

بنفس الطريقة للمحثة يكون لدينا:

$$v_L = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

عندما يكون التيار ثابت تكون الفولتية صفر. لذلك نستنتج أنه للحالة المستقرة لدوائر RLC مع مصدر ثابت .

أولا نستبدل المتسعة بدائرة مفتوحة والمحثة بدائرة قصر. وبذلك تصبح الدائرة مكونة من مصادر ثابتة ومقاومات وأخيرا نقوم بحل الدائرة المكافئة لإيجاد تيارات وفولتيات الحالة المستقرة.

مثال 3-7

تحليل التيار الثابت (DC) للحالة المستقرة

أوجد v_x, i_x للدائرة المبينة في الشكل (7-5a) عندما $t = 0$

الحل:

بعد خلق المفتاح لفترة طويلة نتوقع أن يتلاشى زمن العبور إلى الصفر للدائرة في الحالة المستقرة للتيار الثابت. لنبدأ تحليلنا باستبدال المحثة بدائرة قصر واستبدال المتسعة بدائرة مفتوحة.

الدائرة المكافئة مبينة في الشكل (7-5b).

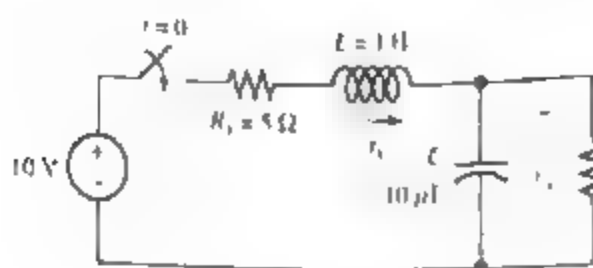
دائرة المقاومات هذه سهلة الحل. المقاومتان R_1 و R_2 مربوطتان على التوالي لذلك فإن :

$$i_x = \frac{10}{R_1 + R_2} = 1A$$

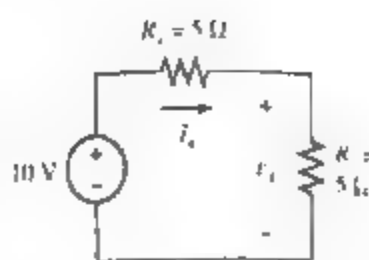
$$\text{و } v_x = R_2 i_x = 5V$$

نهتم أحيانا بعمل الحالة المستقرة للدوائر ذات المصادر الثابتة (DC) على مسيل المثال عند تحليل دوائر الضوء الأساسي لسيارة سوف نهتم أولاً بالحالة المستقرة بينما يجب علينا مراعاة العابرات في تحليل عمل نظام الإيقاد.

في تطبيقات أخرى نهتم بالحالة المستقرة مع مصادر متغيرة (ac) جيبيية. وسندرس لاحقاً نظرية حل دوائر حالة مستقرة جيبيية مشابهة للنظرية التي قدمت هنا للحالة المستقرة للمصدر الثابت (DC)، عوضاً عن دوائر الفتح والقصر سنستبدل المحاثات والمتسعات بمعاوقات كهربائية التي هي مثل المقاومة باستثناء أنها يمكن أن يكون لها قيمة تخيلية.



(a) Original circuit



(b) Equivalent circuit for steady state

الشكل (7-5): الدائرة ودائرة الحالة المستقرة المكافئة للمثال (7-3).

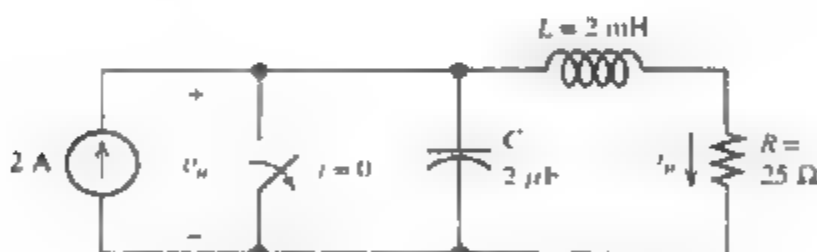
مثال 7-4

أوجد تيار وفولتيات الحالة المستقرة المعنية للدائرة في الشكل (7-6)؟

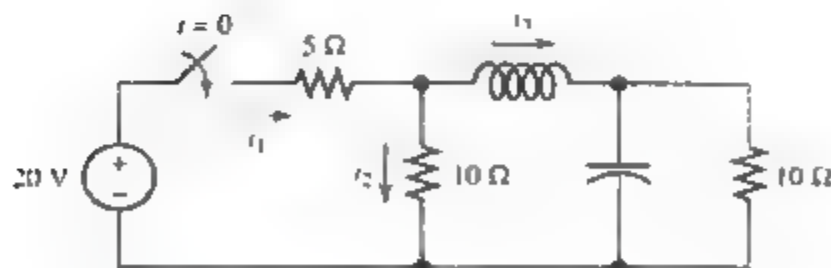
الحل:

a) $v_o = 50V, i_o = 2A$

b) $i_1 = 2A, i_2 = 1A$



(a)



(b)

الشكل (7-6): دائرة المثال (7-4).

7-3 RC circuit RC دوائر

في هذا القسم سنهتم بالدوائر التي تحتوي على مصادر ثابتة (dc) ومقاومات ومحثات واحدة. إن النظريات والحلول متشابهة جدا لتلك المستخدمة لدوائر RC في القسم (7-1) الخطوات اللازمة لحل دوائر بسيطة مكونة من مصادر ثابتة ومقاومات وعنصر واحد لحزن الطاقة (محاث أو متسعة) هي :

تطبيق قانون كيرشوف للتيار والفولتية لكتابة معادلة الدائرة إذا كانت الدائرة تحتوي على تكاملات فإننا نفاضل كل تعبير في المعادلة لنحصل على معادلة تفاضلية صرفة. نفرض حلا بالصيغة $K_1 + K_2 e^{st}$ نعوض الحل في المعادلة التفاضلية لإيجاد قيم K_1 و s (عوضا عن ذلك يمكننا إيجاد K_1 بحل الدائرة في الحالة المستقرة كما في لقسم (7-2)). استخدام الحالة الأولية لإيجاد قيمة K_2 كتابة القيمة النهائية.

مثال 7-5

تحليل العبور لـ RL Transient Analysis

أوجد التيار $i(t)$ والفولتية $v(t)$ للدائرة في الشكل (7-7).

الحل:

أولا : نجد التيار $i(t)$ وطبعا عندما $t = 0$ يكون المفتاح مفتوح ويكون التيار صفر .

$$i(t) = 0 \text{ لكل } t < 0 \quad (7-21)$$

بعد غلق المفتاح تزداد قيمة التيار إلى أن يصل في النهاية لقيمة الحالة المستقرة. وبكتابه قانون كيرشوف للفولتية KVL حول الحلقة نجد أن:

$$Ri(t) + L \frac{di}{dt} = V_s \quad (7-22)$$

هذه المعادلة متشابهة تماما للمعادلة (7-11) لذلك علينا أن نجد نفس صيغة الحل

المعطاة للمعادلة (7-13) هكذا يكون حلنا المجرب هو:

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{st}$$

حيث K_1, K_2, s ثوابت يجب تحديدها.

وبإتباع الإجراءات المتبعة في القسم (7-1) نعوض بالحل المجرب في المعادلة التفاضلية التالية لينتج:

$$RK_1 + (RK_2 + sLK_2)e^{st} = V_s \quad (7-24)$$

ومنه نجد أن

$$K_1 = \frac{V_s}{R} = 2 \quad (7-25)$$

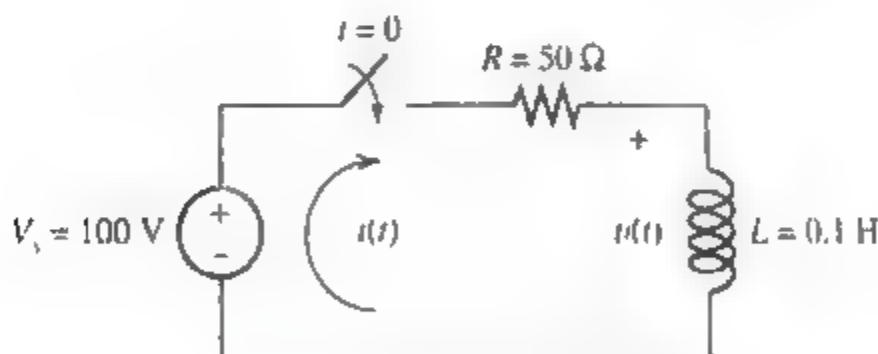
و

$$s = \frac{-R}{L} \quad (7-26)$$

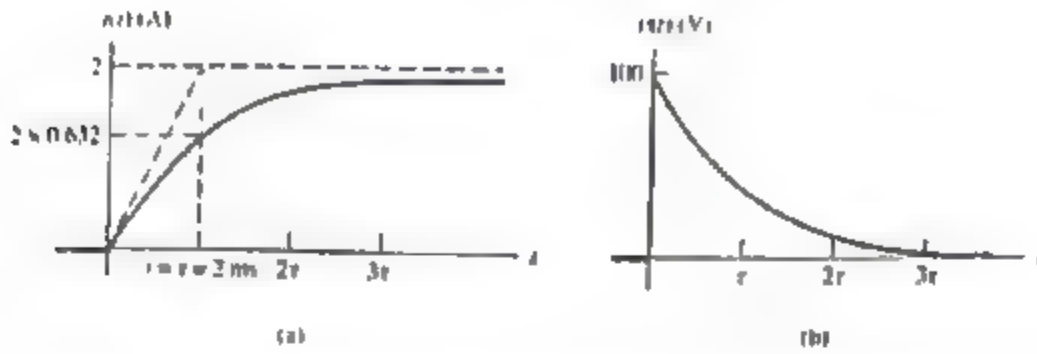
بتعويض هذه القيم في المعادلة (7-23) ينتج:

$$i(t) = 2 - K_2 e^{-Rt/L} \quad (7-27)$$

بعد ذلك نستخدم الحالة الأولية لإيجاد قيمة K_2 . إن التيار في المحثة يكون صفراً عند $t = 0$ وذلك بسبب أن المفتاح مفتوح. والفولتية المسلطة محدودة والتيار المحثة يجب أن يكون مستمر (بسبب أن $v_L = L di/dt$).



الشكل (7-7): الدائرة المحملة في المثال (7-5).



الشكل (7-8): التيار والفولتية مقابل الزمن للدائرة في الشكل (7-7)

بالحل نجد أن $K_2 = -2$

وبالتعويض في المعادلة (7-27) نجد أن الحل للتيار هو:

$$i(t) = 2 - 2e^{-t/\tau} \quad (7-29)$$

حيث أن الثابت الزمني يعطى بالعلاقة:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (7-30)$$

الشكل (7-8a) يوضح الرسم البياني للتيار مع الزمن مع ملاحظة أن التيار يزداد من الصفر إلى الحالة المستقرة بقيمة $2A$.

بعد خمس ثوابت زمنية يكون التيار 44% من قيمته النهائية، وللتأكد من ذلك نتحقق من أن تيار الحالة المستقرة هو $2A$ (كما لاحظنا في القسم 7-2 يمكن إيجاد هذه القيمة مباشرة باعتبار المحثة كدائرة قصر).

لنأخذ الآن الفولتية $v(t)$. خلال الفترة $t = 0$ عندما يكون المفتاح مفتوح تكون الفولتية صفر

$$v(t) = 0 \quad \text{لكل } t < 0 \quad (7-31)$$

بعد $t = 0$ فإن $v(t)$ تساوي فولتية المصدر ناقصا الهبوط عبر المقاومة R لذلك فإن.

$$v(t) = 100 - 50i(t) \quad \text{لكل } t > 0 \quad (7-32)$$

بالتعويض بالتعبير $i(t)$ الذي وجدناه سابقا نحصل على .

$$v(t) = 100e^{-t/\tau} \quad (7-33)$$

الشكل (7-8b) يبين الرسم البياني لـ $v(t)$ عند $t = 0$ تقفز الفولتية عبر المحثة من 0 إلى 100V. ومع ازدياد التيار بشكل تدريجي يزداد الهبوط عبر المقاومة وتهبط الفولتية عبر المحثة. في الحالة المستقرة تكون $v(t) = 0$ لأن المحثة تعمل كدائرة قصر. بعد حل عدة دوائر ذات عنصر تخزين طاقة واحدة يمكننا أن نستخدم خبرتنا لتجاوز بعض الخطوات المدرجة سابقا في هذا القسم. وسوف نوضح ذلك في المثال التالي.

مثال 6-7

تحليل العبور لدوائر RC RL Transient Analysis

لنأخذ الدائرة في الشكل (7-9) حيث أن V_s مصدر ثابت. الحل: أن الدائرة في فترة الحالة المستقرة إلى $t = 0$ جد تعبير للتيار $i(t)$ والفولتية $v(t)$.

الحل :

في الفترة $t = 0$ تعمل المحثة كدائرة قصر. لذلك فإن:

$$v(t) = 0 \text{ لكل } t < 0$$

و

$$i(t) = \frac{V_s}{R_1} \text{ لكل } t < 0$$

قبل فتح المفتاح يسري التيار باتجاه عقارب الساعة خلال V_s, R_1 والمحثة، وبعد فتح المفتاح يستمر التيار بالسيان خلال المحثة لكن طريق العودة يكون من خلال R_2 . عندها تتولد فولتية عبر R_2 والمحثة تسبب تناقصا في التيار وبما أنه ليس هناك مصدر يغذي الدائرة بعد فتح المفتاح يكون حل الحالة المستقرة هو صفر لكل $t > 0$. هكذا يعطى الحل لـ $i(t)$ بالعلاقة:

$$L \frac{di(t)}{dt} + R_1 i(t) = 0$$

حيث أن ثابت الزمن هو

$$\tau = \frac{L}{R_1} \quad (7-15)$$

يجب أن يكون التيار مستمرا ما لم تتولد قوة دافعة لاهاثية عند التحويل

بالرجوع إلى $t = 0$ و $i(0) = I_0/R_1$ نجد أن التيار $i(t)$ هو

$$i(t) = \frac{I_0}{R_1} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$$

بالتعويض عن قيمة k في المعادلة (7-14) نحصل على التيار

$$i(t) = \frac{I_0}{R_1} e^{-t/\tau}$$

والقوة تعطى بالعلاقة:

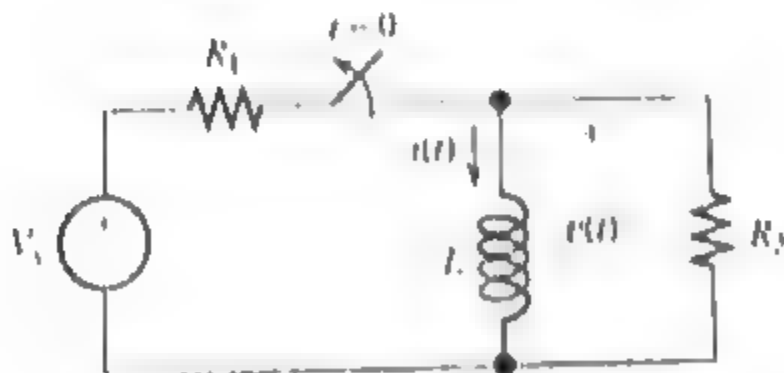
$$p(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

لكل $t < 0$

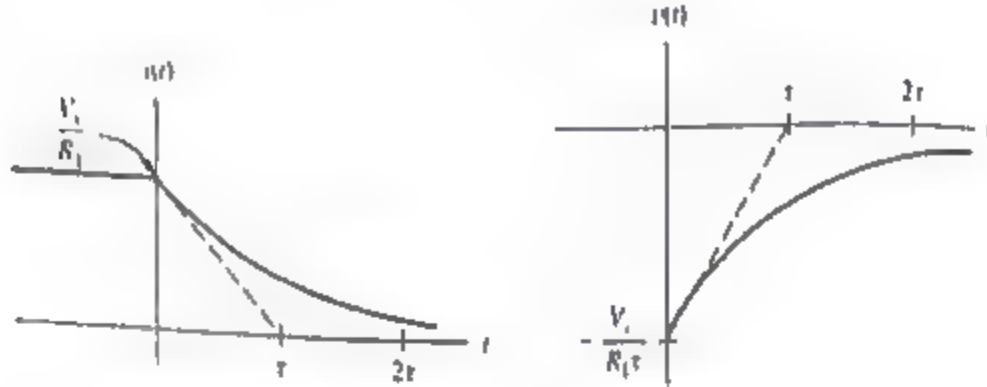
$$\frac{L I_0}{R_1} e^{-t/\tau}$$

لكل $t > 0$

الشكل (7-10) يبين الرسم البياني للقوة والتيار.



الشكل (7-9) الدائرة المحللة في المثال (7-6).



الشكل (7-10) التيار والفولتية للدائرة في الشكل (7-9)

مثال 7-7

للدائرة في المثال (7-6) (شكل 7-9) افترض أن، $R_1 = 10\Omega$ ، $V_1 = 15V$ ، $R_2 = 100\Omega$

- ما قيمة ثابت الزمن (بعد فتح المفتاح) ؟
- ما هو أعلى مقدار لـ $v(t)$ ؟
- كيف تقارن أعلى مقدار لـ $v(t)$ مع فولتية المصدر ؟
- جد الزمن t الذي تكون فيه قيمة $v(t)$ مساوية لنصف قيمتها بعد فتح المفتاح مباشرة ؟

الحل:

$$\tau = 1ms \quad (a)$$

$$|v(t)|_{\max} = 150V \quad (b)$$

(c) أعلى قيمة لـ $v(t)$ هي 10 أضعاف قيمة V_1

$$t = \tau \ln(2) = 0.693ms \quad (d)$$

مثال 7-8

للدائرة في الشكل (7-11) حيث يفتح المفتاح عند $t = 0$ أوجد تعبير لـ $v(t)$ ،
 $i_R(t)$ ، $i_L(t)$ عندما $t > 0$ افترض أن $i_L(t)$ هو صفر قبل فتح المفتاح ؟

الحل:

$$v(t) = 20e^{-t/0.2} \text{ ، } i_R(t) = 2e^{-t/0.2} \text{ ، } i_L(t) = 2 - 2e^{-t/0.2} \text{ .}$$

مثال 7-9

لنأخذ الدائرة في الشكل (7-12) افترض أن المفتاح مغلق لفترة طويلة جدا إلى
 $t = 0$ أوجد تعبير لـ $i(t)$ و $v(t)$ ؟

الحل:

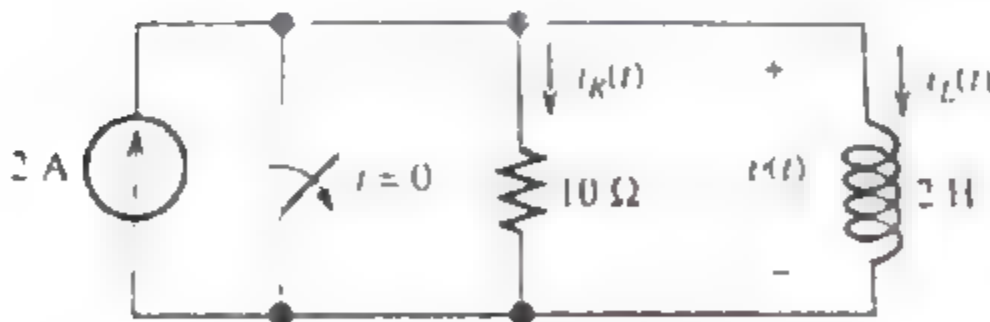
$$i(t) = 1.0 \text{ لكل } t < 0$$

$$= 0.5 + 0.5e^{-t/5}$$

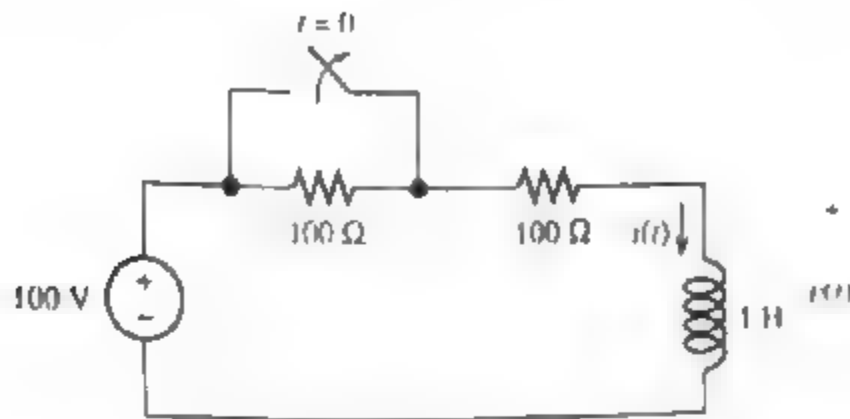
$$v(t) = 0 \text{ لكل } t < 0$$

$$= -100e^{-t/5}$$

حيث ثابت الزمن $\tau = 5ms$



الشكل (7-11) الدائرة للمثال (7-8).



الشكل (7-12) الدائرة للمثال (7-9).

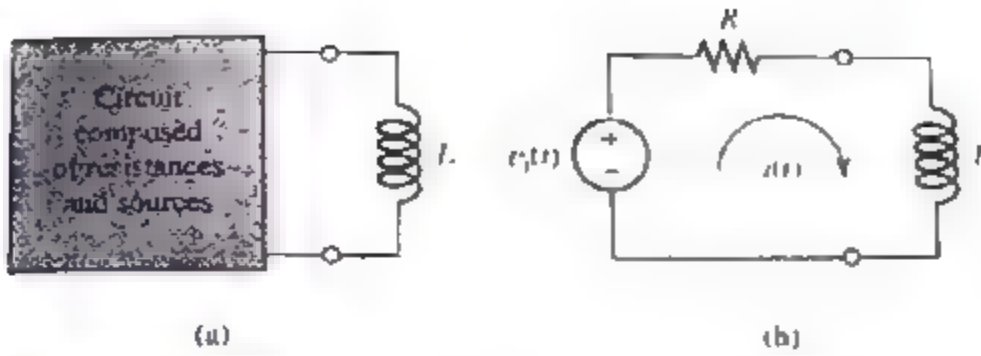
7-4 دوائر RC و RL مع مصادر عامة

RL and RL Circuits with general sources

الآن بعد أن اكتسبنا بعض الإلمام بدوائر RC و RL سوف نناقش الحلول بصورة عامة في هذا القسم سوف نتعامل مع الدوائر التي تحتوي على عنصر شحن طاقة واحد سواء محث أو متعة.

لنأخذ الدائرة في الشكل (7-13a) الدائرة داخل الصندوق قد تكون أي تركيبة من المقاومات والمصادر والمحث الوحيدة L تظهر بشكل واضح لنسترجع أنه يمكننا إيجاد مكافئ ثيفن للدوائر تحتوي على مصادر ومقاومات

مكافئ ثيفن هو مصدر فولتية مستقل $v_o(t)$ مربوط بالتوالي مع مقاومته ثيفن R هكذا أي دائرة مكونة من مصادر ومقاومات ومحثات واحدة لها دائرة مكافئة مبينة في الشكل (7-13b) بالطبع يمكننا أن نختصر أي دائرة مكونة من مصادر ومقاومات ومتعة وحيدة بنفس الطريقة.



الشكل (7-13) دائرة تحتوي على مصادر ومقاومات ومحاثة لها دائرة مكافئة تحتوي على مصدر فولتية ومقاومة بالتوالي مع محاثة.

بكتابة قانون كيرشوف للفولتية للشكل (7-13b) نحصل على:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v_i(t) \quad (7-37)$$

بالقسمة على المقاومة R نحصل على:

$$\frac{L}{R} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{v_i(t)}{R} \quad (7-38)$$

وبصورة عامة فإن أي معادلة تحتوي على محاثة واحدة أو متسعة واحدة يمكن أن تكتب بالصيغة التالية:

$$\tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = f(t) \quad (7-39)$$

وعليه يجب أن نجد حلاً للمعادلة (7-39) التي تحتوي على الحالة الأولية (مثل التيار الأولي في المحاثة) الثابت τ (ثابت الزمن) هو دالة للمقاومات والمحاثة أو (المتسعة) فقط. وتتبع المصادر التعبير $f(t)$ الذي يسمى دالة القدرة (forcing function). إذا كان لدينا دائرة بدون مصادر (مثل الشكل 7-1) فإن دالة القدرة هي صفر. للمصادر الثابتة تكون دالة القدرة ثابتة.

المعادلة (7-39) تسمى معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى لأن أعلى رتبة اشتقاق هي من الدرجة الأولى. هذه المعادلة خطية لأنها لا تتضمن أي دوال أخرى

غير خطية لـ $x(t)$ أو أي من اشتقاقاتها. وهكذا لدائرة RC أو RL يجب أن نجد الحل العام لمعادلة تفاضلية خطية من الدرجة الأولى مع معاملاتها الثابتة.

حل المعادلة التفاضلية الثابتة

نتيجة مهمة في حالات المعادلات التفاضلية هي أن الحل العام للمعادلة (39-7) يتكون من جزئين:

الجزء الأول يسمى الحل الخاص (particular solution) وأي تعبير يحقق المعادلة (39-7) هكذا:

$$\tau \frac{dx_p(t)}{dt} + x_p(t) = f(t) \quad (7-40)$$

الحل الخاص يسمى أيضا استجابة القدرة (forced response) لأنه يعتمد على القدرة (التي جذورها تعتمد على المصادر المستقلة).

(بالرغم من أن الحل الخاص يحقق المعادلة التفاضلية إلا أنه قد لا يتوقف على الحالات الأولية مثل الفولتية الأولية على المتسعة أو التيار خلال المحثة. بإضافة تعبير آخر يعرف بالحل المكمل يمكننا أن نحصل على حل عام يحقق كل من المعادلة التفاضلية ويوافق الحالات الأولية).

لدوال القدرة التي سوف ندرسها يمكننا أن نختار صيغته للحل الخاص بالتفتيش. على سبيل المثال لناخذ دالة القدرة

$$f(t) = 10 \cos(200t)$$

لأن اشتقاقات دوال الجيب وجيب التمام هي أيضا دوال جيب وجيب تمام سوف نجرب الحل الخاص ذو الصيغة

$$v_p(t) = A \cos(200t) + B \sin(200t)$$

A, B ثوابت يجب تحديدهما ويمكننا إيجاد هذه الثوابت بالتعويض بالحل المقترح في المعادلة التفاضلية. وهذا يقودنا إلى معاملات يمكن أن نحصل للحصول على A و B.

الجزء الثاني من الحل العام يدعى الحل المكمل (complementary solution)
وهو حل المعادلة المتجانسة (homogeneous equation)

$$\tau \frac{dx_c(t)}{dt} + x_c(t) = 0 \quad (7-41)$$

نجد المعادلة المتجانسة بمساوات دالة القدرة بالصفر هكذا فإن صيغة الحل المكمل لا تعتمد على المصادر وتسمى أيضا الاستجابة الطبيعية (natural response) لأنها تعتمد على عناصر الدائرة الغير مؤثرة ويجب إضافة الحل المكمل إلى الحل الخاص لإيجاد الحل العام الذي يوافق القيم الأولية للتيار والفولتية.

يمكننا إعادة ترتيب المعادلة المتجانسة إلى الصيغة:

$$\frac{dx_c(t)/dt}{x_c(t)} = \frac{-1}{\tau} \quad (7-42)$$

باجراء التكامل لكلا الطرفين للمعادلة (7-42) نحصل على:

$$\ln[x_c(t)] = \frac{-t}{\tau} + c \quad (7-43)$$

حيث c هو ثابت التكامل والمعادلة (7-43) مكافئة إلى:

$$x_c(t) = e^{(-t/\tau + c)} = e^c e^{-t/\tau} = K e^{-t/\tau} \quad (7-44)$$

حيث $K = e^c$

الحل خطوة بخطوة:

الآن نلخص منهجا لحل الدوائر المحتوية على مصدر ومقاومة ومحث (متسعة). نكتب معادلة الدائرة ونختزلها إلى معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى. نوجد الحل الخاص. تفاصيل هذه الخطوة تعتمد على صيغة دالة القدرة. وقد وضعنا عدة أنواع من دوال القدرة في الأمثلة والتمارين والمسائل. الحصول على الحل الكامل بإضافة الحل الخاص إلى الحل المكمل المعطى بالعلاقة (7-44) التي تحتوي على الثابت k المثال التالي يوضح هذه الإجراءات:

مثال 10-7

تحليل العبور لدائرة RC مع مصدر جيبى.

أوجد حل التيار للدائرة في الشكل (7-14) المكثف مشحون أولاً بحيث

$$v_c(0+) = 1V$$

الحل:

أولاً: نكتب معادلة الفولتية عند $t > 0$ بجمع الفولتيات بالاتجاه مع عقارب الساعة نحصل على:

$$Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + v_c(0) - 2\sin(200t) = 0$$

نحول هذه إلى معادلة تفاضلية باشتقاق كل تعبير. وبالطبع اشتقاق التكامل هو ببساطة كمية تكاملية. ولأن $v_c(0)$ ثابت فإن اشتقاقه هو صفر وهكذا يكون لدينا:

$$R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 400C \cos(200t) \quad (7-45)$$

بالضرب بـ C فإن:

$$RC \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 400C \cos(200t) \quad (7-46)$$

بالتعويض بقيم R و C فإن :

$$5 \times 10^{-3} \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 400 \times 10^{-6} \cos(200t) \quad (7-47)$$

ثانياً: الخطوة الثانية هي إيجاد الحل الخاص $i_p(t)$. غالباً نبدأ بتقدير صيغة $i_p(t)$ التي من المحتمل أن تحتوي على بعض الثوابت الغير معروفة. وبعد ذلك نعوض تقديرنا في المعادلة التفاضلية ونحل للحصول على الثوابت. في هذه الحالة . بما أن اشتقاق $\sin(200t)$ و $\cos(200t)$ هو $200\cos(200t)$ و $200\sin(200t)$ على التوالي. نجرب الحل الخاص بالصيغة:

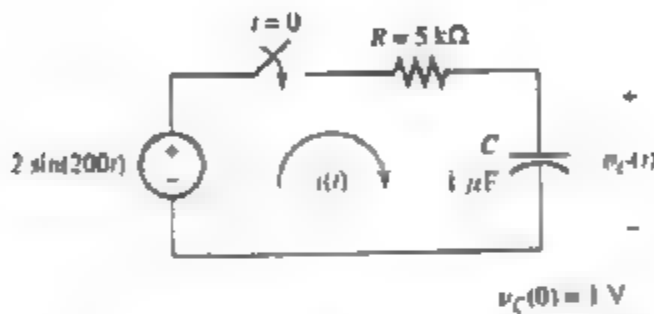
$$i_p = A \cos(200t) + B \sin(200t) \quad (7-48)$$

حيث A, B ثوابت يجب تحديدها . إذا i_p هو في الحقيقة حل للمعادلة (7-47) ويتعويض الحل المقترح في المعادلة (7-47) نحصل على:

$$-A \sin(200t) + B \cos(200t) + A \cos(200t) + B \sin(200t) = 400 \times 10^{-6} \cos(200t)$$

وعلى أية حال الجانب الأيسر من هذه المعادلة يحتاج أن يماثل الجانب الأيمن. بمساواة معاملات دوال الجيب أي أن:

$$-A + B = 0 \quad (7-49)$$



الشكل (7-14) دائرة RC من الدرجة الأولى مع مصدر جيبى. انظر المثال (7-10) وبمساواة معاملات دوال جيب التمام نحصل:

$$B + A = 400 \times 10^{-6} \quad (7-50)$$

يمكن حل هذه المعادلات بسهولة للحصول على:

$$A = 200 \times 10^{-6} = 200 \mu A$$

و

$$B = 200 \times 10^{-6} = 200 \mu A$$

وبالتعويض عن هذه القيم في المعادلة (7-48) نحصل على الحل الخاص.

$$i_p(t) = 200 \cos(200t) + 200 \sin(200t) \mu A \quad (7-51)$$

ويمكن كتابته بالشكل التالي:

$$i_p(t) = 200\sqrt{2} \cos(200t - 45^\circ)$$

نحصل على المعادلة المتجانسة بالتعويض عن دالة القدرة بالصفر في المعادلة (7-46) وهكذا فإن:

$$RC \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0 \quad (7-52)$$

والحل المكمل هو

$$i_c(t) = Ke^{-t/RC} = Ke^{-t/\tau} \quad (7-53)$$

بإضافة الحل الخاص إلى الحل المكمل نحصل على الحل العام:

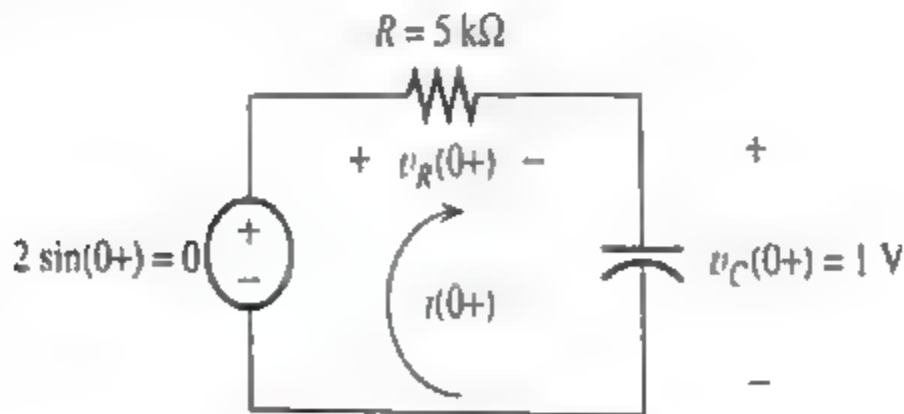
$$i(t) = 200 \cos(200t) + 200 \sin(200t) + Ke^{-t/RC} \mu A \quad (7-54)$$

أخيراً نحدد قيمة الثابت k باستخدام الحالة الأولية. إن الفولتية والتيار بعد إغلاق المفتاح مباشرة مبيّنة في الشكل (7-15). فولتية المصدر هي 0V والفولتية عبر المتسعة هي $v_c(0+) = 1$ ولذلك فإن الفولتية عبر المقاومة يجب أن تكون $v_R(0+) = -1$ وعليه فإن:

$$i(0+) = \frac{v_R(0+)}{R} = \frac{-1}{5000} = 200 \mu A$$

وبالتعويض عن $t = 0$ في المعادلة (7-54) فإن:

$$i(0+) = -200 = 200 + K \mu A \quad (7-55)$$



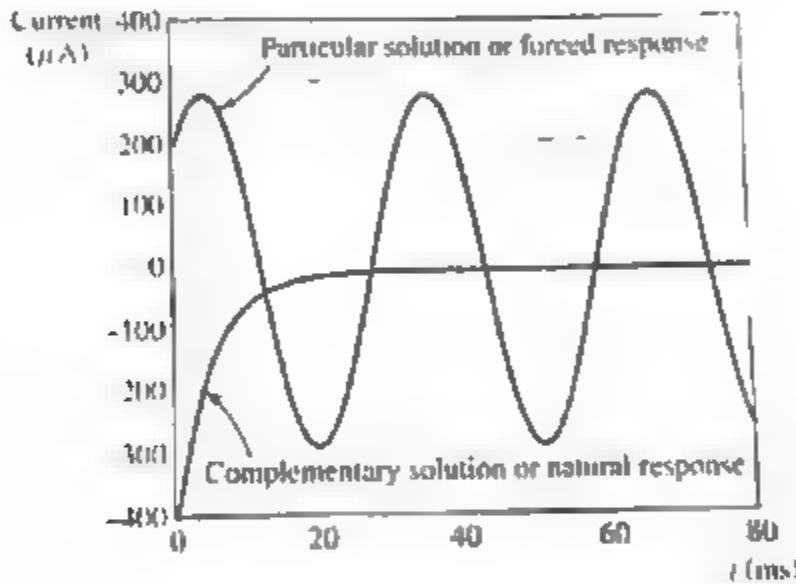
الشكل (7-15) الفولتية والتيار للدائرة في الشكل (7-14) بعد خلق المفتاح مباشرة.

بالحل نجد أن $K = -400 \mu A$ وبالتعويض في المعادلة (7-54) نحصل على.

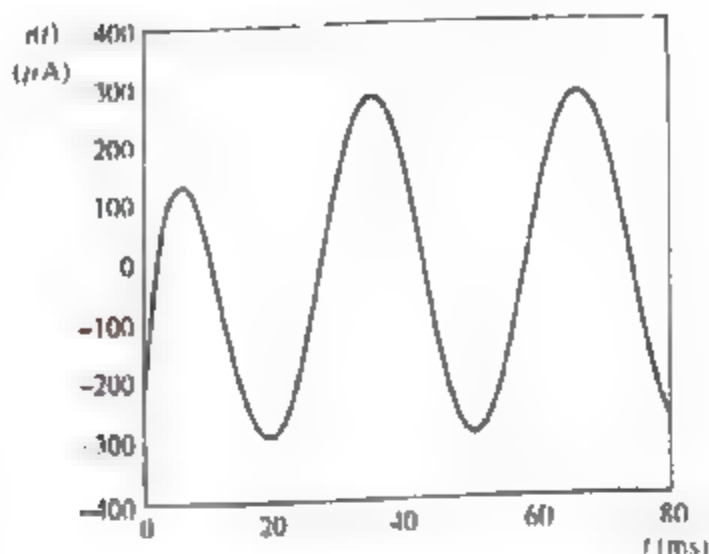
$$i(t) = 200 \cos(200t) + 200 \sin(200t) - 400e^{-t/RC} \mu A \quad (7-56)$$

الشكل (7-16) يوضح شكلا بيانيا للحل الخاص والحل المكمل. ثابت الزمن لهذه الدائرة هو $\tau = RC = 5ms$ مع ملاحظته أن الاستجابة الطبيعية تتلاشى إلى قيمة مهملة في خلال حوالي $25 ms$.

كما هو متوقع الاستجابة الطبيعية تلاشت بمقدار خمس ثوابت زمنية بالإضافة إلى ذلك نلاحظ أنه لدالة قدرة جيبة تكون استجابة القدرة أيضا جيبة وتستمر بعد تلاشي الاستجابة الطبيعية. الشكل (7-17) يوضح رسما بيانيا للحل الكامل



الشكل (7-16) الحل المكمل والحل الخاص للمثال (7-10)



الشكل (7-17) الحل الكامل للمثال (7-10).

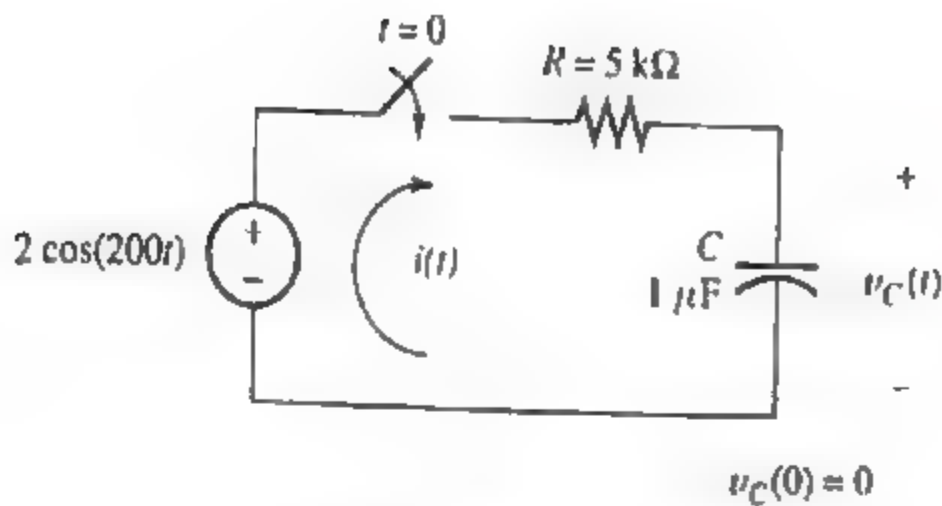
مثال 7-11

أعد المثال (7-10) إذا تغيرت فولتية المصدر إلى $2\cos(200t)$ والفولتية الأولية للمنسعة إلى $v_c(0) = 0$ الدائرة مع هذه التغيرات موضحة في الشكل (7-18).

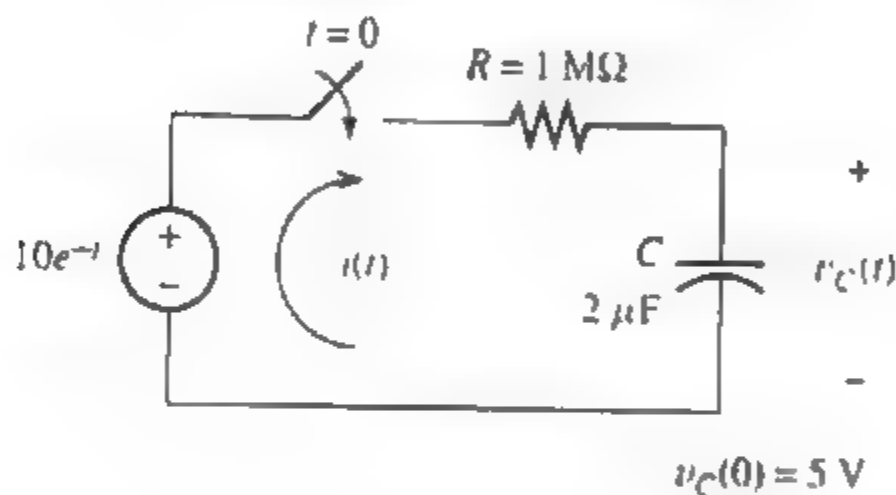
الحل:

$$i(t) = -200\sin(200t) + 200\cos(200t) + 200e^{-t/RC} \mu A$$

$$\tau = RC = 5ms \quad \text{حيث}$$



الشكل (7-18): الدائرة للمثال (7-11)



الشكل (7-19): الدائرة للمثال (7-12)

مثال 7-12

أوجد حل التيار للدائرة في الشكل (7-19) بعد غلق المفتاح [تلميح: اختر حل خاص له الصيغة $i_p(t) = Ae^{-t}$]

الحل:

$$i(t) = 20e^{-t} - 15e^{-t/2} \mu A$$

7-5 دوائر الدرجة الثانية Second-Order Circuits

في هذا القسم ستطرق للدوائر التي تحتوي على عنصري خزن للطاقة. بشكل خاص سندرس الدوائر التي تحتوي على محاث واحد ومتعة واحدة على التوالي أو على التوازي .

المعادلة التفاضلية The Differential equation

لاشتقاق صيغة عامة للمعادلات التي متوصل لها في الدوائر التي تحتوي على عنصري خزن للطاقة نأخذ دائرة التوالي الموضحة في الشكل (7-20a) بكتابة معادلة قانون كيرشوف للفتولية KVL فإنه:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + v_c(0) = v_s(t) \quad (7-57)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد أن:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{dv_s(t)}{dt} \quad (7-58)$$

بالقسمة على L نحصل على:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = \frac{1}{L} \frac{dv_s(t)}{dt} \quad (7-59)$$

الآن نعرف عامل الإخماد (damping coefficient) بالعلاقة:

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (7-60)$$

وتردد الرنين غير المخمد (undamped resonant frequency) بالعلاقة:



الشكل (7-20) دائرة RL على التوالي والنظير الميكانيكي لها.

$$m_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7-61)$$

دالة القدرة هي

$$f(t) = \frac{1}{L} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (7-62)$$

يمكن إعادة كتابه المعادلة (7-59) باستخدام هذه التعريفات كما يلي.

$$f(t) = \frac{1}{L} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (7-63)$$

وهذه معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية ذات معاملات ثابتة هكذا تكون الدوائر التي تحتوي على عنصري تخزين للطاقة دوائر من الدرجة الثانية [باستثناء إذا أمكننا جمع عناصر تخزين للطاقة على التوالي أو على التوازي]. على سبيل المثال إذا كان لدينا متسعات على التوالي يمكن جمعها في متسعة مكافئة واحدة وعندها نحصل على دائرة من الدرجة الأولى.

النظير الميكانيكي Mechanical Analog

الشكل (7-20b) يوضح النظير المكافئ الميكانيكي للدائرة. الإزاحة x للكتلة تقابل الشحنة الكهربائية.

والسرعة dx/dt تقابل التيار الكهربائي والقوة تقابل الفولتية. تقوم الكتلة بدور المحاثية ويلعب النابض دور المتسعة بينما يلعب الموهن دور المقاومة. يمكن توضيح معادلة الحركة للنظام الميكانيكي بصيغة المعادلة (7-63) استنادا على الاعتبار الحدسي

(الامتتاج) للشكل (7-20b) يمكننا أن توقع أن للتطبيق المفاجئ للقوة (الفولتية لثابتة) يمكن أن تنتج إزاحة (تيار) التي بدورها تتأرجح حول ظروف الحالة المستقرة قبل أن تستقر على القيمة النهائية للحالة الثابتة. ويعتمد نوع هذا السلوك على قيمة الكتلة وثابت النابض ومعامل الإخماد.

حل معادله الدرجة الثانية:

سنلاحظ أن معادلات الدائرة للتيار والفولتيات في الدوائر التي تحتوي على عنصري خزن للطاقة يمكن دائما أن تأخذ صيغة المعادلة (7-63) هكذا نأخذ حالا لـ :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = f(t) \quad (7-64)$$

بحيث استخدمنا $x(t)$ للدلالة عن المتغير الذي يمكن أن يمثل التيار أو الفولتية. هنا أيضا الحل العام $x(t)$ لهذه المعادلة يتكون من جزئين حل خاص $x_p(t)$ بالإضافة إلى حل مكمل.

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t) \quad (7-65)$$

الحل الخاص

الحل الخاص هو أي تعبير $x_p(t)$ يحقق المعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2x_p(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx_p(t)}{dt} + \omega_0^2 x_p(t) = f(t) \quad (7-66)$$

الحل الخاص يسمى أيضا باستجابة القدرة والاستجابة الإجبارية (forced response) سوف نهتم مبدئيا بدوال إما ثابتة (dc) أو جيبية (ac) وللمصادر الثابتة يمكننا إيجاد الحل الخاص مباشرة من الدائرة باستبدال المحاثات بدائرة قصر واستبدال المتسعة بدائرة مفتوحة والحل.

الحل المكمل

نحصل على الحل المكمل بحل المعادلة المتجانسة التي نحصل عليها باستبدال دالة القدرة $f(t)$ بصفر. هكذا فإن المعادلة المتجانسة هي:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \Delta \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = f(t) \quad (7-67)$$

نجد حل المعادلة المتجانسة بدءاً باستبدال الحل المقترح $x(t) = Ae^{st}$ ونجد، يعطيها

$$s^2 A e^{st} + \Delta s A e^{st} + \omega_0^2 A e^{st} = 0 \quad (7-68)$$

بالتحليل نحصل على

$$(s^2 + \Delta s + \omega_0^2) A e^{st} = 0 \quad (7-69)$$

بما أننا نرغب في إيجاد الحل $A e^{st}$ الذي لا يتساوى الصفر نبحث أن يكون

$$s^2 + \Delta s + \omega_0^2 = 0 \quad (7-70)$$

هذه تسمى المعادلة المميزة (characteristic equation)

نسبة الإحباط (damping ratio) نعرف بالحدقة

$$\zeta = \frac{\Delta}{2\omega_0} \quad (7-71)$$

صيغة الحل المكمل تعتمد على قيمة نسبة الإحباط وحدود المعادلة المميزة تعطى بالعلاقة

$$s_1 = -\zeta\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 - \omega_0^2} \quad (7-72)$$

$$s_2 = -\zeta\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 - \omega_0^2} \quad (7-73)$$

لديها ثلاث حالات تعتمد على قيمة نسبة الإحباط ζ بالمقارنة مع الواحد

1- حالة فوق الإحباط ($\zeta > 1$) إذا $\zeta > 1$ (أو بشكل مماثل إذا $\omega_0 < \Delta$) جذور المعادلة المميزة حقيقية ومتميزة إذ أن الحل المكمل هو

$$x_c(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} \quad (7-74)$$

وفي هذه الحالة نقول أن لنا دائرة فوق الإحباط (overdamped)

2- حالة الإخماد الحرج ($\zeta = 1$) إذا $\zeta = 1$ (أو بشكل مماثل إذا $\alpha = \omega_0$) فإن جذور المعادلة حقيفة ومتساوية. إذا الحل المكمل هو:

$$x_c(t) = K_1 e^{st} + K_2 t e^{st} \quad (7-75)$$

وفي هذه الحالة نقول أن الدائرة في الإخماد الحرج (critically damped).

3- حالة تحت الإخماد ($\zeta < 1$) أخيراً إذا $\zeta < 1$ (أو بشكل مماثل إذا $\alpha < \omega_0$) تكون الجذور معقدة (نقصد بمعقدة أنها تحتوي على العدد التخيلي $\sqrt{-1}$) بمعنى آخر تكون الجذور بالصيغة:

$$s_1 = -\alpha + j\omega_d$$

$$s_2 = -\alpha - j\omega_d$$

حيث $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2}$ و تردد طبيعي (natural frequency) يعطى بالعلاقة:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (7-76)$$

(في الهندسة الكهربائية نستخدم ω بدلاً من ω_d للدلالة على الرقم التخيلي $\sqrt{-1}$ لأننا نستخدم ω للدلالة على التردد). للجذور المعقدة بأخذ الحل المكمل الصيغة:

$$x_c(t) = K_1 e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + K_2 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \quad (7-77)$$

وفي هذه الحالة نقول أن الدائرة تحت الإخماد (underdamped).

مثال 7-13

تحليل دائرة من الدرجة الثانية مع مصدر ثابت (dc).

مصدر ثابت (dc) مربوط بدائرة RLC على التوالي عن طريق مفتاح يعلق

عند $t = 0$ كما موضح في الشكل (7-21) الشروط الابتدائية هي $i(0) = 0$ و $v_c(0) = 0$

اكتب معادلة $v_c(t)$ التفاضلية. وحلها للحصول على $v_c(t)$ إذا كانت

$$R = 300, 200, \text{ and } 100 \Omega$$



الشكل (7-21) الدائرة المكتملة (7-21)



الشكل (7-22) الدائرة المكتملة للشكل (7-21) تحت شروط الحالة المستقرة.

الحل:

أولاً: نكتب معادلة التفاضل من التيار، بدلالة الفولتية عبر المستقر:

$$i(t) = e^{-\frac{R}{L}t} i(0) \quad (7-78)$$

وبالتطبيق قانون كيرشوف للفولتية KVL للدائرة:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + v_s(t) = 0 \quad (7-79)$$

وباستخدام المعادلة (7-78) للتعبير عن $i(t)$ نحصل على:

$$L \frac{d}{dt} (e^{-\frac{R}{L}t} i(0)) + R (e^{-\frac{R}{L}t} i(0)) + v_s(t) = 0 \quad (7-80)$$

وبالقسمة على LC نحصل على:

$$\frac{d^2 i_1(t)}{dt^2} + R \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i_1(t) = \frac{V_s}{LC} \quad (7-81)$$

نلاحظ وكما بين أن المعادلة التفاضلية لـ $i_1(t)$ لها نفس صيغة المعادلة (7-77). بعد ذلك لنجد الحل الخاص. بما أنه لدينا مصدر ثابت يمكننا إيجاد هذا الحل بسهولة. الحل باستبدال المتسعة بدائرة مفتوحة والحالة بدائرة قصر.

والشكل (7-22) يوضح ذلك. إذا كان التيار يساوي مصدر المقاومة مع المقاومة أيضا صفر. بينما الفولتية عبر المتسعة (الدائرة المفتوحة) مساوية لفولتية المصدر الثابت لذلك فإن الحل الخاص هو:

$$i_1(t) = I_s = 100 \quad (7-82)$$

يمكن التحقق من أن هذا هو الحل الخاص بتعويضه في المعادلة (7-81) مع ملاحظة أنه لهذه الدائرة الحل الخاص لـ $i_1(t)$ هو نفسه لكل قيم المقاومات الثلاثة. بعد ذلك نقوم بإيجاد الحل المكمل والحل العام لكل قيمة من قيم R . الحل الحالات الثلاث لدينا:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \quad (7-83)$$

الحالة (1): ($R = 300 \Omega$)

في هذه الحالة لدينا:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 1.5 \times 10^4 \quad (7-84)$$

نسب الإخماد هي $\xi = \alpha/\omega_0 = 1.5$ لأن $\xi > 1$ تكون هذه حالة فوق الإخماد. جذور هذه المعادلة المميزة تعطى بالعلاقين (7-72) و (7-73) وبالتعويض بالقيم نحصل على:

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ = -1.5 \times 10^4 - \sqrt{(1.5 \times 10^4)^2 - (10^4)^2}$$

$$\Rightarrow -2.618 \times 10^4$$

$$v_1 = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2}$$

$$\approx -0.3820 \times 10^4$$

الحل المكمل له نفس صيغة المعادلة (7-74) وبإضافة الحل الخاص المعطى بالعلاقة (7-82) إلى الحل المكمل نحصل على الحل العام:

$$v_c(t) \approx 10 + K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} \quad (7-85)$$

الآن يجب علينا إيجاد قيم K_1 و K_2 لكي يطابق الحل شروط الحالة الابتدائية في الدائرة ومن المعطيات نعلم أن الفولتية الابتدائية عبر المتعة هي صفر

$$v_c(0) = 0$$

بالإضافة إلى ذلك التيار الابتدائي من المعطيات يساوي صفر وبما أن التيار خلال المتعة يعطى بالعلاقة:

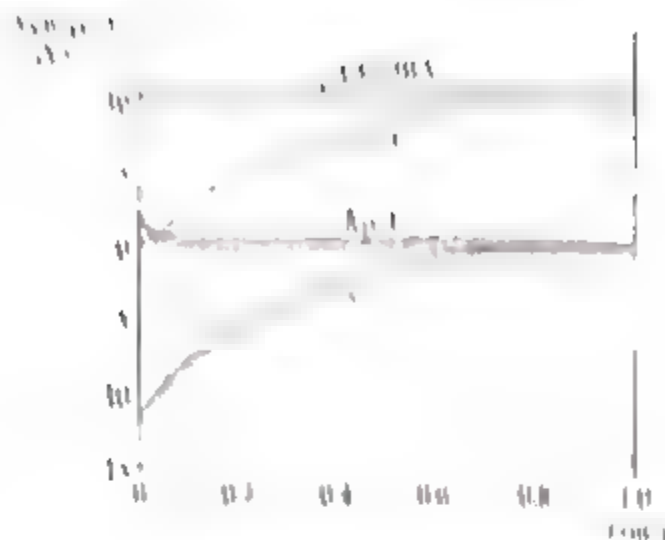
$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

نستج أن:

$$\frac{dv_c(0)}{dt} = 0$$

بأخذ اشتقاق المعادلة (7-85) والتعويض عندما $t = 0$ نحصل على:

$$-s_1 K_1 - s_2 K_2 = 0 \quad (7-87)$$



الشكل (7-73) الحل عندما $R = 10000$.

الآن نعلم أن لكل المعادلتين (7-80) و (7-81) المحصل قيم A_1 و A_2 ،
والتي هي $A_1 = 1.708$ و $A_2 = -11.708$ ويتعويض هذه القيم في المعادلة
(7-89) نحصل على الحل:

$$v_p(t) = 10 + 1.708e^{10t} - 11.708e^{10t}$$

الشكل (7-74) هو شرح رسمياً بهذا لكل تعبير في هذه المعادلة بالإشارة إلى الحل
الكامل.

الحالة (2): $(R = 20000)$

في هذه الحالة لدينا:

$$\alpha = \frac{R}{2I} = 10^4 \quad (7-88)$$

ولأن $\alpha = 10^4$ تكون هذه حالة الإلهام الحرج. وجذور المعادلة المميزة
تعطى بالعلاقتين (7-72) و (7-73) ويتعويض القيم نحصل على:

$$s_1 = s_2 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha = -10^4$$

الحل المكمل له صيغة المعادلة (7-75) وبإضافة الحل الخاص (المعادلة 7-82)
إلى الحل المكمل نحصل على:

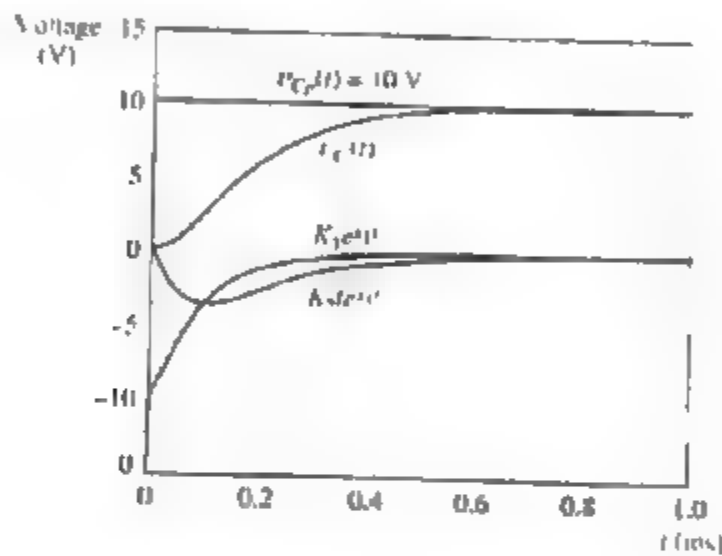
$$v_c(t) = 10 + K_1 e^{s_1 t} + K_2 t e^{s_1 t} \quad (7-89)$$

كما في الحالة (1) فإن الشروط الابتدائية تفترض أن $v_c(0) = 0$ و $dv_c(0)/dt = 0$ وهكذا باستبدال $t = 0$ في المعادلة (7-89) نحصل على:

$$10 + K_1 = 0 \quad (7-90)$$

باشتقاق المعادلة (7-89) والتعويض $t = 0$ يتج:

$$s_1 K_1 + K_2 = 0 \quad (7-91)$$



الشكل (7-24) الحل عندما $R = 200 \Omega$

بحل المعادلتين (7-90) و (7-91) نحصل على $K_1 = -10$ و $K_2 = -10^5$ هكذا يكون الحل هو:

$$v_c(t) = 10 - 10e^{s_1 t} - 10^5 t e^{s_1 t} \quad (7-92)$$

الشكل (7-24) يوضح رسم بياني لكل تعبير في هذه المعادلة بالإضافة إلى الحل الكامل.

الحالة الثالثة (3): ($R = 100 \Omega$)

لقيمة المقاومة هذه لدينا:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 5000 \quad (7-93)$$

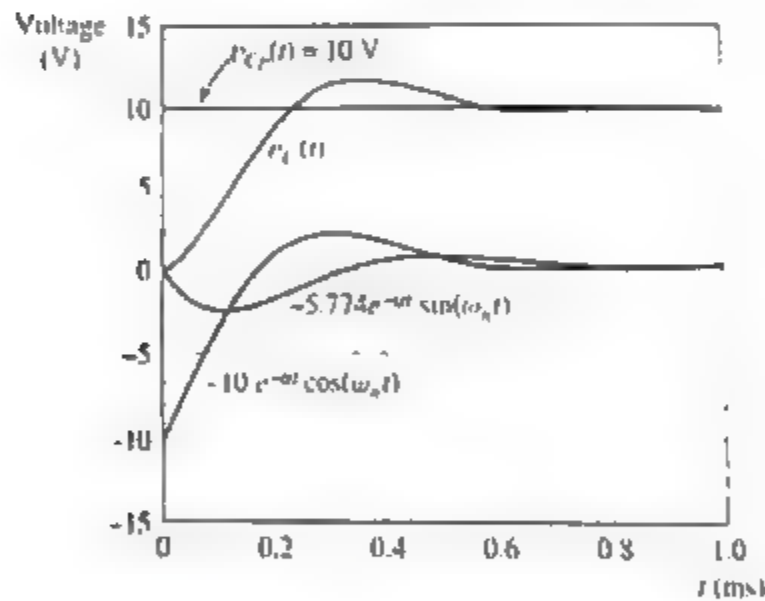
وبسبب أن $\xi = \alpha/\omega_n = 0.5$ تكون هذه حالة تحت الإخماد وباستخدام المعادلة (7-76) نحسب التردد الطبيعي:

$$\omega_n = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (7-94)$$

الحل المكمل له صيغة المعادلة (7-77). وبإضافة الحل الخاص الذي وجدناه سابقاً نحصل على الحل العام:

$$v_c(t) = 10 + K_1 e^{-\alpha t} \cos(\omega_n t) + K_2 e^{-\alpha t} \sin(\omega_n t) \quad (7-95)$$

كما في الحالة السابقة الشروط الابتدائية هي $v_c(0) = 0$ و $dv_c(0)/dt = 0$ وبالتعويض في المعادلة (7-95) عند $t = 0$ نحصل على:



الشكل (7-25) الحل عندما $R = 100\Omega$.

$$10 + K_1 = 0 \quad (7-96)$$

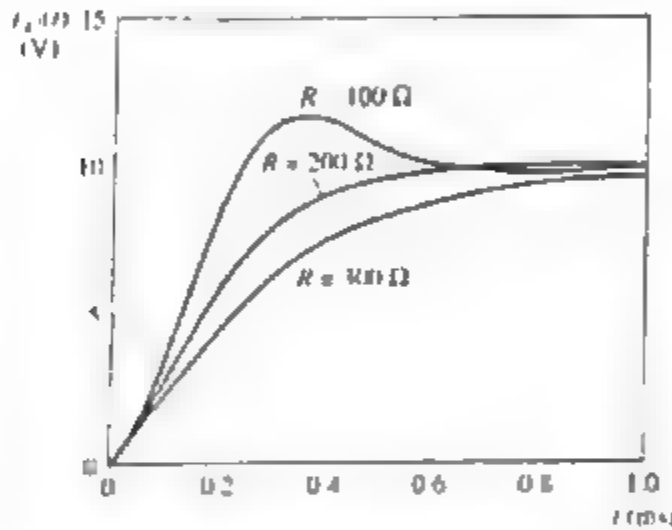
باستفاد من المعادلة (7-95) والتعويض عند $t = 0$ نحصل على:

$$-\alpha K_1 + \omega_n K_2 = 0 \quad (7-97)$$

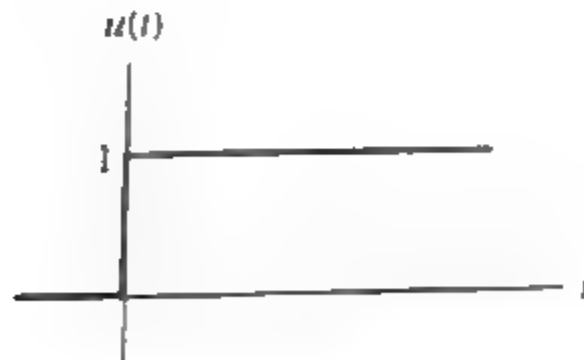
بحل المعادلتين (7-96) و (7-97) نحصل على $K_1 = -10$ و $K_2 = -5.774$ وبذلك يكون الحل الكامل هو:

$$v_c(t) = 10 = 10e^{-\alpha t} \cos(\omega_n t) - 5.774e^{-\alpha t} \sin(\omega_n t) \quad (7-98)$$

الشكل (7-25) يوضح رسم بياني لكل تعبير في هذه المعادلة بالإضافة إلى الحل الكامل والشكل (7-26) يوضح الاستجابة الكاملة لجميع قيم المقاومات الثلاث.



الشكل (7-26) حلول جميع قيم المقاومات الثلاث.



الشكل (7-27) دالة وحدة سلمية.

الاستجابة السلمية الطبيعية لنظام من الدرجة الثانية

إذا سلطنا فجأة مصدر ثابت على دائرة نقول أن دائرة القدرة هي دالة سلمية. دالة الوحدة السلمية يرمز لها $u(t)$ مبينة في الشكل (7-27) بالتعريف لدينا:

$$u(t) = 0 \quad t < 0$$

$$= 1 \quad t \geq 0$$

على سبيل المثال إذا سلطنا فولتية ثابتة بمقدار A فولت على دائرة بإغلاق المفتاح نكون سلطنا فولتية دالة سلمية

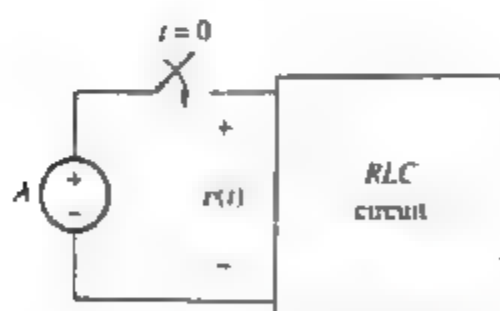
$$v(t) = Au(t)$$

وهذا مبين في الشكل (7-28)

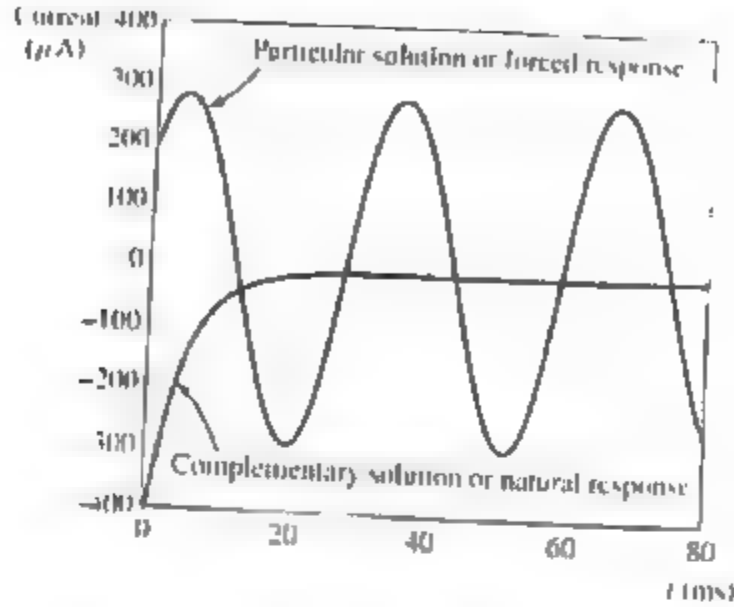
غالباً ما نصادف حالات كما في المثال (7-5) تسلط فيها دالة قدرة سلمية إلى نظام من الدرجة الثانية ممثل بالمعادلة التفاضلية على الصيغة:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = Au(t) \quad (7-99)$$

المعادلة لتفاضلية مميزة بتردد الرنين غير المخمد ω_0 ونسبه الإخماد $\xi = \alpha/\omega_0$ [بالطبع حل $x(t)$ يعتمد أيضاً على الشروط الابتدائية] الحل الطبيعي مبين في الشكل (7-29) للشروط الابتدائية $x(0) = 0$ و $x'(0) = 0$



الشكل (7-28) تسلط فولتية ثابتة بإغلاق مفتاح يتبع دالة قدرة سلمية.



الشكل (7-29) الاستجابة السلمية الطبيعية لنظام الدرجة الثانية الموضح في المعادلة (7-99).

استجابة النظام لنسبة ضئيلة من قيمة الإخاد ξ تظهر خروج عن المدى وتذبذب قبل الاستقرار على قيمة الطاقة المستقرة. من ناحية أخرى إذا كانت نسبة الإخاد عالية (مقارنه بالواحد) تأخذ الاستجابة وقت أطول نسبيا لكي تقترب مباشرة من القيمة النهائية.

في بعض الأحيان قد نرغب في تصميم نظام من الدرجة الثانية يصل بسرعة إلى حالة الاستقرار. عندها نحاول أن نصمم نظام له نسبة إخماد قريبة من الواحد. على سبيل المثال نظام التحكم لذراع آلي يمكن أن يكون من الدرجة الثانية فعندما نطلب إشارة سلمية من الذراع أن تتحرك فمن الأرجح أننا نرغب في أن تصل الذراع إلى موضعها النهائي في أقل وقت من دون خروج مفرط عن المدى أو أي تذبذب.

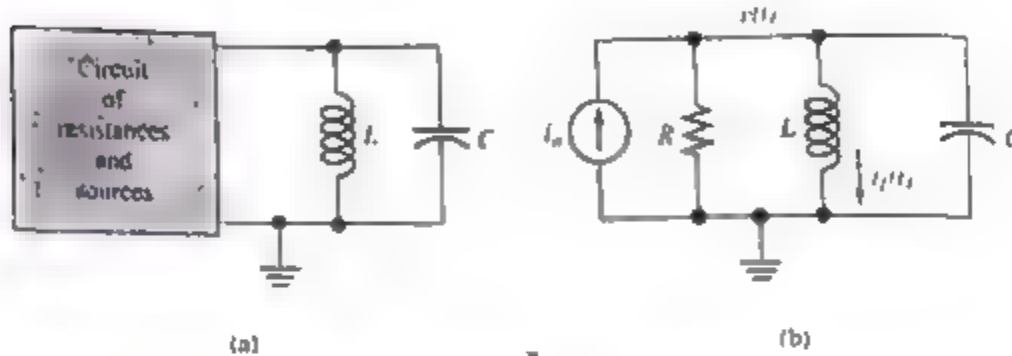
دوائر C و L على التوازي Circuits with Parallel L and C

إن حل الدوائر التي تحتوي على محاثات ومتسعات مربوطة على التوازي مشابهة جدا إلى حالة التوالي. لتأخذ الدائرة الموضحة في الشكل (7-30a) من المفترض أن تحتوي الدائرة داخل الصندوق مصادر ومقاومات. يمكننا إيجاد دائرة ثيفن المكافئة

لأي دائرة ذات طرفين مؤلفة من مقاومات ومصادر. الدائرة المكافئة موضحة في الشكل (7-30b)

يمكن تحليل هذه الدائرة بكتابة معادلة قانون كيرشوف للتيار KCL عند العقدة العليا للشكل (7-30b) والنتيجة هي :

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{R} v(t) + \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt + i_L(0) = i_n(t) \quad (7-100)$$



الشكل (7-30) أي دائرة تتكون من مصادر ومقاومات وتشكيلة من LC متوازية يمكن أن تختصر إلى دائرة مكافئة موضحة في (b).

ويمكن تحويل هذه المعادلة إلى معادلة تفاضلية صرفة بالاشتقاق نسبة إلى الزمن:

$$C \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} v(t) = \frac{di_n(t)}{dt} \quad (7-101)$$

بالقسمة على C نحصل على :

$$\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v(t) = \frac{1}{C} \frac{di_n(t)}{dt} \quad (7-102)$$

الآن إذا عرفنا عامل الإخماد

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \quad (7-103)$$

وتردد الرنين الغير مخمد

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7-104)$$

دالة (حالة) القدرة

$$f(t) = \frac{1}{C} \frac{di_s(t)}{dt} \quad (7-105)$$

يمكن كتابة المعادلة التفاضلية بالصيغة التالية:

$$\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv(t)}{dt} + \omega_0^2 v(t) = f(t) \quad (7-106)$$

إن هذه المعادلة هي نفس صيغة المعادلة (7-64) بالضبط لذلك فإن تحليل العبور للدوائر التي تحتوي على C و L بالتوازي مشابه جداً لتلك التي تحتوي على L و C على التوالي. على أية حال فإن معادلة معامل الإخاد α مختلفة في دائرة التوالي (التي فيها $\alpha = 1/2RC$) عن دائرة التوالي (التي فيها $\alpha = R/2L$)

مثال 7-14

إذا أخذنا الدائرة في الشكل (7-31) حيث $R = 25\Omega$ ؟

(a) جد تردد الرنين غير المخمد وعامل الإخاد ونسبة الإخاد ؟

(b) إذا كانت الشروط الابتدائية هي $i_L(0^-) = 0$ و $v_C(0^-) = 0$ أثبت أن هذا يحتاج أن تكون $v'(0^+) = 10^6 V/s$.

(c) جد الحل الخاص لـ $v(t)$ ؟(d) جد الحل العام لـ $v(t)$ متضمناً القيمة العددية لجميع العوامل ؟

الحل:

$$(a) \omega_0 = 10^5 \text{ و } \alpha = 2 \times 10^3 \text{ و } \xi = 2$$

(b) يقتضي قانون كيرشوف للتيار KCL أن $i_C(0) = 0.1 A = C v'(0)$ لذلك

$$v'(0) = 10^6$$

$$v_p(t) = 0 \quad (c)$$

$$v(t) = 2089(e^{-0.268 \times 10^5 t} - e^{-3.73 \times 10^5 t}) \quad (d)$$

مثال 7-15

اعد حل المثال (7-14) إذا كانت $R = 50\Omega$

الحل:

$$\xi = 1 \text{ و } \alpha = 10^5 \text{ و } \omega_0 = 10^4 \text{ (a)}$$

(b) يقتضي قانون كيرشوف للتيار KCL أن $i_c(0) = 0.1A = Cv'(0)$ لذلك

$$v'(0) = 10^4$$

$$v_p(t) = 0 \text{ (c)}$$

$$v(t) = 10^4 te^{-10^4 t} \text{ (d)}$$

مثال 7-16

اعد حل التمرين (7-9) إذا كانت $R = 250\Omega$

الحل:

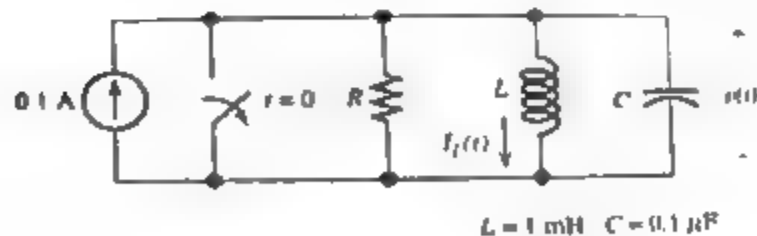
$$\xi = 0.2 \text{ و } \alpha = 0.2 \times 10^5 \text{ و } \omega_0 = 10^4 \text{ (a)}$$

(b) يقتضي قانون كيرشوف للتيار KCL أن $i_c(0) = 0.1A = Cv'(0)$ لذلك

$$v'(0) = 10^4$$

$$v_p(t) = 0 \text{ (c)}$$

$$v(t) = 10.21e^{-2 \times 10^4 t} \sin(97.98 \times 10^3 t) \text{ (d)}$$



الشكل (7-31) النافذة للأمثلة (7-14) و (7-15) و (7-16).

الفصل الثامن

تحليل الإشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة

Steady State Sinusoidal Analysis

8-5-2 التيار والفولتية والقدرة لحمل	المقدمة
الحث	8-1-1 فولتيات وتيارات الإشارة الجيبية
8-5-3 التيار والفولتية والقدرة	8-1-1-1 قيم جذر متوسط التريتم
لحمل سعوي	8-1-2 القيمة الفعالة للإشارة الجيبية
8-5-4 فعلة القدرة الفعالة	8-2 الأطوار
8-5-5 حسابات القدرة لأي حمل	8-2-1 تعريف الطور
8-5-6 حامل القدرة	8-2-2 أمثلة للإشارات الجيبية باستخدام الأطوار
8-5-7 القدرة الفعالة	8-2-3 الخطوات المبسطة والأكثر فعالية لجمع
8-5-8 القدرة الظاهرة	الإشارات الجيبية
8-5-9 المركبات	8-2-4 تمثيل الأطوار بالمتجهات الدائرة
8-5-10 مثلث القدرة	8-2-5 علاقات الطور
8-5-11 علاقات جم القدرة	8-3 الممانعات المعقدة
8-5-12 تصحيح عامل القدرة	8-3-1 الحث
8-6 دوائر مكاثفات تيفينين و	8-3-2 السعة
نورثون	8-3-3 المقاومة
8-6-1 دوائر مكافئ نورثون	8-4 تحليل الدوائر باستخدام الأطوار و
8-6-2 نقل اعظم قدرة	الممانعات المعقدة
8-7 الدوائر ثلاثية الطور المتزنة	8-4-1 فواتين كيرشوف بشكل الطور
8-7-1 ترتيب الطور	8-4-2 تحليلات الدائرة باستخدام الأطوار
8-7-2 ربط (Y - Y)	والمعاوقات
8-7-3 القدرة	8-4-3 تحليلات الحالة المستقرة للساوية
8-7-4 الجهود من خط إلى خط	لدوائر التوليد
المخلاصة	8-4-4 تحليلات التيار بطريقة (Mesh)
المائل	8-5 القدرة في دوائر التيار المتناوب
	8-5-1 التيار والفولتية والقدرة لمقاومة الحمل

الفصل الثامن

تحليل الإشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة

Steady State Sinusoidal Analysis

المقدمة

الدوائر التي تغذي بمصادر إشارة جيبية لها العديد من التطبيقات المهمة مثال الطاقة الكهربائية توزع للمساكن والأعمال التجارية بواسطة تيارات فولتيات الإشارات الجيبية علاوة على ذلك للإشارات الجيبية العديد من الاستخدامات في الاتصالات الراديوية. أخيراً يعرف فرع الحسابات بتحليل فورير (Fourier analysis) ويبين أن كل إشارات الجانب العملي متكونة من مكونات إشارة جيبية (sinusoidal) لذلك تكون دراسة الدوائر التي لها مصادر إشارة جيبية الموضوع المركزي في الهندسة الكهربائية.

8-1 فولتيات وتيارات الإشارة الجيبية sinusoidal current and voltages

الشكل (8-1) يوضح فولتية الإشارة الجيبية وتعطى بالعلاقة التالية:-

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \quad (8.1)$$

حيث أن:-

V_m : قيمة فولتية القمة.

ω : التردد الزاوي ووحده راديان لكل ثانية (radians per second).

θ : طور الزاوية.

الإشارة الجيبية هي إشارة دورية أي تعيد قيم النمط نفسه في كل فترة من الزمن (T). وبما أن دالة (cosine) أو دالة (sine) تكمل دورة واحدة عندما تزداد الزاوية بقيمة 2π radians فإننا نحصل على:

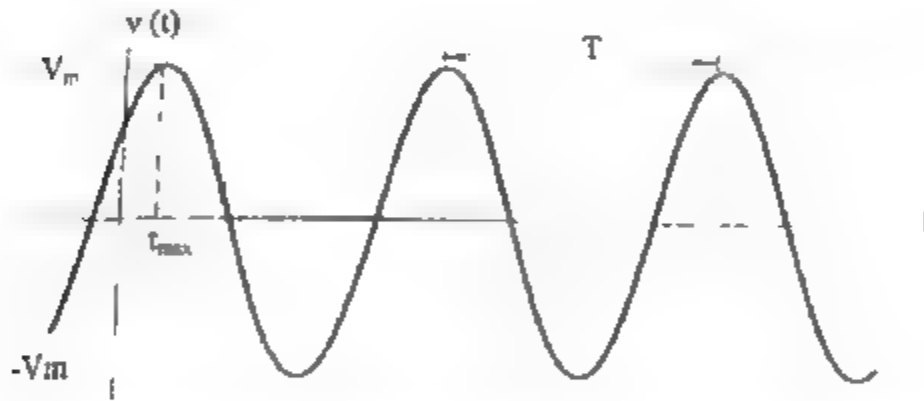
$$\omega t = 2\pi \quad (8.2)$$

تردد الإشارة الجيبية الدورية هو عدد الدورات الكاملة الثانية لذلك نحصل على:

$$f = \frac{1}{T} \quad (8.3)$$

وحدة التردد هي الهيرتز (HZ) (فعليا الوحدات الفيزيائية للهيرتز تكافئ مقلوب الثانية) محل المعادلة (8.2) للتردد الزاوي فإننا نحصل على:-

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (8.4)$$



الشكل (8-1) تعطي فولتية الإشارة الجيبية بواسطة العلاقة $V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$.

ملاحظة: نفرض أن θ بالدرجات فنحصل على: $t_{\max} = (-\theta/360) * T$ في الإشارة الموضحة $\theta = -45^\circ$.

من المعادلة (8.3) نعوض بقيمة (T) فنحصل على:-

$$\omega = 2\pi \quad (8.5)$$

في جميع مناقشتنا متغيرات (argument) الدالة (cosine) أو (sine) تكون في الشكل :-

$$wt + \theta$$

نفرض بأن وحدة التردد الزاوي (w) راديان لكل ثانية (radians per second) (rad/s).

على كل حال أحيانا يعطى طور الزاوية (θ) بالدرجات لذلك يكون لها وحدات مخلوطة وإذا أردنا تقدير $\cos(wt + \theta)$ بقيمة عملية للزمن يجب أن نحول θ إلى راديان قبل إضافة الحدود في المتغيرات (argument) عادة نجد أنه من السهل تصور تعبير الزاوية بالدرجات والوحدات المخلوطة ليست مشكلة.

وللمائلة نغير بدوال الإشارات الجيبية باستخدام cosine بدلا عن دالة sine تبدل الدوال بواسطة العلاقة التالية

$$\sin(Z) = \cos(Z - 90^\circ) \quad (8.6)$$

مثال عندما نريد إيجاد طور الزاوية للمعادلة :

$$\begin{aligned} V_x(t) &= 10 \cos(200t + 30^\circ - 90^\circ) \\ &= 10 \cos(200t - 60^\circ) \end{aligned}$$

وبذلك نجد أن طور زاوية $V_x(t)$ هو -60°

8-1-1 قيم جذر متوسط التربيع Root-Mean-Square Value

إذا كانت الفولتية الدورية $v(t)$ عند الزمن الدوري T للمقاومة R فإن القدرة المبذولة في المقاومة تحسب بواسطة العلاقة التالية :

$$P(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad (8.7)$$

تعطي الطاقة المبذولة في فترة من الزمن بالعلاقة التالية:

$$E_T = \int_0^T P(t) dt \quad (8.8)$$

متوسط القدرة P_{avg} في المقاومة هي الطاقة المبذولة في دورة واحدة مقسومة على الزمن الدوري (T) لذلك:-

$$P_{avg} = \frac{E_T}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T P(T) dt \dots \dots \dots (8.10)$$

بتعويض المعادلة (8-7) في المعادلة (8-9) نحصل على:-

$$P_{avg} = \int_0^T \frac{V^2(t)}{R} dt \dots \dots \dots (8.11)$$

يمكن كتابة المعادلة في الصورة التالية:-

$$P_{avg} = \frac{\left[\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt} \right]^2}{R} \dots \dots \dots (8.12)$$

نعرف قيمة جذر متوسط التربيع (r.m.s) أيضا بالقيمة الفعالة يعرف مربع القيمة الفعالة (r.m.s) للفلتية الدورية $v(t)$ بالعلاقة التالية:

$$P_{avg} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt} \dots \dots \dots (8.13)$$

بتعويض المعادلة (8.12) في المعادلة (8.11) نحصل على :

$$P_{avg} = \frac{V_{r.m.s}^2}{R}$$

إذا كانت القيمة الفعالة (r.m.s) للفلتية الدورية معروفة فإنه من السهل حساب متوسط القدرة المبذولة في المقاومة .

$$I_{r.m.s} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \dots \dots \dots (8.14)$$

و يعطي متوسط القدرة المبذولة إذا كان $i(t)$ يتدفق عبر المقاومة بالعلاقة التالية.

$$P_{avg} = I_{r.m.s}^2 R \quad (8.15)$$

8-1-2 القيمة الفعالة للاشارة الجيبية RMS value of a Sinusoid

تعطى فولتية الاشارة الجيبية بالعلاقة التالية:

$$V(t) = V_m \cos^2(\omega t + \theta) \quad (8.16)$$

لايجاد القيمة الفعالة (r.m.s) نعوض في المعادلة (8.12) ونتج منها:

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 \cos^2(\omega t + \theta) dt} \dots \dots \dots (8.17)$$

باستخدام قوانين المثلثات نحصل على:

$$\cos^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2z) \dots \dots \dots (8.18)$$

ونكتب المعادلة (8.17) بالصورة التالية:

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2T} \int_0^T [1 + \cos(2\omega t + 2\theta)] dt} \dots \dots \dots (8.19)$$

حل تكامل المعادلة نحصل على :

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2T} \left[T + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t + 2\theta) \right]_0^T} \dots \dots \dots (8.20)$$

بالتعويض عن حدود التكامل نحصل على:

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{V_m^2}{2T} \left[T + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega T + 2\theta) - \frac{1}{2\omega} \sin(2\theta) \right]} \dots \dots \dots (8.21)$$

بالرجوع إلى المعادلة (8.2) نلاحظ أن $\omega T = 2\pi$ لذلك نحصل على :

$$\frac{1}{2} \sin(2\omega T + 2\theta) - \frac{1}{2} \sin(2\theta) = \frac{1}{2\omega} \sin(4\pi + 2\theta) - \frac{1}{2\omega} \sin(2\theta)$$

$$= \frac{1}{2\omega} \sin(2\theta) - \frac{1}{2\omega} \sin(2\theta) \\ = 0$$

نذكر لتخصر المعادلة (12.7) إلى الصورة التالية

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad (12.7)$$

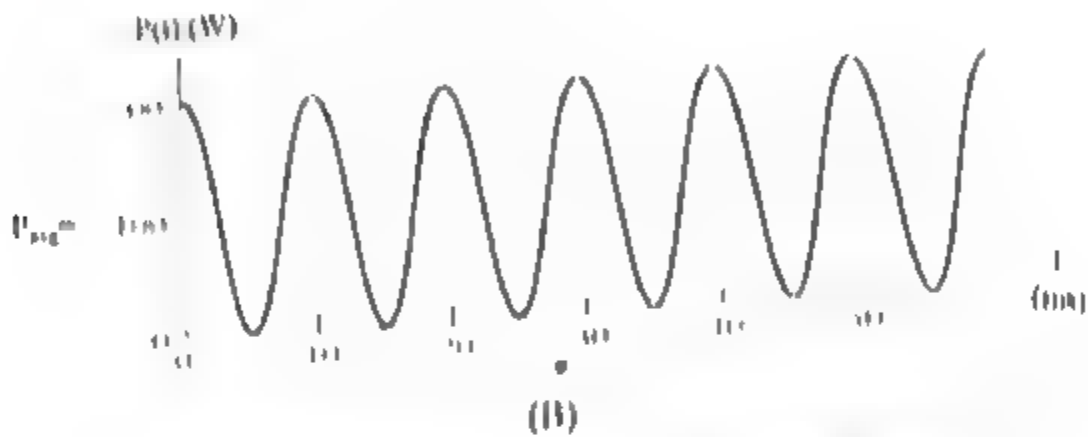
نستخدم هذه النتيجة عندما نعامل عدد مرات مع الإشارات الجيبية عادة في مناقشة الإشارات الجيبية تعطى القيمة (r.m.s) أو القيمة الفعالة بدلاً عن قيمة مؤثرة (peak value) مثال القدرة المستمرة (ac power) تتوزع لي "دلائل" تبني نسكنة بقيمة (115Vrms / 115V) (في الولايات المتحدة) معظم الناس يعرف هذا ولكن انقليل يعرف أن 115V هي قيمة (r.m.s) وقيمة لولتية نقطة هي 163V $\approx 115 / \sqrt{2}$ $\approx 115 / 0.707$ (فعلها 115V هي قيمة لولتية تتوزع نسكنة ولكنها تتراوح بين حوالي 105V و 130V)

قيمة الفولتية الفعالة (r.m.s) للإشارة الجيبية هي $V_{rms} = V_m / \sqrt{2}$ ولايجاد قيمة الفولتية الفعالة (r.m.s) لباقي الموجات الدورية تحتاج إلى استعمال التعريف المعطى في المعادلة (12.12).

مثال 1-8 :

إذا كانت قيمة الفولتية معطاة بالعلاقة $v(t) = 100 \cos(100\pi t)$ مسطرة على مقاومة قيمتها 50Ω ؟

ارسم $v(t)$ مقابل الزمن. جد القيمة الفعالة (r.m.s) للفولتية ومتوسط القدرة على المقاومة. جد القدرة كدالة في الزمن وارسم ذلك بمقياس.



الشكل (8-2) الفولتية والقدرة مقابل الزمن للمثال (8-1)

الحل:

بمقارنة التعبير المعطى $V(t)$ مع المعادلة (8.1) نجد أن $\omega = 100$ وباستخدام المعادلة (8.5) نجد أن التردد $f = 50 \text{ Hz}$, $f = \omega / 2\pi$ ورسم $V(t)$ مقابل الزمن موضح في الشكل (8.2a).

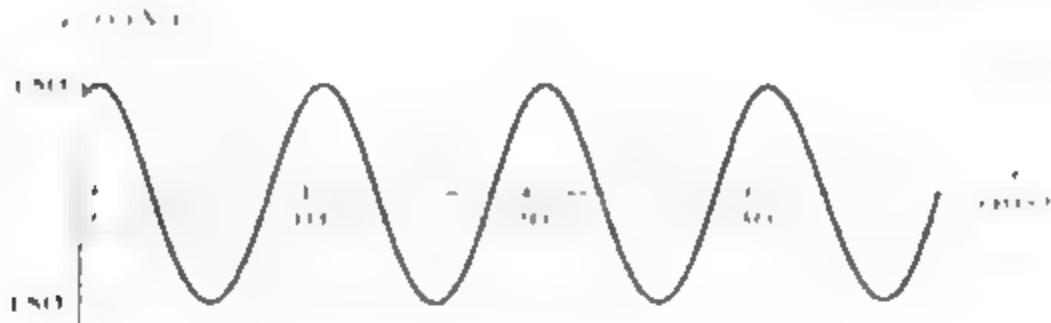
قيمة فولتية القمة (Peak Value) هي $V_m = 100 \text{ V}$ لذلك $V_{r.m.s.} = V_m / \sqrt{2} = 70.71 \text{ V}$ ومتوسط القدرة هو:

$$P_{avg} = \frac{V_{r.m.s.}^2}{R} = \frac{(70.71)^2}{50} = 100 \text{ W}$$

تعطى القدرة كدالة للزمن بالعلاقة التالية:

$$P(t) = \frac{V^2(t)}{R} = \frac{100^2 \cos^2(100\pi t)}{50} = 200 \cos^2(100\pi t) \text{ W}$$

الشكل (8-2b) يوضح رسم $P(t)$ مقابل الزمن. لاحظ أن القدرة تتأذب بين 0W و 200W ومتوسط القدرة هو 100W كما أوجدناه سابقا باستخدام القيمة الفعالة (r.m.s).



الشكل (8-3) اجابة التمرين (5-1c)

سؤال 8-1

إذا كانت فولتية الإشارة الجيبية تعطى بالعلاقة التالية:

$$V(t) = 150 \cos(200t - 30^\circ)$$

جد التردد الزاوي ، التردد بالهيرتز ، الزمن الدوري ، قيمة القمة (Peak Value) ، القيمة الفعالة (r.m.s) أيضا جد أول قيمة للزمن t_{max} بعد $t = 0$ مثل $V(t)$ الذي يحقق قمته الموجبة.

إذا كانت هذه الفولتية مطبقة على مقاومة قيمتها 50Ω فاحسب متوسط القدرة المبذولة.

ارسم $V(t)$ مقابل الزمن.

الاجابة:

$$V_{r.m.s} = 106.1 \text{ V} , V_m = 150 \text{ V} , T = 10 \text{ ms} , f = 100 \text{ Hz} , \omega = 200^\circ$$

$$t_{max} = \frac{30^\circ}{360^\circ} \times T = 0.833 \text{ ms}$$

$$P_{avg} = 225 \text{ W}$$

رسم $V(t)$ مقابل الزمن موضح في الشكل (8-3).

سؤال 8-3:

cosine كدالة $V(t) = 100 \sin(300t + 60^\circ)$ عبر عن

الاجابة:

$$V(t) = 100 \cos(300t - 30^\circ)$$

سؤال 8-4:

إذا كانت فولتية الخط المتناوبة (ac) تغذي كمبيوتر فولتيته الفعالة (r.m.s value) تساوي 110 v والتردد 60Hz و تتحقق فولتية القمة عند الزمن $t = 5 \text{ ms}$ اكتب التعبير لهذه الفولتية المستمرة كدالة في الزمن.

الاجابة:

$$V(t) = 155.6 \cos(377t - 108^\circ)$$

8-2 الأطوار Phasors

في عدد من الفصول اللاحقة سنلاحظ أن تحليل الاشارة الجيبية ذات الحالة المستقرة سهل جدا اذا مثلنا التيارات والفولتيات بواسطة المتجهات (الأطوار) في ثقل العدد المركب.

سوف نبدأ بدراسة الطرق البسيطة للجمع (أو الطرح) للإشارات الجيبية، عادة لمحتاج إلى تطبيق قانون كيرشوف للفولتية (KVL) Kirchhoff's voltage law أو قانون كيرشوف للتيار (KCL) Kirchhoff's current law في الدوائر ذات المصادر المتناوبة (ac).

مثال بتطبيق قانون كيرشوف للفولتية (KVL) على شبكة فيها فولتيات اشارات جيبية لحصل على التعبير التالي:

$$V(t) = 10 \cos(w t) + 5 \sin(w t + 60^\circ) + 5 \cos(w t + 90^\circ) \quad (8.23)$$

للحصول على قيمة القمة (Peak Value) للفولتية $V(t)$ وزاوية طورها يجب أن نضع المعادلة (8.23) في الشكل:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + 0) \quad (8.24)$$

هذه النتيجة تتحقق بتكرار التعويض باستخدام العلاقات المثلثية على كل حال هذه الطريقة عملة جدا للعمل العادي وبلا من ذلك سنرى انه يمكننا تمثيل كل حد في الجانب الأيمن للمعادلة (8.23) بواسطة استخدام المنهج في تمثيل العدد المركب والذي يعرف بالأطوار بعد ذلك يمكننا اضافة الأطوار بسهولة نسبية ونحويل الجمع الى الشكل المطلوب.

8-2-1 تعريف الطور Phasor Definition

نعرف الطور لفولتية الإشارة الجيبية التي في الشكل $V(t) = V_1 \cos(\omega t + \theta_1)$ بأنه:

$$V_1 = V_1 \angle \theta_1$$

طور الإشارة الجيبية هو عدد مركب له قيمة (magnitude) تساوي قيمة القمة (Peak Value) وله نفس طور زاوية الإشارة الجيبية (في شرحنا القادم سوف نعرف إيجاد قيمة الطور وتأخذ القيمة الفعالة بدلا من قيمة القمة).

إذا كانت الإشارة الجيبية في الصورة التالية:

$$V_2(t) = V_2 \sin(\omega t + \theta_2)$$

فاننا أولا نحول دالة sine الى دالة cosine باستخدام العلاقات المثلثية.

$$\sin(Z) = \cos(Z - 90^\circ) \quad (8.25)$$

لذلك يكون لدينا:

$$V_2(t) = V_2 \cos(\omega t + \theta_2 - 90^\circ)$$

والطور هو:

$$V_2 = V_2 \quad \angle 11, 90^\circ$$

توجد أطوار تيارات الإشارة الجيبية بنفس الدالة وبالتالي تكون التيارات:

$$i_1(t) = I_1 \cos(\omega t + \theta)$$

$$i_2(t) = I_2 \sin(\omega t + \theta_2) \quad \text{و}$$

الأطوار هي:

$$I_1 = I_1 \quad \angle \theta_1$$

$$I_2 = I_2 \quad \angle \theta_2 - 90^\circ \quad \text{و}$$

على التوالي

8-2-2 إضافة الاشارات الجيبية باستخدام الاطوار

Adding Sinusoidal Using Phasors

نوضح الان كيفية جمع حدود الجانب الايمن للمعادلة (8.23) باستخدام الاطوار.

الخطوة الاولى لجمع حدود المعادلة (8.23) كتابة جميع الاشارات الجيبية كدالة cosine باستخدام المعادلة (8.25) وبذلك تصبح المعادلة (8.23) كالتالي:

$$V(t) = 10 \cos(\omega t) + 5 \cos(\omega t - 60^\circ - 90^\circ) + 5 \cos(\omega t + 90^\circ) \quad (8.26)$$

$$V(t) = 10 \cos(\omega t) + 5 \cos(\omega t - 30^\circ) + 5 \cos(\omega t + 90^\circ) \quad (8.27)$$

بالرجوع الى صيغ (Euler's) فان

$$\cos(\theta) \operatorname{Re}(e^{j\theta}) = \operatorname{Re}[\cos(\theta) + j\sin(\theta)] \quad (8.28)$$

حيث نلاحظ أن (Re) تعني أننا نحفظ بالجزء الحقيقي للكمية فقط داخل علامات الحصر (القوسان).

وبذلك من الممكن كتابة المعادلة (8 27) بالصورة التالية:

$$V(t) = 10 \operatorname{Re}[e^{j\omega t}] + 5 \operatorname{Re}[e^{j(\omega t - 30^\circ)}] + 5 \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + 90^\circ)}] \dots (8.29)$$

عند ضرب عدد مركب (Z) بعدد حقيقي (A) فإن كلا الجزئين الحقيقي والتخيلي للعدد (Z) مضروبين في العدد (A) ولذلك تصبح المعادلة (8 29) في الصورة التالية:

$$V(t) = \operatorname{Re}[e^{j\omega t}] + \operatorname{Re}[e^{j(\omega t - 30^\circ)}] + \operatorname{Re}[e^{j(\omega t + 90^\circ)}] \dots (8.30)$$

وبإمكاننا كتابة المعادلة في الصورة التالية:

$$V(t) = \operatorname{Re}[10e^{j\omega t} + 5e^{j(\omega t - 30^\circ)} + 5e^{j(\omega t + 90^\circ)}] \dots (8.31)$$

الجزء الحقيقي لجمع عدد من الكميات المركبة يساوي مجموع الأجزاء الحقيقية وإذا أخرجنا العامل $e^{j\omega t}$ خارج الحد تصبح المعادلة (8.31) في الصورة التالية:

$$V(t) = \operatorname{Re}[(10 + 5e^{-j30^\circ} + 5e^{j90^\circ})e^{j\omega t}] \dots (8.32)$$

نضع الأعداد المركبة داخل الشكل القطبي فنحصل على:

$$V(t) = \operatorname{Re}[(10 \angle 0^\circ + 5 \angle -30^\circ + 5 \angle 90^\circ)e^{j\omega t}] \quad (8.33)$$

الآن بإمكاننا جمع الأعداد المركبة كما يلي:

$$10 \angle 0^\circ + 5 \angle -30^\circ + 5 \angle 90^\circ = 10 + 4.33 - j2.50 + j5$$

$$= 14.33 + j2.5$$

$$= 14.54 \angle 9.90^\circ \quad (8.34)$$

$$14.94e^{j\omega t}$$

بتموهض هذه النتيجة في المعادلة (R.35) لحصل على

$$V(t) = \operatorname{Re}\left\{14.94e^{j\omega t}\right\} \quad (R.35)$$

ونكتب في الصورة التالية:

$$V(t) = \operatorname{Re}\left\{14.94e^{j\omega t}\right\} \quad (R.36)$$

الحدود التي في الجانب الأيسر للمعادلة (R.34) هي أطوار للحدود التي في الجانب الأيمن للتعبير الأصلي للفولتية $V(t)$. لاحظ أن الجزء الأساسي والمطلوب لدمج (الجمع) الإشارات الجيبية هو جمع الأطوار.

8-2-3 الخطوات المبسطة والأكثر فعالية لجمع الإشارات الجيبية

Streamlined procedure for Adding Sinusoids

إذا أردنا جمع الإشارات الجيبية نكتب أولاً الطور لكل حد في عملية الجمع بعد ذلك نضيف الأطوار باستخدام حساب الأعداد المركبة ثم نبسط التعبير للجمع.

مثال 8.2:

استخدام الأطوار لجمع الإشارات الجيبية

$$V_1(t) = 20\cos(\omega t - 45^\circ) \quad \text{بافتراض أن}$$

$$V_2(t) = 10\sin(\omega t + 60^\circ)$$

$$V_3(t) = V_1(t) + V_2(t) \quad \text{إلى حد واحد ثم بسط الجمع}$$

الحل:

$$V_1 = 20 \quad \angle -45^\circ \quad \text{الأطوار هي:}$$

لاحظ أننا طرحنا 90° لإيجاد طور V_2 زاوية V_2 لأن $V_2(t)$ هي دالة sine بدلاً من دالة cosine

نكتب دالة الزمن التي تمثل طور V_2 كما يلي:

$$V_2(t) = 29.97 \cos(\omega t - 39.7^\circ)$$

سؤال 8.4:

بسط التعابير التالية باستخدام الاطوار:

$$V_1(t) = 10 \cos(\omega t) + 10 \sin(\omega t)$$

$$i_1(t) = 10 \cos(\omega t + 30^\circ) + 5 \sin(\omega t + 30^\circ)$$

$$i_2(t) = 20 \cos(\omega t + 90^\circ) + 15 \cos(\omega t - 60^\circ)$$

الجواب 1

$$V_1(t) = 14.14 \cos(\omega t - 45^\circ)$$

$$i_1(t) = 11.18 \cos(\omega t + 3.44^\circ)$$

$$i_2(t) = 30.4 \cos(\omega t - 25.3^\circ)$$

8-2-4 تمثيل الاطوار بالمتجهات الدوارة Phasors as Rotating Vectors

إذا كانت فولتية الإشارة الجيبية هي:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

بتطوير مفهوم الطور فإننا نكتب:

$$V(t) = \text{Re}[V_m e^{j(\omega t + \theta)}]$$

الكميات المركبة داخل القوسين هي.

$$V_m e^{j(\omega t + \phi)} = V_m \angle (\omega t + \phi)$$

هذا يمكن أن نتخيله (ننصوره) كمتجه رمزه V_m الذي يدور عكس عقارب الساعة في المستوى التخيلي بسرعة زاوية $(\omega \text{ rad/s})$. علاوة على ذلك الفولتية $V(t)$ هي جزء حقيقي لهذا المتجه وهذا موضح في الشكل (8-4). عندما يدور المتجه فإنه يمثل على منحنى المحور الحقيقي للفولتية كدالة الزمن. الطور يبسط اللقطة لدوران هذا المتجه عند $t = 0$.

8-2-5 علاقات الطور Phase Relationships

سوف نرى أن علاقات الطور بين التيارات والفولتيات تكون غالباً مهمة .
نعتبر أن الفولتيات هي:

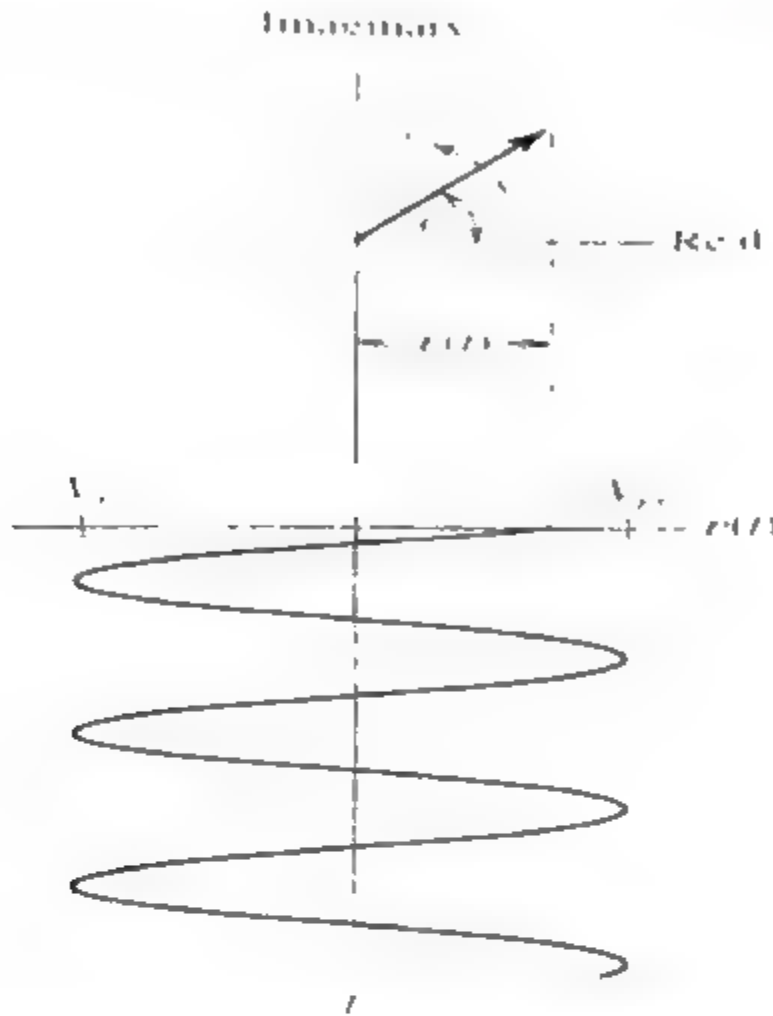
$$V_1(t) = 3 \cos(\omega t + 40^\circ)$$

$$V_2(t) = 4 \cos(\omega t - 20^\circ)$$

تمثيل الاطوار هو:

$$V_1 = 3 \angle 40^\circ$$

$$V_2 = 4 \angle -20^\circ$$

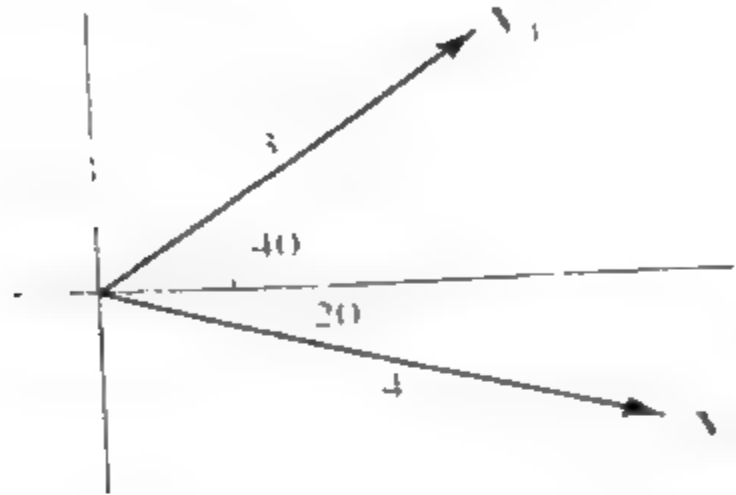


الشكل (8-4) الاشارات الجيبية يمكن أن تمثل كجزء حقيقي لدوران المتجه عكس عقارب الساعة في المستوى المركب

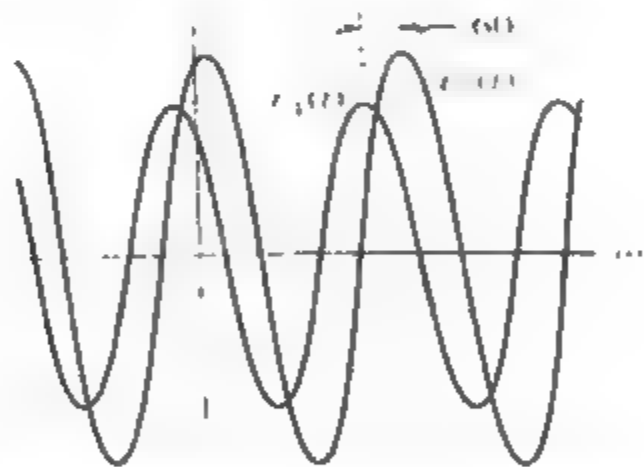
الشكل (8-5) يوضح المخطط الطوري لاحظ أن الزاوية بين V_1 و V_2 هي 60° وبما أن المتجهات المركبة تدور عكس عقارب الساعة فالتناقول أن V_1 يتقدم عن V_2 بزاوية مقدارها 60° (علاقة الطور يمكن أن تمثل بواسطة أن V_2 يتأخر عن V_1 بزاوية مقدارها 60°).

يمكننا تعيين الفولتيات مقابل الزمن بواسطة منحنى الجزء الحقيقي لدوران المتجهات. الشكل (8-6) يوضح $V_1(t)$ و $V_2(t)$ مقابل (ωt) لاحظ أن $v_1(t)$ تصل

قمته الى 60° قبل وصول $V_2(t)$ هذه العبارة تعني أن $V_1(t)$ يتقدم على $V_2(t)$ بزاوية مقدارها 60°



الشكل (8-5) بما أن المتجهات تدور عكس عقارب الساعة فإن V_1 يتقدم على V_2 بزاوية مقدارها 60° (وتكافئ أن V_2 يتأخر بزاوية مقدارها 60°)



الشكل (8-6) قمت $V_1(t)$ تتقدم على قمت $V_2(t)$ بزاوية مقدارها 60° وهذا يعني أن $V_1(t)$ يتقدم على $V_2(t)$ بزاوية مقدارها 60°

سؤال 5-8،

إذا كانت الفولتيات المعطاه هي:

$$V_1(t) = 10 \cos(\omega t - 30^\circ)$$

$$V_2(t) = 10 \cos(\omega t + 30^\circ)$$

$$V_3(t) = 10 \cos(\omega t + 45^\circ)$$

جد علاقة الطور بين كل زوج من الفولتيات (جد الطور لكل فولتية وارسم المخطط الصندوقي للطور).

الجواب :

$$V_1 \text{ lags } V_2 \text{ by } 60^\circ \text{ (or } V_2 \text{ leads } V_1 \text{ by } 60^\circ)$$

$$V_1 \text{ leads } V_3 \text{ by } 15^\circ \text{ (or } V_3 \text{ lags } V_1 \text{ by } 15^\circ)$$

$$V_2 \text{ leads } V_3 \text{ by } 75^\circ \text{ (or } V_3 \text{ lags } V_2 \text{ by } 75^\circ)$$

8-3 المعامعات المعقدة Complex Impedances

في هذا الجزء سنتعلم استخدام الأطوار لتمثيل فولتيات الإشارة الجيبية ونستطيع حل مسائل دوائر الإشارات الجيبية ذات الحالة المستقرة بصورة سهلة نسبيا مقارنة بالطرق السابقة ونستخدم الحسابات المعقدة وتحليل الإشارات الجيبية ذات الحالة الثابتة وهي افتراضيا نفس تحليلات دوائر المقاومات التي درسناها سابقا.

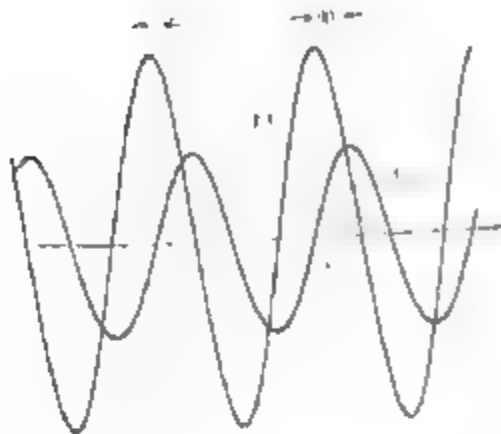
8-3-1 Impedance المحث

تذكر أن الفولتية في المحث تعطى بواسطة:

$$i_L(t) = I_m \sin(\omega t + \theta) \quad (8.37)$$

وتعطى الفولتية في المحث بواسطة العلاقة التالية:

$$V_L(t) = L \frac{di_L}{dt} \dots \dots \dots (8.38)$$



(b) التيار والفولتية مقابل الزمن

(a) مخطط الطور

الشكل (8-7) التيار يتأخر بزاوية مقداره 90° في المحث الخالص

بتعويض المعادلة (8.37) في المعادلة (8.38) وتبسيطها نحصل على:

$$V_L(t) = \omega_L I_m \cos(\omega t + \theta) \quad (8.39)$$

معادلات الأطوار والتيار والفولتية هي:

$$I_L = I_m \angle \theta - 90^\circ \quad (8.40)$$

$$I_L = \omega_L I_m \angle \theta = V_m \angle \theta \quad (8.41)$$

الشكل (8-7a) يوضح مخطط طور التيار والفولتية والشكل (8-7b) يوضح

أن شكل الموجة الجيبية للجهد والتيار متوافقان، لاحظ أن التيار يتأخر عن الفولتية بزاوية مقدارها 90° في المحث النقي.

$$V_L = (\omega \angle 40^\circ I_m) \angle \theta - 90^\circ \quad (8.42)$$

نعرض بالمعادلة (8.40) في المعادلة (8.42) فنحصل على:

$$V_L = (w \angle 40^\circ) * I_L \quad (8.43)$$

ويمكن كتابتها في الصورة التالية:

$$V_L = jwLX \quad (8.44)$$

وهو كمعاوقة للملف ويشار اليه بـ Z_L

حيث أن
وبذلك نحصل على:

$$Z_L = jwL = wL \angle 90^\circ \quad (8.45)$$

و

$$V_L = Z_L I_L \quad (8.46)$$

طور الفولتية يساوي أزمان معاوقة طور التيار وهذا قانون اوم في صورة الطورز في أي محث تكون المعاوقة عدد تخيلي بينما تكون المقاومة عدد حقيقي (المعاوقات الخالية من الأعداد التخيلية تسمى بالمقاومات).

8-3-2 المتسعة Capacitance

إذا كان التيار والفولتية إشارة جيبية فإن الأطوار تعطى بواسطة العلاقة التالية:

$$V_C = Z_C I_C \quad (8.47)$$

معاوقة المتسعة هي:

$$Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ \quad (8.48)$$

لاحظ أن معاوقة المتسعة هي أيضا خالية من الأعداد التخيلية على افتراض أن طور الفولتية هو:

$$V_C = V_m \angle \theta$$

وطور التيار هو:

$$I_C = \frac{V_C}{Z_C} = \frac{V_m \angle \theta}{(1/j\omega C) \angle \theta} = j\omega C V_m \angle \theta + 90^\circ$$

$$I_C = I_m \angle \theta + 90^\circ$$

$$I_m = \omega C V_m \quad \text{حيث أن}$$

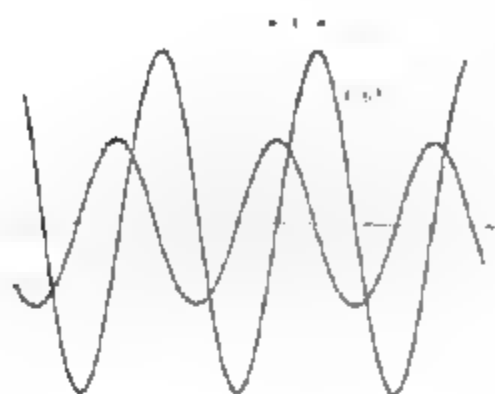
الشكل (8-8a) يوضح مخطط الطور للتيار والفولتية في المتسعة النقية ويوضح الشكل 8-8b رسم منحني التيار والفولتية وهما متوافقين لاحظ أن التيار يتأخر عن الفولتية بزاوية مقدارها 90° (في المقابل نجد أن التيار يتأخر عن الفولتية في المحث). الحرف E يستخدم أحيانا لتمثيل القوة الدافعة الكهربائية كما يوجد حد آخر لتمثيل الفولتية وهو L للمحث و C للمتسعة ويستخدم I لتمثيل التيار.

8-3-3 المقاومة Resistance

ترتبط أطوار المقاومة بواسطة العلاقة التالية:

$$V_R = R I_R \quad (8.49)$$

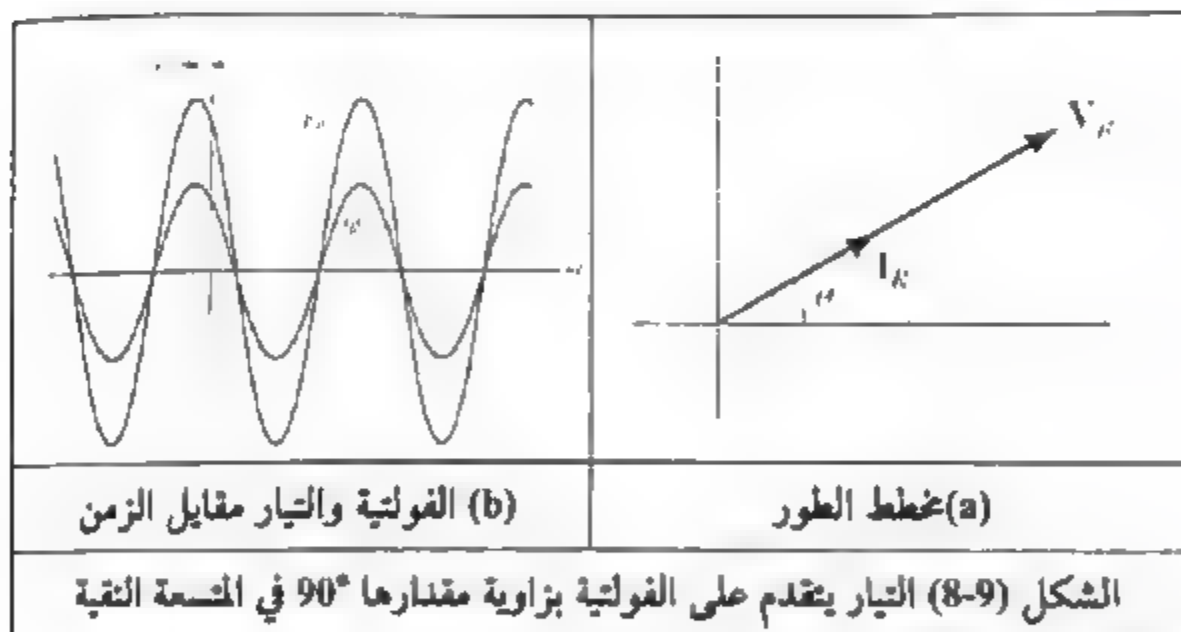
بما أن المقاومة هي عدد حقيقي فإن التيار والفولتية لهما نفس الطور وهذا يوضح في الشكل (8-9).



(b) الفولتية والتيار مقابل الزمن

(a) مخطط الطور

الشكل (8-8) التيار والفولتية لهما نفس الطور وذلك في المقاومة النقية



سؤال 8-6:

إذا كانت الفولتية $V_L(t) = 100 \cos(200t)$ تطبق إلى محث مقدار 0.25-H
(لاحظ أن $\omega = 200$).

جد المعاوقة والحثية وطور التيار وطور الفولتية.

ارسم مخطط الطور.

الجواب :

-a

$$V_C = 100 \angle 0^\circ, I_C = 2 \angle 90^\circ, Z_C = -j 50 = 50 \angle -90^\circ$$

b- مخطط الطور موضح في الشكل (8-10a).

سؤال 7-8:

إذا كانت الفولتية إذا كانت الفولتية $V_C(t) = 100 \cos(200 t)$ تطبق الى متسعة قيمتها $100 \mu F$:

- جد المعاوقة والمتسعة وطور التيار وطور الفولتية.

- ارسم مخطط الطور.

الجواب :

-a

$$V_C = 100 \angle 0^\circ, I_C = 2 \angle 90^\circ, Z_C = -j 50 = 50 \angle -90^\circ$$

b- مخطط الطور موضح في الشكل (8-10b).

سؤال 8-8:

إذا كانت الفولتية إذا كانت الفولتية $V_R(t) = 100 \cos(200 t)$ تطبق الى مقاومة قيمتها 50Ω :

- جد المعاوقة والمتسعة وطور التيار وطور الفولتية.

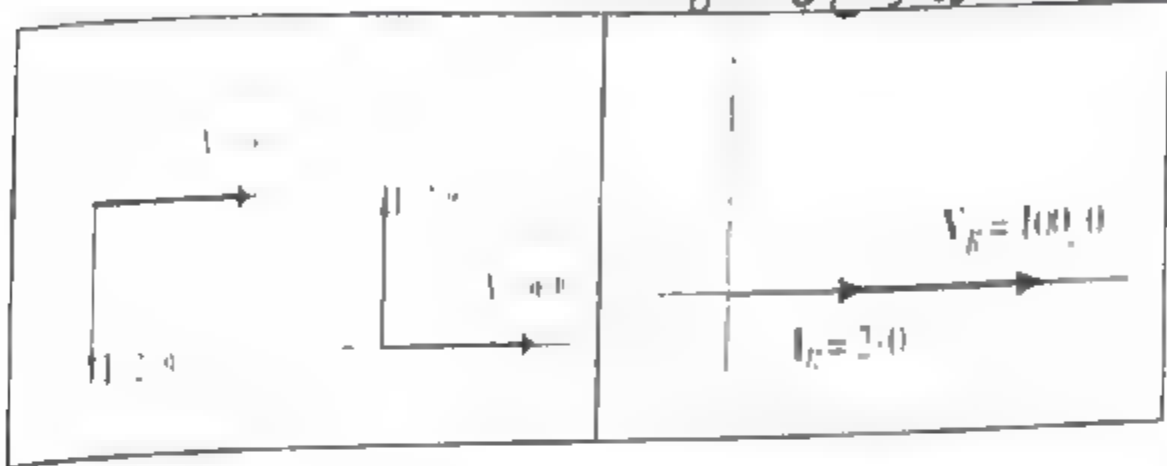
- ارسم مخطط الطور.

الجواب:

-a

$$V_R = 100 \angle 0^\circ, I_R = 2 \angle 0^\circ$$

b- مخطط الطور موضح في الشكل 8-10b.



8-4 تحليل الدوائر باستخدام الاطوار والممانعات المعقدة

Circuit analysis with Phasors and Complex Impedance

8-4-1 قوانين كيرشوف بشكل الطور Kirchhoff' Law in Phasor Form

في قانون كيرشوف للفرق الجهد فان مجموع الفولتيات يجب ان تساوي صفر لاي مسار مغلق في الشبكة الكهربائية.
معادلة (KVL) التالية هي:

$$V_1(t) + V_2(t) - V_3(t) = 0 \quad (8-50)$$

اذا كانت الفولتيات اشارات جيبية فانه يمكن تمثيلها بواسطة الاطوار وذلك تصبح المعادلة (8-50) في الصورة التالية:

$$V_1 + V_2 - V_3 = 0 \quad (8-51)$$

نستطيع تطبيق قانون كيرشوف للفولتية (KVL) على التيارات التي في شكل طور.

مجموع التيارات الداخلة الى عقدة يجب ان تساوي مجموع طور التيارات الخارجة.

8-4-2 تحليلات الدائرة باستخدام الاطوار والمعاوقات

Circuit Analysis using Phasors and Impedances

ترتبط طور التيارات والفولتيات مع المعاوقات المركبة ويطبق قانون كيرشوف في شكل طور ماعدا أن الفولتيات والتيارات والمعاوقات يمكن أن تكون مركبة كما أن المعادلات بتكون بالضبط مثل معادلات دوائر المقاومة.

خطوات تحليلات الحالة المستقرة لدوائر ذات مصادر اشارات جيبية هي:

1- استبدل وصف الزمن لمصادر الفولتية والتيار بأطوار متوافقة (جميع المصادر يجب ان يكون لها نفس التردد).

2- استبدل المحثات بمعاوقات معقدة واستبدل المتسعات بمعاوقات مركبة المقاومات لها معاوقات تساوي هذه المقومات.

$$Z_L = j\omega L = \omega L \quad \angle 90^\circ \quad Z_C = \frac{1}{(j\omega C)} = \omega C \quad \angle -90^\circ$$

3- حلل الدائرة باستخدام أي تقنية درستها سابقا لتؤدي الحسابات المعقدة.

مثال 8-3:

8-4-3 تحليلات الحالة المستقرة المتساوية لدوائر التوالي

جد تيار الحالة الثابتة للدائرة الموضحة في الشكل (8-11a) أيضاً جد فولتية الطور في كل عنصر و أرسم مخطط الطور.

الحل :

من تعبير المعطى لمصدر الفولتية $V_s(t)$ نجد أن فولتية القمة هي $V_s = 100$ ،
التردد الزاوي هو $\omega = 500$ و زاوية الطور هي 30° وطور مصدر الفولتية هو

$$V_s = 100 \angle 30^\circ$$

المعاوقة المركبة للمحث والمكثفة هي

$$Z_L = j\omega L = j(500) \times 0.3 = j150 \Omega$$

$$Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{500 \times 40 \times 10^{-6}} = -j50 \Omega$$

الشكل (8-11b) يوضح الدائرة المحولة. العناصر الثلاثة في صورة متتالية
لذلك نجد المعاوقة المكافئة للدائرة بإضافة معاوقات العناصر الثلاثة.

$$Z_{eq} = R + Z_L + Z_C$$

عندما نعوض بالقيم نجد أن :

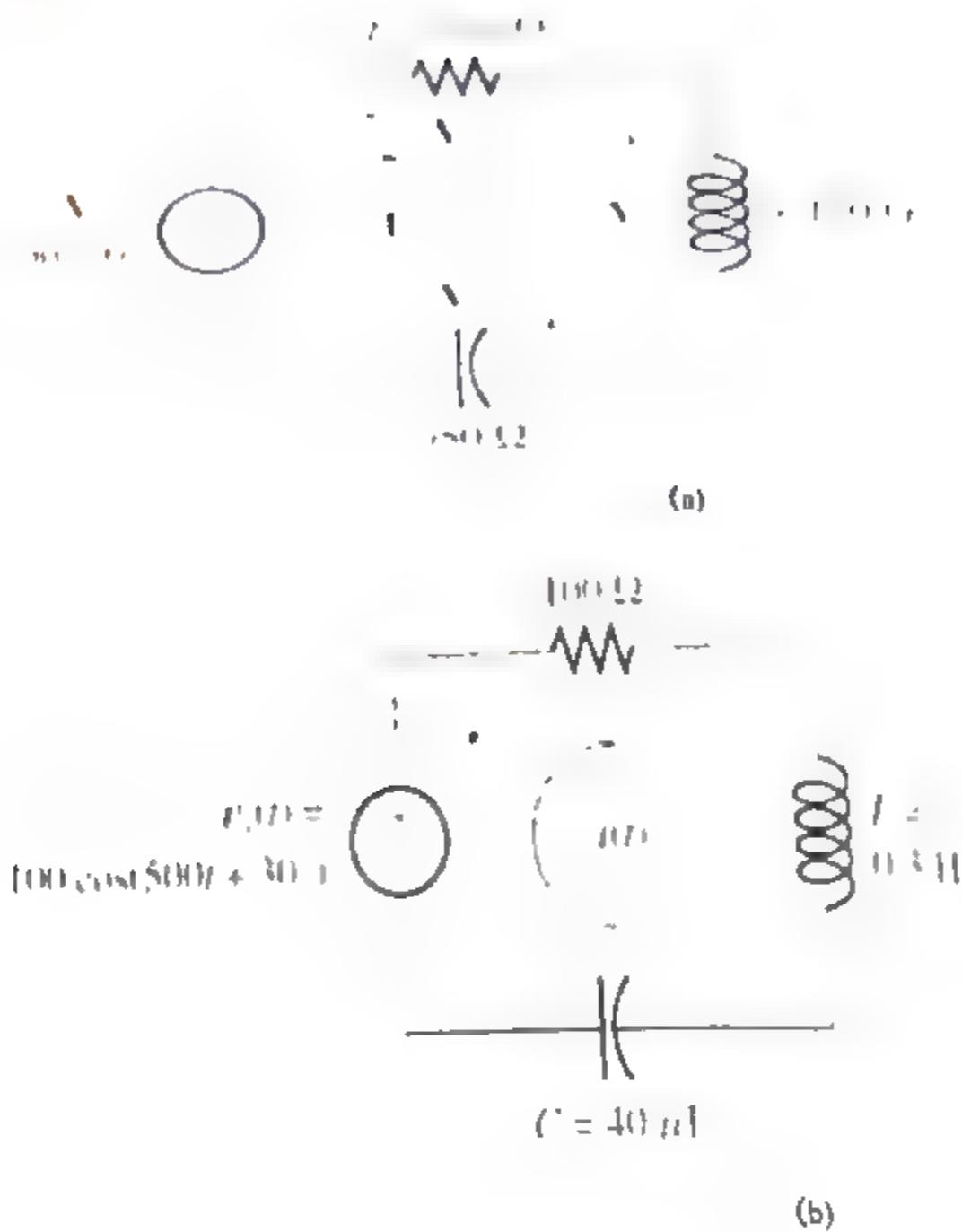
$$Z_{eq} = 100 + j150 - j50 = 100 + j100$$

نحوه إلى شكل قطبي (polar) فنحصل على :

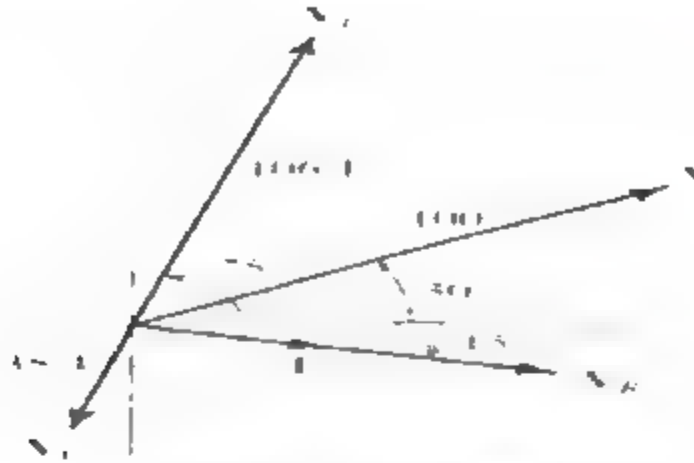
$$Z_{eq} = 141.4 \angle 45^\circ$$

نستطيع إيجاد طور التيار بواسطة تقسيم طور الفولتية وذلك عن طريق
المعاوقة المكافئة.

$$I = \frac{V_s}{Z} = \frac{100 \angle 30^\circ}{141.4 \angle 45^\circ} = 0.707 \angle -15^\circ$$



الشكل (8-11) دائرة للمثال (8-3)



الشكل (8-12) مخطط الطور للمثال (8-3)

التيار كدالة الزمن هو :

$$i(t) = 0.707 \cos(500t - 15^\circ)$$

نستطيع إيجاد طور الفولتية في كل عنصر بواسطة ضرب طور التيار في معاوقة المقاومة.

$$V_R = R \cdot I = 100 \cdot 0.707 \angle -150^\circ = 70.7 \angle -150^\circ$$

$$V_L = j\omega L \cdot I = \omega L \angle 90^\circ \cdot I = 150 \angle 90^\circ \cdot 0.707 \angle -150^\circ$$

$$= 106.1 \angle 75^\circ$$

$$V_C = -j(1/\omega C) \cdot I = (1/\omega C) \angle -90^\circ \cdot I = 50 \angle -90^\circ \cdot 0.707 \angle -150^\circ$$

$$= 35.4 \angle -105^\circ$$

الشكل (8-12) يوضح مخطط الطور للتيار والفولتيات. لاحظ أن التيار يتأخر عن فولتية المصدر V_s بزاوية مقدارها 45° .

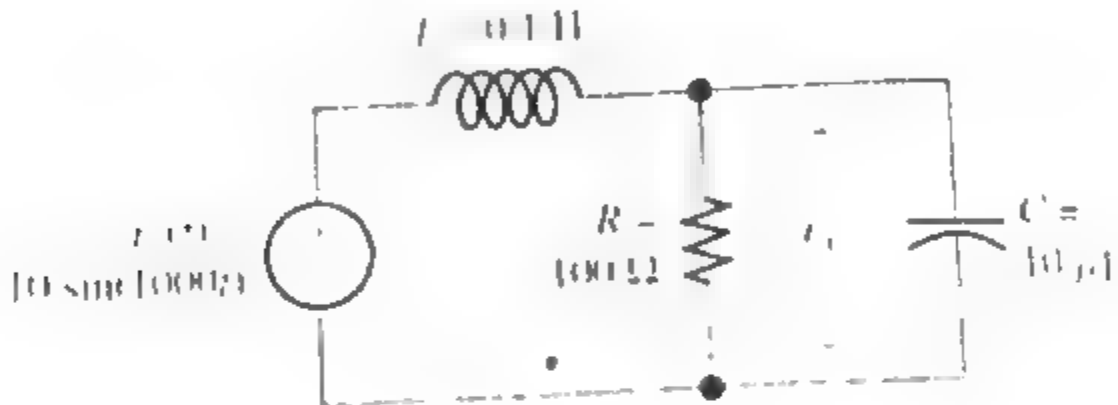
الفولتية V_R و التيار I يكون لها نفس الطور في المقاومة ، في المحث الفولتية V_L تتقدم عن التيار I بزاوية مقدارها 90° وفي المتعة الفولتية V_C يتأخر عن التيار بزاوية مقدارها 90° .

مثال 8-4

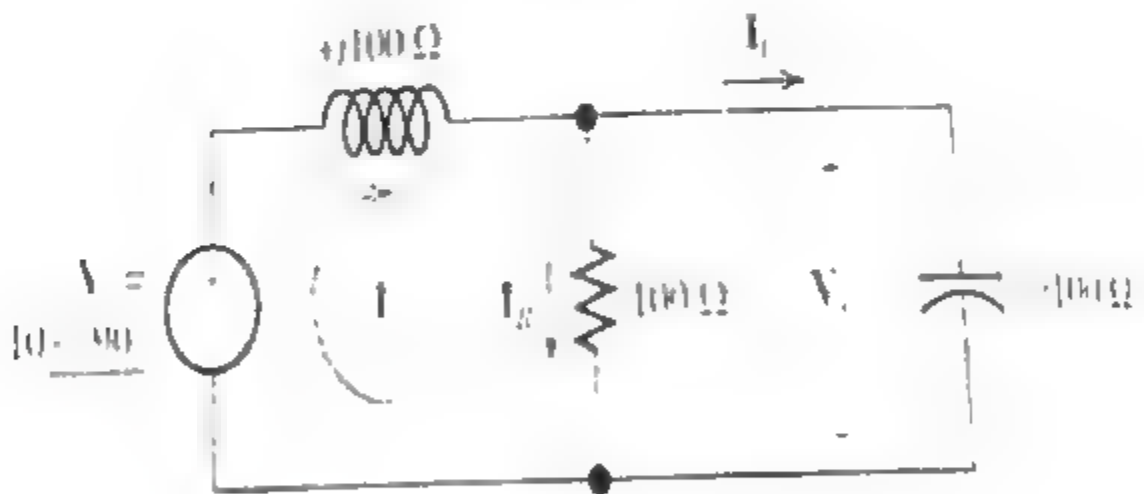
الممانعات المعقدة على التوالي والتوازي:

في الدائرة الموضحة في الشكل (8-13a):

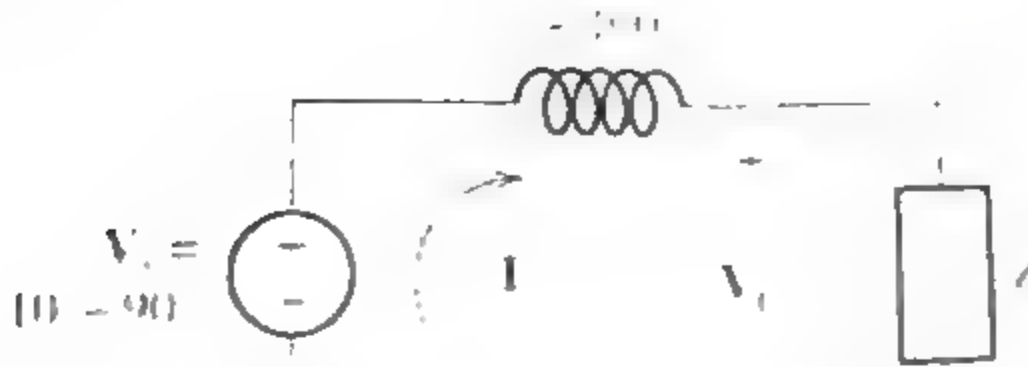
جد الفولتية $V_C(t)$ في الحالة الثابتة. ثم جد طور التيار في كل عنصر و ارسم مخطط الطور موضحاً عليه التيارات ومصدر الفولتية.



(a)



(b)



(c)

الشكل (8-13) دائرة للمثال (8-4).

الحل : طور مصدر تمثيلية هو $\angle 0^\circ$ [لاحظ ان $V_s(t)$ هو دالة \sin بدلاً عن دالة \cos ، ومن الضروري صرح 90° من الطور] التردد الزاوي للمصدر هو $\omega = 1000$ معوقات تحت وتسعة هي

$$Z_L = j\omega L = j1000 \cdot 0.1 = j100 \Omega$$

$$Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{1000 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -j100 \Omega$$

الشكل (8-13b) يوضح الشبكة المحولة.

لإيجاد V_C يجب علينا أولاً أن نربط المقاومة والمعاوقة إلى التسعة بصورة متوالية بعد ذلك نستخدم قانون مجزئ الجهد لحساب الفولتية في تركيب الدائرة RC المعاوقة في الربط المتوزي لدائرة RC هي:

$$Z_{RC} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{(-j100)}}$$

$$Z_{RC} = \frac{1}{0.01 + j0.01} = \frac{1 \angle 0^\circ}{0.01414 \angle 45^\circ} = 70.71 \angle -45^\circ$$

نحوه إلى الشكل المستطيل (rectangular) فنحصل على:

$$Z_{RC} = 50 - j50$$

الشبكة المكافئة موضحة في الشكل (8-13c)

باستخدام قانون مجزئ الفولتية نحصل على:

$$V_C = V_S \frac{Z_{RC}}{Z_L + Z_{RC}} = 10 \angle -90^\circ = \frac{70.71 \angle 0^\circ}{j100 + 50 - j50}$$

$$= 10 \angle -90^\circ = \frac{70.71 \angle 45^\circ}{50 - j50} = 10 \angle -90^\circ = \frac{70.71 \angle 45^\circ}{70.71 \angle 45^\circ}$$

$$= 10 \angle -180^\circ$$

بتحويل الطور إلى دالة زمنية نحصل على:

$$V_C(t) = 10 \cos(1000t - 180^\circ) = -10 \cos(1000t)$$

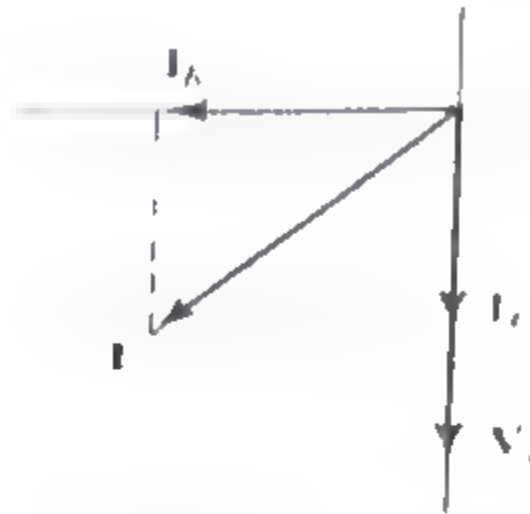
$$I = \frac{V_S}{Z_L + Z_{RC}} = \frac{10 \angle -90^\circ}{j100 + 50 - j50} = \frac{10 \angle -90^\circ}{50 - j50}$$

$$= \frac{10 \angle -90^\circ}{70.71 \angle 45^\circ} = 0.1414 \angle -135^\circ$$

$$I_R = \frac{V_C}{R} = \frac{10 \angle -180^\circ}{100} = 0.1 \angle -180^\circ$$

$$I_C = \frac{V_C}{Z_C} = \frac{10 \angle -180^\circ}{-j100} = \frac{10 \angle 90^\circ}{100 \angle 90^\circ} = 0.1 \angle 0^\circ$$

مخطط الطور موضع في الشكل (8-14)



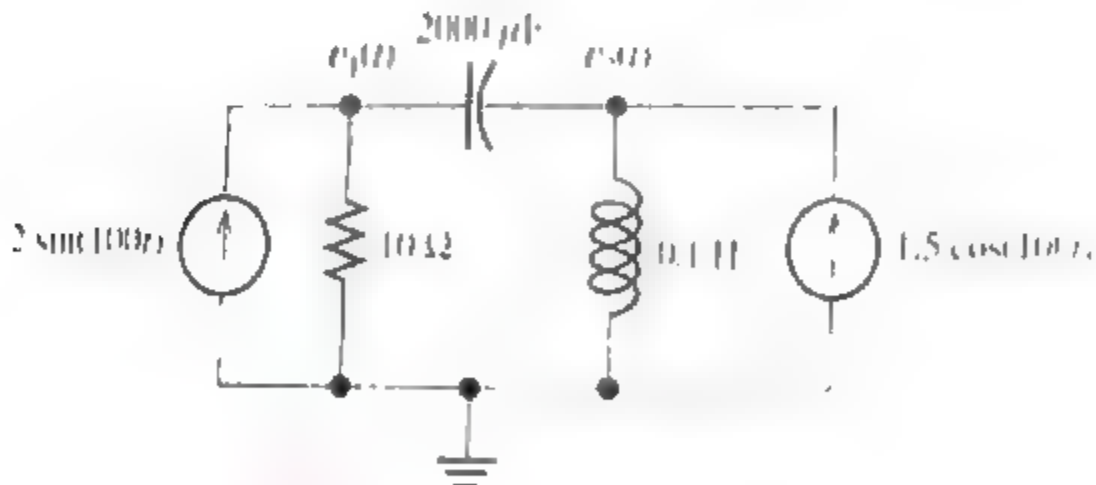
الشكل (8-14) مخطط الطور للمثال (8-4)

مثال 8-5:

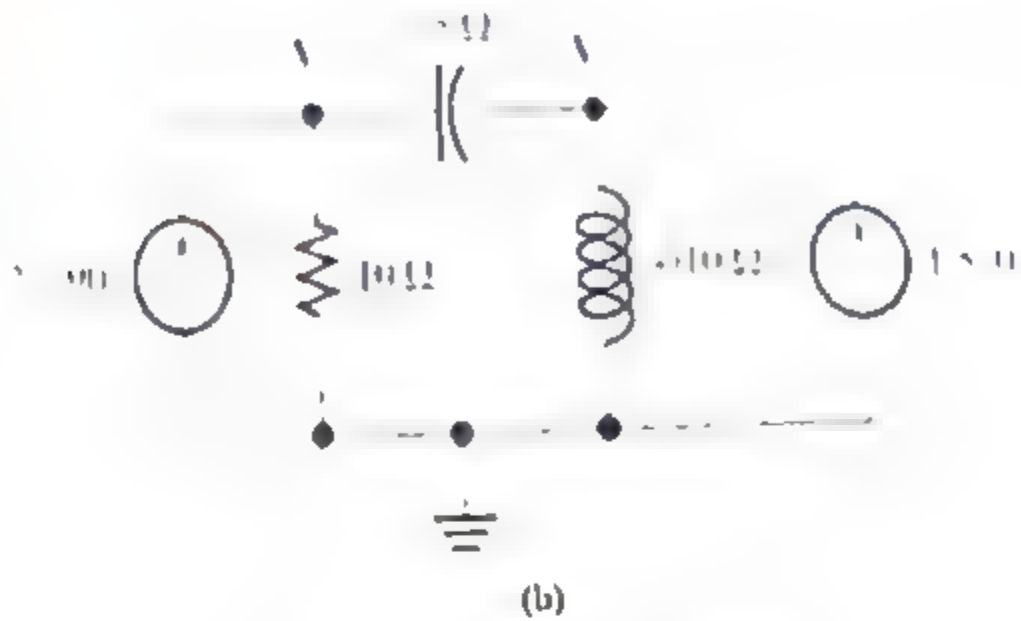
تحليلات فولتية العقد Node-Voltage Analysis

استخدم تقنية جهد العقدة لإيجاد $V_1(t)$ في الحالة المستقرة للدائرة الموضحة

في الشكل (8-15a)



(a)



الشكل (8-15) دائرة المثال (8-5)

الحل:

تحليل الشبكة موضح في الشكل (8-15b) لحصل على معادلتين عند تطبيق KCL في العقدة أو 2 هذا يعطينا:

$$\frac{V_1}{10} = \frac{V_1 - V_2}{-j5} = 2 \angle -90^\circ$$

$$\frac{V_2}{j10} = \frac{V_2 - V_1}{-j5} = 1.5 \angle 0^\circ$$

هذه المعادلات يمكن أن توضع في الشكل القياسي:

$$(0.1 + j0.2)V_1 - j0.2V_2 = -j2$$

$$-j0.2V_1 + j0.1V_2 = 1.5$$

الآن محل لـ VI

$$V_I = 16.1 \angle 29.7^\circ$$

بعد ذلك نحول الطور الى دالة زمنية ونحصل على:

$$V(t) = 16.1 \cos(100t + 29.7^\circ)$$

8-4-4 تحليلات التيار بطريقة Mesh- Current Analysis (Mesh)

بصورة مماثلة لتحليلات Mesh-current يمكن أن نستخدم الأطوار.

سؤال 8-9:

في الدائرة الموضحة في الشكل (8-14a):

a- جد $i(t)$ ؟

b- ارسم مخطط الطور موضحاً جميع الفولتيات والتيار؟

c- ماهي علاقة الطور بين $V_s(t)$ و $i(t)$ ؟

الجواب :

$$i(t) = 0.0283 \cos(500t - 135^\circ) \text{ -a}$$

b- مخطط الطور موضح في الشكل (5-16b)

c- $i(t)$ يتأخر عن $V_s(t)$ بزاوية مقدارها 45°

سؤال (8-10):

جد طور الفولتية و طور التيار لكل عنصر في الدائرة الموضحة في الشكل (8-17):

الجواب :

$$I_C = 5.55 \angle 33.7^\circ \quad I_L = 1.39 \angle -146.3^\circ \quad V = 277 \angle -56.3^\circ$$

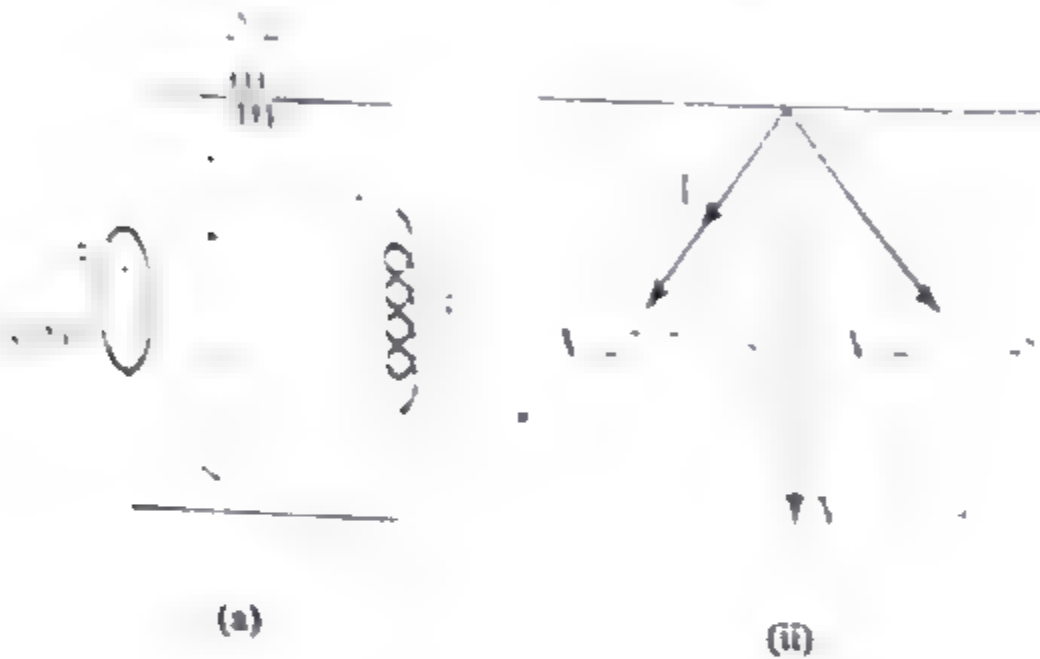
$$I_R = 1.39 \angle -146.3^\circ$$

سؤال 1:

حل طريقة Mesh-currents في الدائرة الموضحة في الشكل (8-18)

الجواب:

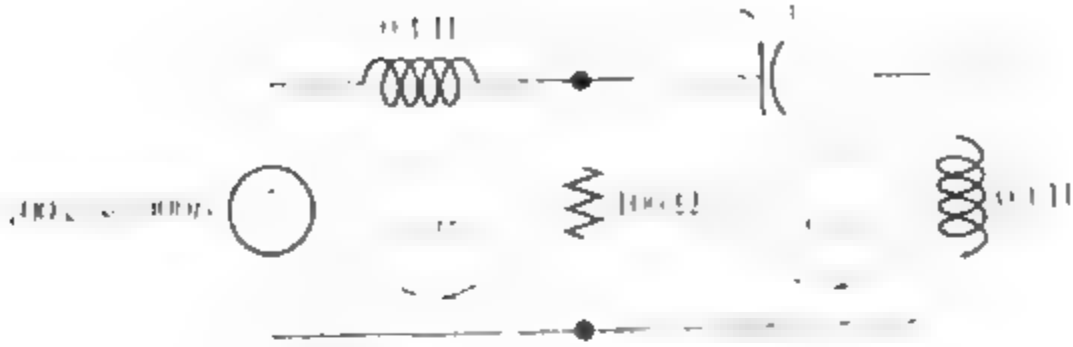
$$i_1(t) = 1.414 \cos(1000t - 45^\circ), i_2(t) = \cos 1000t$$



شكل (8-16) الدائرة ومخطط الطور للسؤال (8-9)



الشكل (8-17) دائرة للسؤال (8-10).



الشكل (8-18) دائرة للسؤال (8-11).

8-5 القدرة في دوائر التيار المتناوب Power in AC Circuits

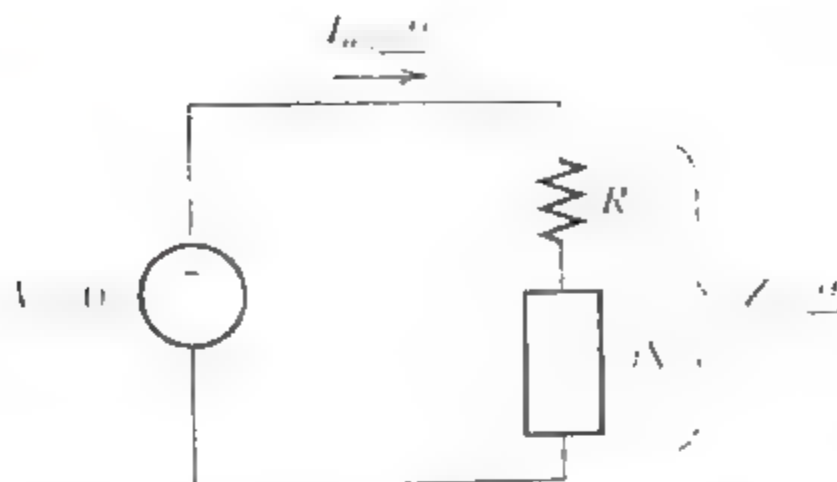
لاحظ في الشكل (8-19). الفولتية $V(t) = V_m \cos(\omega t)$ تطبق إلى مكونات الشبكة من مقاومات ومحثات ومتسعات (مثال شبكة RLC). طور مصدر الفولتية هو $V = V_m \angle 0^\circ$ والمعاوقة المكافئة للشبكة هي $Z = |Z| \angle \theta = R + jX$ وطور الفولتية هو:

$$I_c = \frac{V}{Z} = \frac{V_m \angle 0^\circ}{|Z| \angle \theta} = I_m \angle -90^\circ \quad (8.52)$$

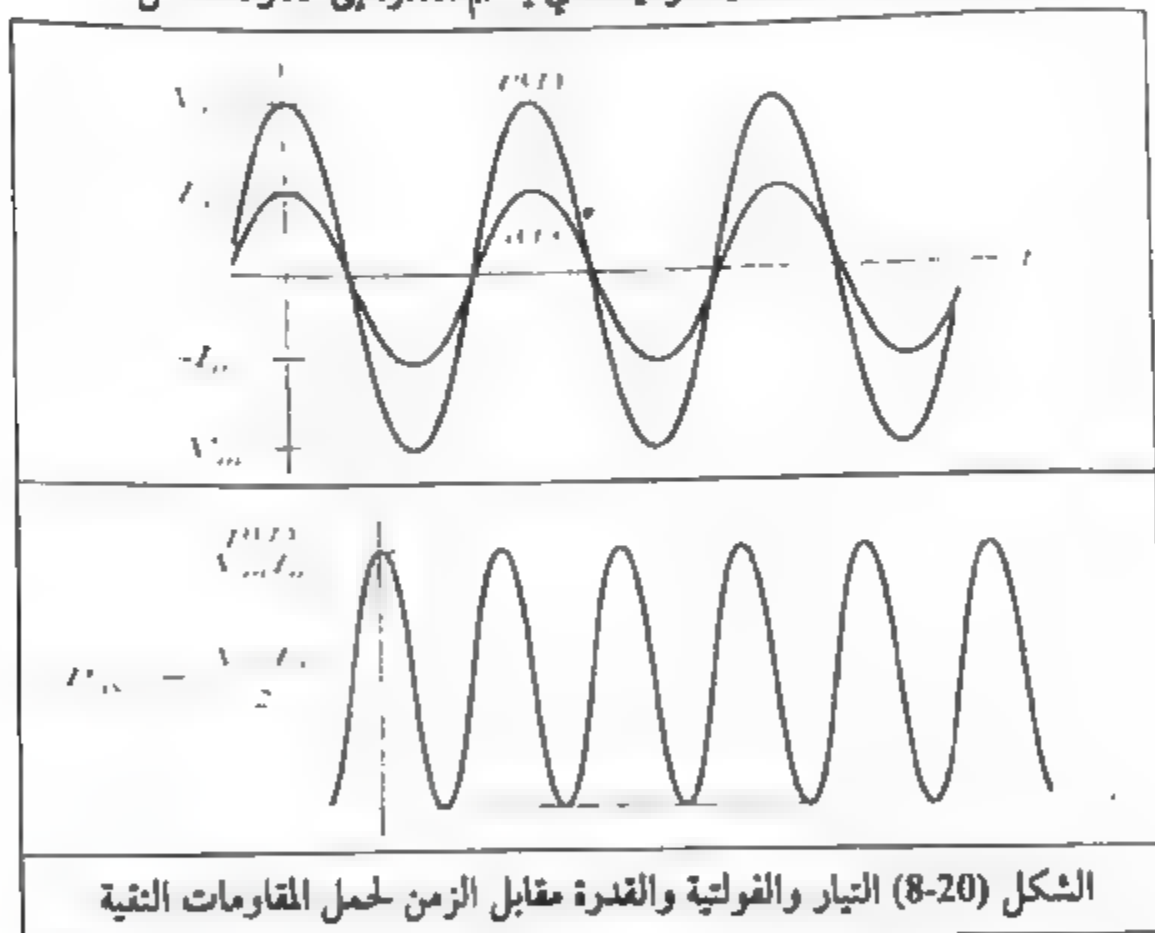
وكما نعرف إن :

$$I_m = \frac{V_m}{|Z|} \quad (8.53)$$

قبل أن نعتبر أن القوة سلمت من المصدر إلى الحمل العام نعتبر أن حمل المقاومة نقي و حمل المحث نقي و حمل المتسعة نقي.



الشكل (8-19) مصدر الفولتية الذي يسلم القدرة إلى معاوقة الحمل



الشكل (8-20) التيار والفولتية والقدرة مقابل الزمن لحمل المقاومات النقية

8-5-1 التيار والفولتية والقدرة لمقاومة الحمل

Current, Voltage and Power for a Resistive Load

أولاً نعتبر أن المقاومة نقية في أي شبكة لذلك تكون $\theta = 0$ و نحصل على:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t)$$

$$P(t) = V(t) i(t) = V_m I_m \cos^2(\omega t)$$

رسم هذه الكميات موضع في الشكل (8-20) لاحظ أن التيار والفولتية لها نفس الطور (مثال كلاهما يصلان إلى قيم القمة عند نفس الزمن). بما أن $P(t)$ موجبة عند كل الأزمان نستنتج أن تدفق الطاقة يكون بشكل مستمر في الاتجاه من المصدر إلى الحمل (حيث يتحول إلى حرارة) وبالطبع قيمة القدرة تصعد وتهبط مع مقدار الفولتية والتيار.

8-5-2 التيار والفولتية والقدرة لحمل المحث

Current, Voltage, and Power for an Inductive Load

نعتبر أن حمل محث نقى لكل $\theta = 90^\circ$ $Z = \omega L$ $\angle 90^\circ$ $\theta = 90^\circ$ لذلك نحصل على:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - 90^\circ) = I_m \sin(\omega t)$$

$$P(t) = V(t) i(t) = V_m I_m \cos(\omega t) \sin(\omega t)$$

باستخدام العلاقات المثلثية $\cos(x)\sin(x) = (1/2)\sin(2x)$ فيصبح تعبير القدرة كمايلي:

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t)$$

الشكل (8-21a) يوضح رسم التيار والفولتية والقدرة لاحظ أن التيار يتأخر عن الفولتية بزاوية مقدارها 90° . نصف زمن القدرة هو موجب وواضح أن القدرة تسلم إلى المحث حيث أنها تخزن في المجال المغناطيسي. للنصف الآخر من الزمن القدرة تكون سالبة وواضح أن المحث تعيد الطاقة إلى المصدر لاحظ أن متوسط القدرة صفر في هذه الحالة نستطيع القول أن القدرة التفاعلية تتدفق من المصدر إلى الحمل.

8-5-3 التيار والفولتية والقدرة لحمل سعوي

Current, Voltage, and Power for Capacitive Load

نعتبر أن حمل المتسعة نقسي لأي $Z = (1/\omega C) \angle -90^\circ$ لذلك $\theta = -90^\circ$ وذلك نحصل على:

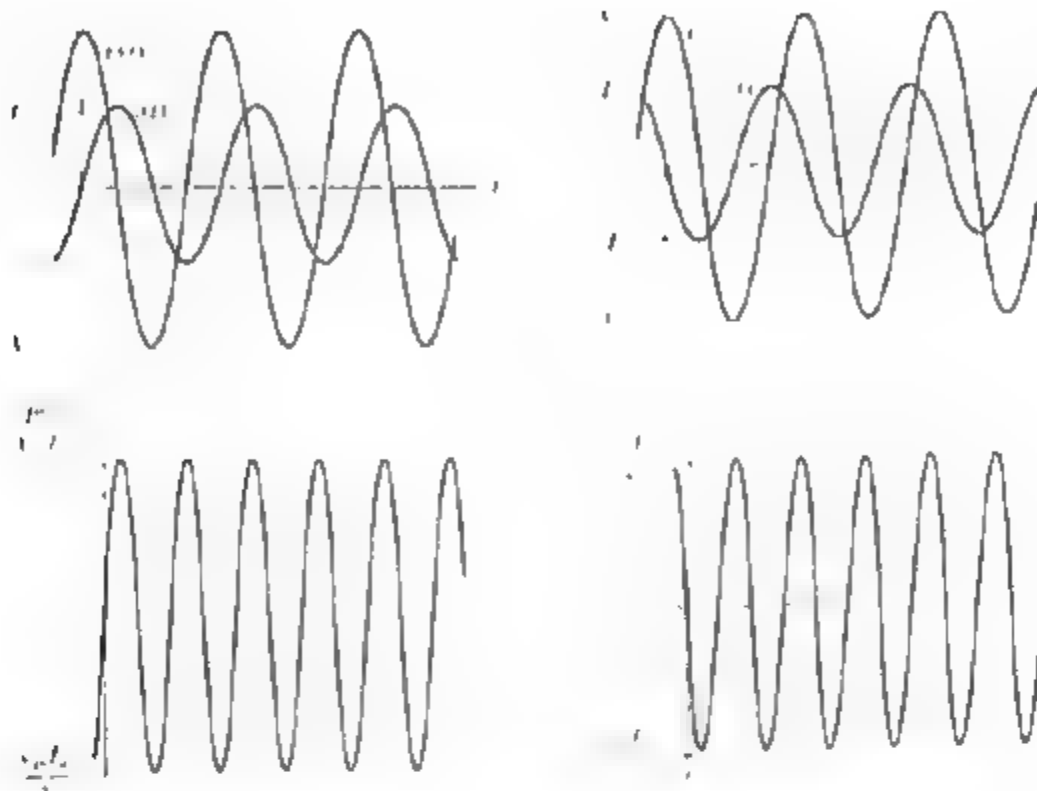
$$V(t) = V_m \cos(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + 90^\circ) = -I_m \sin(\omega t)$$

$$P(t) = V(t) i(t) = -V_m I_m \cos(\omega t) \sin(\omega t)$$

$$= -\frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t)$$

الشكل 5-21b يوضح رسم التيار والفولتية والقدرة هنا أيضاً متوسط القدرة صفر وتستطيع القول أن القدرة التفاعلية تتدفق. على كل حال لاحظ مايلي :



(A) حل حثي نقي

(B) حل سعوي نقي

الشكل (8-21) التيار والفولتية والقدرة على مقابل الزمن لعناصر خزن الطاقة النقية

قدرة المتسعة تحمل إشارة عكسية لإشارة المحث لذلك نستطيع القول أن قدرة المقاومة موجبة للمحث وسالبة للمتسعة. إذا كان الحمل يحتوي على محث ومقاومة لها قدرات تفاعلية متساوية في المقدار فإن القدرات التفاعلية تلغى.

8-5-4 أهمية القدرة الفعالة Importance of Reactive Power

إذا كانت لا توجد قدرة مستهلكة في عناصر خزن الطاقة النقية (لمحث والمتسعة) فإنه يبعث القدرة التفاعلية اهتمام من قبل مهندسين أنظمة القدرة لأن خطوط الأرسال والمحولات والقواطع (fuses) بالإضافة إلى عناصر أخرى يجب أن تكون قادرة على مقاومة التيار المرتبطة بالقدرة التفاعلية ومن المحتمل أن يكون

لديها أحمال متكونة من عناصر خزن الطاقة التي تسحب تيارات كبيرة تتطلب أسلاك توزيع عالية التحمل. بالرغم من أن قوة متوسط إلى حد ما تستهلك لذلك نجد أن الشركات المزودة بالقدرة الكهربائية تزود زبائنهم الصناعيين بالقدرة الفعالة (ولكن بنسبة منخفضة) بالإضافة إلى الطاقة الكلية المبذورة.

8-5-5 حسابات القدرة للحمل العام

Power Calculation for a General Load

الفولتية والتيار والقدرة لأي حمل RLC يمكن أن يكون طورها له قيمة من

-90° إلى 90° لذلك نحصل على:

$$V(t) = V_m \cos(\omega t) \quad (8.54)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \theta) \quad (8.55)$$

$$P(t) = V_m I_m \cos(\omega t) \sin(\omega t - \theta) \quad (8.56)$$

باستخدام العلاقات المثلثية:

$$\cos(\omega t - \theta) = \cos(\theta)\cos(\omega t) + \sin(\theta)\sin(\omega t)$$

نستطيع وضع المعادلة (8.56) في الشكل :

$$P(t) = V_m I_m \cos(\theta)\cos^2(\omega t) + V_m I_m \sin(\theta) \cos(\omega t)\sin(\omega t) \quad (8.57)$$

باستخدام العلاقات المثلثية :

$$\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega t)$$

$$\cos(\omega t)\sin(2\omega t) = \frac{1}{2}\sin(2\omega t)$$

يمكن كتابة المعادلة (8.57) كما يلي:

$$P(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta)[1 + \cos(2\omega t)] + \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta)\sin(2\omega t) \dots \quad (8.58)$$

لاحظ أن الحدود المتضمنة $\cos(\omega t)$ و $\sin(\omega t)$ لها قيم متوسطة صفر لذلك متوسط القدرة P يعطى بالعلاقة التالية :

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta) \dots \dots \dots (8.59)$$

باستخدام القيمة الفعالة (r.m.s):

$$V_{r.m.s} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad I_{r.m.s} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

نكتب تعتبر متوسط القدرة كما يلي:

$$P = V_{r.m.s} I_{r.m.s} \cos(\theta) \quad (8.60)$$

وحدة القدرة هي الواط (w).

8-5-6 عامل القدرة Power Factor

الحد $\cos(\theta)$ يسمى عامل القدرة.

$$PF = \cos(\theta) \quad (8.61)$$

للتبسيط نفرض أن طور الفولتية صفر وبشكل عام طول الفولتية يمكن أن يكون له قيمة غير الصفر لذلك ؟ يجب أن تؤخذ كطور للفولتية θ_v ناقص طور التيار θ_i .

$$\theta = \theta_v - \theta_i \quad (8.62)$$

أحياناً تسمى ؟ بزاوية القدرة غالباً عامل القدرة يوضع كنسبة. أيضاً يحدد هل التيار يتقدم (إذا كان الحمل متعة) أو يتأخر (إذا كان الحمل محث). عند عامل القدرة المثالي يكون التأخير بنسبة 90% وهذا يعني أن $\cos(\theta) = 0.9$ والتيار يتأخر عن الفولتية.

8-5-7 القدرة الفعالة Reactive Power

يمثل الحد الأيمن للمعادلة (8 58) أن القدرة تتدفق للخلف وللأقسام بين المصدر وعناصر خزن الطاقة قيمة قمتها القدرة الفعالة.

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta) \dots \dots \dots (8.63)$$

ويمكن كتابتها بالصورة التالية :

$$Q = V_{r.m.s} \sin(\theta) \dots \dots \dots (8.64)$$

(لاحظ إذا كان حمل المقاومة نقي فإن $\theta = 0$ و $Q = 0$)

الوحدات الفيزيائية للقدرة الفعالة هي الوات وفي الحقيقة نجد أن Q لا يمثل تدفق الطاقة ولكنها وحدات تعطي غالباً كـ (VARs) الذي يمثل (Volt Amperes Reactive).



الشكل (8-22) مثلثات القدرة لأحمال المحث والمتسعة

8-5-8 القدرة الظاهرية Apparent Power

تعرف القدرة الظاهرية بأنها حاصل ضرب تأثير الفولتية في تأثير التيار:

$$\text{Apparent power} = V_{r.m.s} I_{r.m.s}$$

وحداتها (VA) Volt-amperes :

بإستخدام المعادلة (8 60) والمعادلة (8.3) نحصل على:

$$P^2 + Q^2 = (V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 \cos^2(\theta) + (V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 \sin^2(\theta)$$

بما أن $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ لذلك نحصل على:

$$P^2 + Q^2 = (V_{r.m.s} I_{r.m.s})^2 \quad (8.64)$$

8-5-9 Units

غالباً الوحدات تعطى للكمية المشار إليها وإذا كانت الكمية هي قدرة فإن وحدتها هي الواط (w) وإذا كانت قدرة فعالة (VAR) أو قدرة ظاهرية (VA) مثال إذا كان لدينا حمل كانت القدرة عليه 5 KW هذا يعني أن $P=5 \text{ KW}$ وإذا كان لدينا حمل القدرة عليه 5 KVAR فهذا يعني أن $Q=5 \text{ KVAR}$.

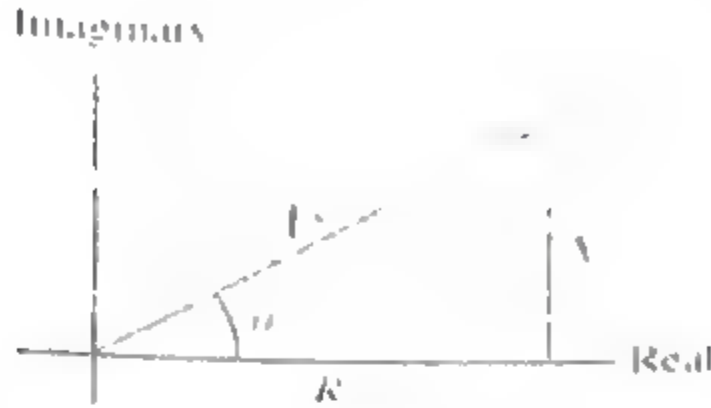
8-5-10 Power Triangle

العلاقة بين القدرة الحقيقية P والقدرة الفعالة Q والقدرة الظاهرية $V_{r.m.s} I_{r.m.s}$ وزاوية القدرة ؟ يمكن تمثيلها بمثلث القدرة حيث يوضح الشكل (8-22a) مثلث القدرة إذا كان الحمل عمت وفي أي حالة تكون قيمة ؟ و Q موجبة ويوضح الشكل (8-22b) مثلث القدرة إذا كان الحمل عمت وفي أي حالة تكون قيمة ؟ و Q سالبة.

8-5-11 Addition Power Relationships

المعاوقة Z هي:

$$Z = \angle 33.7^\circ = R + jX$$



الشكل (8-23) معاوقة الحمل في المستوى المركب

في الشكل (8-23) تمثل R معاوقة الحمل ويمثل X لمفاعلة ويمكن كتابتها كما يلي:

$$\cos(\theta) = \frac{R}{|Z|} \quad (8.65)$$

$$\sin(\theta) = \frac{X}{|Z|} \quad (8.66)$$

بتعويض المعادلة (8.65) في المعادلة (8.59) فنحصل على:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \times \frac{R}{|Z|} \quad (8.67)$$

من (8.53) $I_m = V_m / Z$ وبذلك نحصل على:

$$P = \frac{I_m^2}{2} R \quad (8.68)$$

باستخدام العلاقة $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ نحصل على:

$$P = I_{rms}^2 R \quad (8.69)$$

وبالمثل بإمكاننا أن نوضح أن:

$$Q = I_{rms}^2 X \quad (8.70)$$

في المعادلة (8-70) نأخذ جيب التمام $\sin x$ حيث إن قيمة x إذا كان الحمل بحث موجبة بينما تكون قيمة x سالبة إذا كان الحمل متسعة وهذا يعني أن قيمة Q موجبة إذا كان الحمل بحث وسالبة إذا كان الحمل متسعة. كما وضعنا سابقاً أن متوسط القدرة المبذولة في المقاومة هي:

$$P = \frac{V_{r.m.s}^2}{R} \quad (8.71)$$

حيث أن $V_{r.m.s}$ هي القيمة الفعالة للفتولتية المسلطة على المقاومة (لاحظ في الشكل (8-19) أن مصدر الفتولتية لا يظهر على المقاومة). بالمثل نحصل على:

$$Q = \frac{V_{x,r.m.s}^2}{X} \quad (8.72)$$

حيث أن $V_{x,r.m.s}$ هي القيمة الفعالة (r.m.s) للفتولتية المسلطة على المقاومة ويبين أن قيمة x سالبة إذا كان الحمل بحث وسالبة إذا كان الحمل متسعة.

مثال 8-6

حساب القدرة المتناوبة AC Power Calculations

احسب القدرة والقدرة الفعالة المأخوذة من المصدر في دائرة المثال (8-4) أيضاً احسب القدرة والقدرة الفعالة المبذولة في كل عنصر في الدائرة. وتذكر أن الدائرة والتيارات قمنا بحسابها في المثال (8-4) الموضع في الشكل (8-25).

الحل :

لإيجاد القدرة والقدرة الفعالة للمصدر يجب أولاً إيجاد زاوية القدرة التي تعطى بواسطة المعادلة (8.62)

$$\theta = \theta_v - \theta_i$$

لزواوية لمصدر الفولتية هي $\theta_v = -90^\circ$ وزاوية التيار المبددة بواسطة المصدر هي $\theta_i = -135^\circ$ لذلك نحصل على:

$$\theta_v = -90^\circ - (-135^\circ) = 45^\circ$$

لقيمة الفعالة لفولتية و تيار المصدر هي:

$$V_{r.m.s} = \frac{|V_s|}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.071 \text{ V}$$

$$I_{r.m.s} = \frac{|I|}{\sqrt{2}} = \frac{0.1414}{\sqrt{2}} = 0.1 \text{ A}$$

نستخدم المعادلة (8-60) وللمعادلة (8.63) لحساب القدرة والقدرة الفعالة المبددة بواسطة المصدر.

$$P = V_{s,r.m.s} I_{r.m.s} \cos(\theta)$$

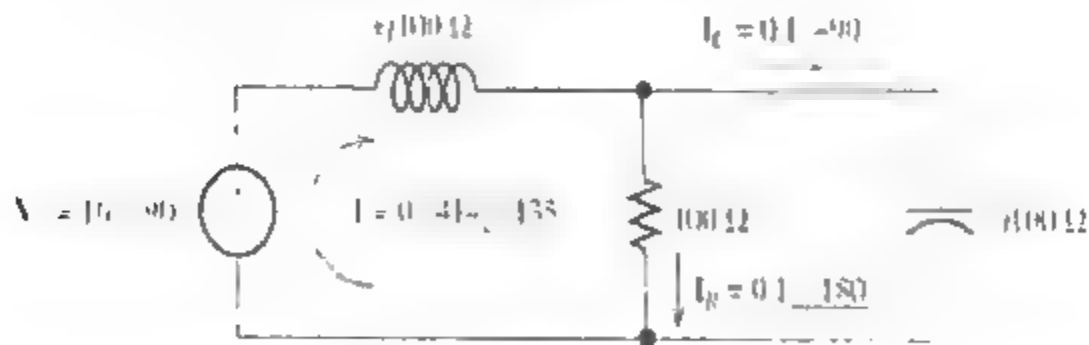
$$= 7.071 * 0.1 \cos(45^\circ) = 0.5 \text{ W}$$

$$Q = V_{s,r.m.s} I_{r.m.s} \sin(\theta)$$

$$= 7.071 * 0.1 \sin(45^\circ) = 0.5 \text{ VAR}$$

$$Q = V_{s,r.m.s} I_{r.m.s} \sin(\theta)$$

$$= 7.071 * 0.1 \sin(45^\circ) = 0.5 \text{ VAR}$$



الشكل (8-24) الدائرة وتوضيح التيارات للمثال (8-6)

نستخدم المعادلة (8.70) لحساب القدرة الفعالة المبذودة في الحث :

$$Q_L = I_{r.m.s}^2 X_L = (0.1)^2 (100) = 1 \text{ VAR}$$

وفي المتسعة نحصل على :

$$Q_C = I_{r.m.s}^2 X_C = \left(\frac{0.1}{\sqrt{2}} \right)^2 (-100) = -0.5 \text{ VAR}$$

لاحظ أننا نستخدم القيمة الفعالة (r.m.s) للتيار المار خلال المتسعة في هذه الحسابات علاوة على ذلك لاحظ أن المفاعلة السعوية X_L للمتسعة سالبة والمفاعلة الحثية تكون سالبة. القدرة الفعالة للمقاومة صفر وللتأكد بإمكاننا أن نثبت أن القدرة الفعالة المبذودة بواسطة المصدر تساوي مجموع القدرات الفعالة في الحث والمتسعة.

$$Q = Q_L + Q_C$$

القدرة المتبددة في المقاومة هي:

$$P_R = I_{r.m.s}^2 R = \left(\frac{|I_R|}{\sqrt{2}} \right)^2 R = \left(\frac{0.1}{\sqrt{2}} \right)^2 100 \\ = 0.5 \text{ W}$$

بالتأكيد القدرة الممتصة بواسطة المتسعة والحث تساوي صفر

$$P_L = 0$$

$$P_C = 0$$

لذلك تتبدد القدرة بواسطة المصدر وبواسطة المقاومة.

في أنظمة توزيع القدرة نجد بصورة مثالية أن مستوى القدرة والقدرة الفعالة والقدرة الظاهرية لها قيم أعلى من القيم الصغيرة في المثال السابق مثال مستوى القدرة الكبير يمكنه توليد 1000 MW المحرك الذي قدرته 100-hp والمستخدم في

التطبيقات الصناعية يستهلك حوالي 85 KW من القدرة الكهربائية عند الحمل الكامل.

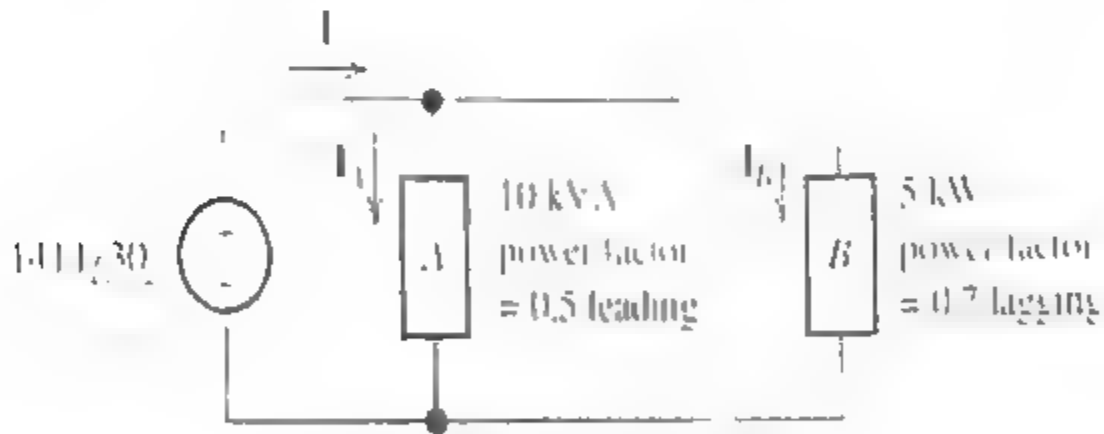
المقاومة المثالية تستهلك قدرة قيمتها في المدى من 10 W إلى 40 KW. متوسط القدرة للمنزل متوسط الحجم ولا يستخدم التسخين الحراري تساوي تقريباً 600 W ويجب عليك أن تحافظ على متوسط القدرة المستهلكة بحيث يكون الاستهلاك للقدرة المستخدمة بواسطة الأجهزة متوسط وهذا من الجوانب الاقتصادي وذلك بإغلاق الاضواء وأجهزة الكمبيوتر وغير ذلك من الأجهزة الغير مستخدمة.

مثال 8-7

استخدام مثلثات القدرة Using Power Triangles

في الشكل (8-25) مصدر الفولتية مجهز القدرة إلى حملين مربوطين على التوازي.

جد القدرة والقدرة الفعالة وعامل القدرة للمصدر أيضاً جد التيار I .



الشكل (8-25) دائرة المثال (8-7)

الحل

برأسطة الوحدات المعطاة في الشكل نلاحظ أن الحمل له قدرة ظاهرية (10) (KVA) وفي الجانب الآخر القدرة على الحمل B (5 KW) علاوة على ذلك الحمل A له عامل قدرة 0.5 للتقديم.

التيار يتقدم على الفولتية في الحمل A وبإمكاننا أن نقول أن الحمل A هو متسعة وبالمثل الحمل B له عامل قدرة 0.7 للتأخير (أو محث). ففرضنا إيجاد القدرة والقدرة الفعالة لكل حل بعد ذلك نضيف هذه القيم لإيجاد القدرة والقدرة الفعالة للمصدر و أخيرا نحسب عامل القدرة للمصدر ثم نجد التيار.

بما أن الحمل A له عامل قدرة للتقديم (متسعة) فإن القدرة الفعالة Q زاوية القدرة QA تكون سالبة والشكل (8-26a) يوضح مثلث القدرة للحمل A وعامل القدرة هو

$$\cos(\theta_A) = 0.5$$



(a) حمل حثي (? موجبة)



(b) حمل سموي (? سالبة)

الشكل (8-26) مثلثات القدرة للأحمال A و B للمثال (8-7)

القدرة هي :

$$P_A = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_A) = 104 (0.5) = 5 \text{ KW}$$

بجمل المعادلة (8-64) للقدرة الفعالة نحصل على

$$Q_A = \sqrt{(V_{rms} I_{rms})^2 - P_A^2}$$

$$= \sqrt{(104)^2 - (5000)^2}$$

$$= -8.660 \text{ KVAR}$$

لاحظ أننا اخترنا قيمة سالبة للقدرة الفعالة Q_A لأننا نعرف أن القدرة الفعالة سالبة إذا كان الحمل متسعة (تقديم).

مثلث القدرة للحمل B موضح في الشكل (5-26b) احمل B له عامل قدرة للتأخير (محث) ونعرف أن القدرة المعالة Q_B وزاوية القدرة Q_B موجبة كذلك:

$$Q_B = \arccos(0.7) = 45.57^\circ$$

$$Q_B = 5.101 \text{ KVAR}$$

في هذه النقطة نجد القدرة والقدرة الفعالة المبددة بواسطة المصدر

$$P = P_A + P_B = 5 + 5 = 10 \text{ KW}$$

$$Q = Q_A + Q_B = -8.660 + 5.101 = -3.559 \text{ KVAR}$$

الآن بإمكاننا رسم مثلث للمصدر الموضح في الشكل (8-27) وبما أن Q سالبة وزاوية القدرة سالبة لذلك نحصل على:

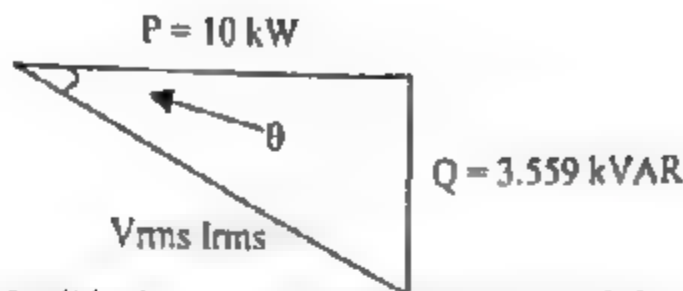
$$Q = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = \arctan\left(\frac{-3.559}{10}\right) = -19.59^\circ$$

عامل القدرة هو:

$$\cos(\theta) = 0.9421$$

يعبر مهندسي أنظمة القدرة عن عامل القدرة كنسبة حيث أن عامل القدرة

هو 0.94219



الشكل (8-27) مثلث القدرة للمصدر في المثال (8-7)

باستخدام المثلثات نستطيع إيجاد القدرة الظاهرية بالعلاقة التالية:

$$V_{r.m.s} I_{r.m.s} = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(10)^2 + (-3.559)^2} \\ = 10.61 \text{ KVA}$$

تأثير مصدر الفولتية هو:

$$V_{r.m.s} = \frac{|V|}{\sqrt{2}} = 1 \text{KV}$$

لذلك يكون تأثير التيار :

$$I_{r.m.s} = \frac{V_{r.m.s} I_{r.m.s}}{\sqrt{2}} = \frac{10.61 \text{KVA}}{1 \text{KVA}} = 10.61 \text{A}$$

قيمة قمة التيار هي :

$$i = |i| = \sqrt{2} I_{r.m.s} = 15 \text{A}$$

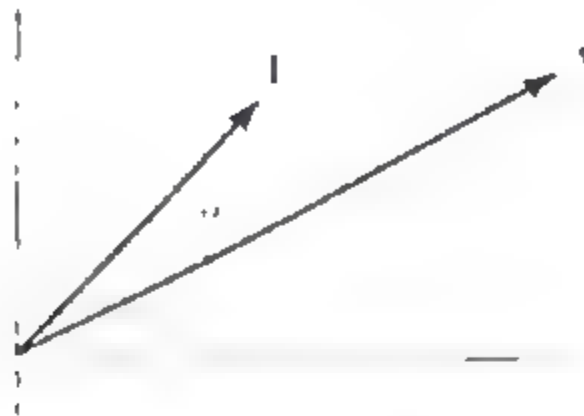
بالتعويض في معادلة زاوية التيار (8-62) نحصل على :

$$\theta_i = \theta_v - \theta = 30^\circ - (-19.59^\circ) = 49.59^\circ$$

لذلك فإن التيار :

$$i = |i| \angle \theta = 15 \angle 49.59^\circ$$

مخطط طور التيار والفولتية موضح في الشكل (8-28) لاحظ أن التيار يتقدم على الفولتية.



الشكل (8-28) مخطط الطور للمثال (8-7)

8-5-12 تصحيح عامل القدرة Power-Factor Correction

التيارات الكبيرة يمكنها المرور في أجهزة تخزين الطاقة (المحث والمتسعة) بدون تبديد متوسط القدرة. في الصناعات الثقيلة الكثير من الاحمال حثية ويتدفق مقدار كبير من القدرة لفعالة. الخطوط والمحولات يجب أن يكون لها نسب أعلى من النسب الضرورية لإمرار نفس متوسط القدرة إلى حمل المقاومة (عامل القدرة 100%).

مثال 8-8:

تصحيح عامل القدرة Power-Factor Correction

حمل قدرته 50 kw يعمل من 10 KVrms - 60Hz وعامل القدرة بنسبة 10% للتأخير، أحسب المتسعة التي يجب وضعها على التوازي مع الحمل للحصول على عامل قدرة بنسبة 90% تأخير؟

الحل :

نجد أولاً زاوية قدرة الحمل

$$\theta_L = \arccos(0.6) = 53.13^\circ$$

بمساحة ١٠٠٠ م² من مساحة التربة

حيث كانت سرعة تدفق المياه (تدفق المياه) مقدار ١٠٠٠ م³/ساعة

$$Q = 1000 \text{ م}^3/\text{ساعة} = 0.278 \text{ م}^3/\text{دقيقة}$$

حيث كانت سرعة تدفق المياه (تدفق المياه) مقدار ١٠٠٠ م³/ساعة

$$Q = 1000 \text{ م}^3/\text{ساعة} = 0.278 \text{ م}^3/\text{دقيقة}$$

تصبح كمية حصى مقذرة عندئذ تصبح

$$Q_s = 0.278 \times 1000 = 278 \text{ م}^3/\text{ساعة}$$

حيث يجب أن تكون سرعة تدفق المياه مستمرة

$$Q_s = 0.278 \times 1000 = 278 \text{ م}^3/\text{ساعة}$$

نستطيع إيجاد سرعة التدفق من خلال

$$Q_s = \frac{Q}{C} = \frac{0.278}{0.001} = 278 \text{ م}^3/\text{ساعة}$$

تغير سرعة التدفق هو ١ - ١٠٠٠ م³/ساعة

وتسعة م³/ساعة بحجمه هو

$$C = \frac{Q_s}{Q} = \frac{278}{0.278} = 1000$$

سؤال ١٢

إذا كانت سرعة تدفق المياه ١٠٠٠ م³/ساعة

فما هي كمية حصى مقذرة عندئذ تصبح

إذا كانت سرعة تدفق المياه ١٠٠٠ م³/ساعة

فما هي كمية حصى مقذرة عندئذ تصبح

كمية حصى

فما هي كمية حصى مقذرة عندئذ تصبح

الجواب:

$$I = 14.14 \angle 40^\circ, Q = 0 - a$$

$$I = 70.7 \angle -38.46^\circ, Q = 24.49 \text{ KVAR} - b$$

c- مقادير التيارات الموصلات الضرورية تكون أعلى بنمسة أمثل المقادير في الجزء (b). وكلفة الأسلاك تكون منخفضة عند عامل قدرة 100%.

سؤال 8-13:

مصدر فولتية له $60 \text{ Hz} - 1 \text{ KV}_{\text{rms}}$ ويمرر قدرة إلى حملين مربوطين بصورة متوازية وكان الحمل الأول متسعة قيمتها $10 \mu\text{F}$ والحمل الثاني بمنص قدرة مقدارها 10 KVA بعامل قدرة نسبته 80% للتأخير. جد القدرة الكلية والقدرة الفعالة وعامل القدرة للمصدر وإيضاً جد القيمة الفعالة (rms) لمصدر التيار.

الجواب :

$$I_{\text{rms}} = 8.305 \text{ A}, PF = 96.33\% \text{ للتأخير}, Q = 2.23 \text{ KVAR}, P = 8 \text{ KW}$$

8-6 دوائر مكافئات ثيفينين ونورتون

Thevenin and Norton Equivalent Circuits

عرفنا أن الشبكات ثنائية المدخل المؤلفة من مصادر ومقاومات لها دائرة مكافئة Thevenin تحتوي مصدر جهد بالتوالي مع مقاومة ويمكن تطبيق هذا المفهوم على الدوائر المؤلفة من مصادر جيبيية (لها نفس التردد) ومقاومات ومحثات ومتسعات في هذه الحالة فإن مكافئ ثيفينين (Thevenin) يتكون من مصدر جهد طورري بالتوالي مع معاوقة مركبة كما هو مبين في الشكل (8-29) نذكر أن الأطوار والمعاوقات المركبة تطبق فقط للعمل في الحالة الثابتة كذلك فإن مكافئات ثيفينين (Thevenin) تسمح فقط للعمل في الحالة المستقرة للدائرة.



الشكل (8-29) مكافئ ثيفينين لدائرة متناوبة ac تتكون من فولتية طور المصدر V_s مربوط على التوالي مع الممانعة المركبة Z_1

كما في دوائر المقاومة فإن جهد ثيفينين (Thevenin) يساوي جهد الدائرة المفتوحة على طرفي الدائرة. في الدوائر المتناوبة ac فأنتا نستخدم الأطوار لذلك فيمكننا أن نكتب المعادلة:

$$V_t = V_{oc} \quad (8.73)$$

يمكن إيجاد ممانعة ثيفينين Z_t (Thevenin) يمكن أن توجد من خلال تصفير المصادر المستقلة (عمل دائرة قصيرة) والنظر من خلال الأطراف لإيجاد الممانعة المكافئة (تذكر أن تصفير مصدر الجهد سوف يقلل من الجهد إلى أن يصل إلى الصفر لذلك يصبح دائر قصر (Short circuit) في المقابل فإن تصفير مصدر لتيار سيقفل التيار إلى أن يصل إلى الصفر وبذلك يصبح دائرة مفتوحة) ويجب تذكر أن المصادر الغير مستقلة لا ينبغي أن تصفر.

وهناك طريقة أخرى لتحديد معاوقة ثيفينين Thevenin هي بإيجاد التيار لدائرة القصر I_{sc} وجهد الدائرة المفتوحة V_{oc} وتعطى ممانعة ثيفينين (Thevenin) بالعلاقة التالية:

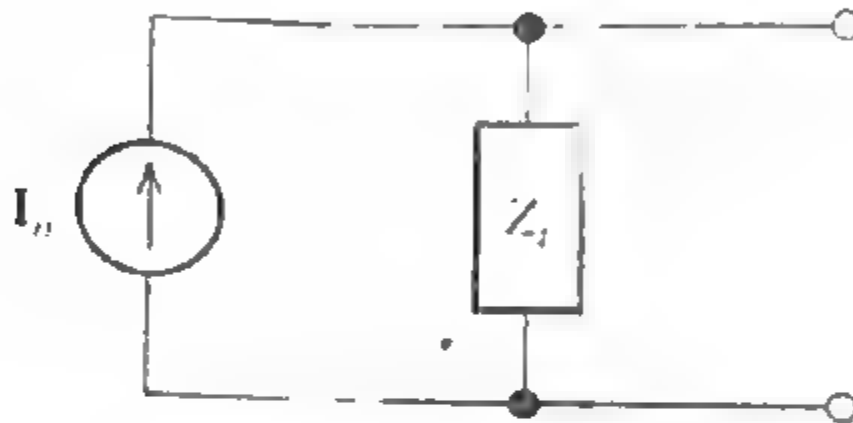
$$Z_t = V_{oc} / I_{sc} \quad (8.74)$$

$$= V_t / I_{sc}$$

8-6-1 دوائر مكافئ نورتن

مكافئ آخر لدائرة التيار المتناوب (ac) في الحالة المستقرة ذات الطرفين وهي مكافئ نورتن والذي يتكون من مصدر تيار ذوئي I_n بالتوازي مع ممانعة ثيفينين كما موضح في الشكل (8-30) تيار نورتن يساوي تيار دائرة القصر للدائرة الاصلية:

$$I_n = I_{sc} \quad (8.75)$$



الشكل (8-30) دائرة مكافئ نورتن

مثال 8-9:

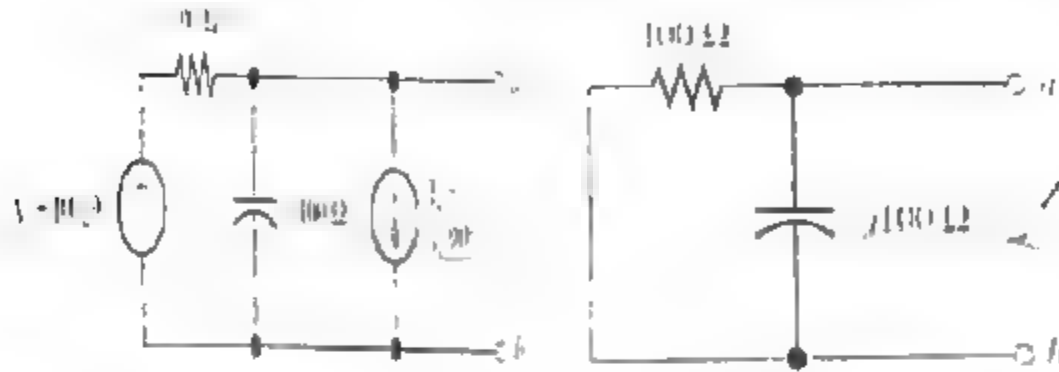
مكافئات ثيفينين ونورتن Thevenin and Norton Equivalent

جد مكافئ ثيفينين ونورتن للدائرة المكافئة في الشكل (8-31a)

الحل:

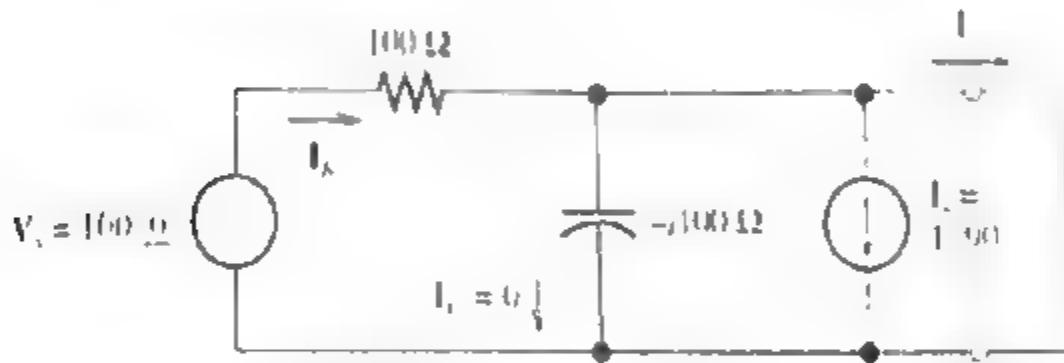
يجب علينا أولاً ان نختار كميتين من الثلاث الكميات: V_{oc} أو I_{sc} أو Z_t . في هذه الحالة سنختار في البداية تصغير مصدر الجهد لإيجاد Z_t بعد أن ننهي هذا الجزء من المسألة سوف نجد تيار دائرة القصر (short circuit).

إذا جعلنا المصادر صفر قاننا نحصل على الدائرة الموضحة في الشكل (8-31b). وبذلك يصبح مكافئ ثيفينين هو الممانعة المنظورة من خلال الاطراف a-b، وهي مجموعة التوازي للمقاومة والممانعة.



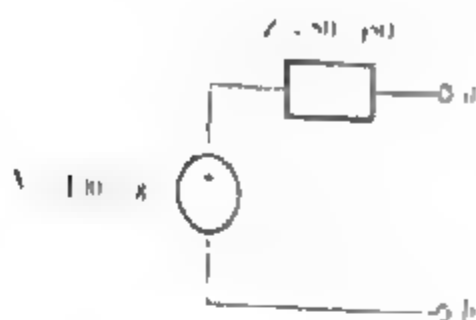
a - الدائرة الاصلية

b - الدائرة بعد تصفير المصادر

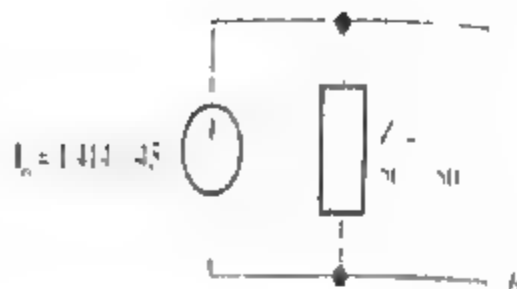


c - الدائرة مع القصر

الشكل (8-31) دائرة المثال (8-9)



ـ مكافئ ثيفينين



ـ مكافئ نورتون

الشكل (8-32) مكافئات ثيفينين ونورتون لدائرة الشكل (8-31a)

وبذلك نحصل على:

$$Z_{th} = \frac{1}{1/100 + 1/(-j100)}$$

$$= \frac{1}{0.01 + j0.01}$$

$$= \frac{0.01414}{45^\circ}$$

$$= 70.71$$

$$= 50 - j50 \Omega$$

الآن نطبق القصر الى الاطراف a-b لايحاد التيار، هذا موضع في الشكل (8-31c). عند قصر الدائرة فان الجهد المسلط على المتسعة يساوي صفراً، لذلك فان $I_C = 0$ وبالتالي فان جهد المصدر V_S يظهر على المقاومة ومنه نحصل على:

$$I_R = \frac{V_S}{100} = \frac{100}{100} = 1A$$

وبنطبق قانون كيرشوف للتيار يمكن أن نكتب:

$$I_{sc} = I_R - I_S = 1 - 1 \angle -45^\circ = 1 - j = 1.414 \angle -45^\circ A$$

بعد ذلك لحل المعادلة (8.74) لجهد ثيفينين:

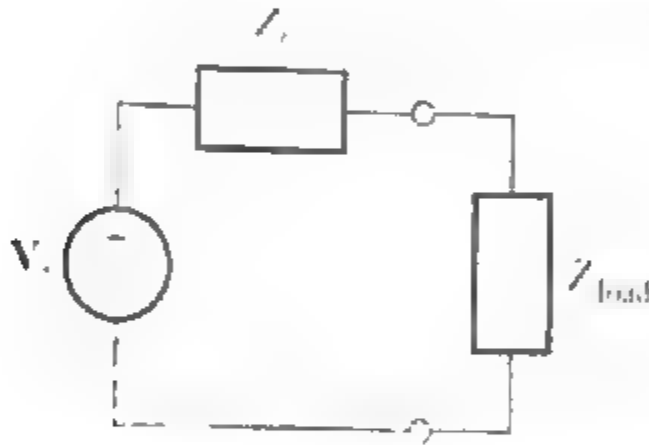
$$V_1 = I_{SC} Z_1 = 1.414 \angle 45^\circ \times 70.71 \angle -45^\circ = 100 \angle -90^\circ$$

أخيرا نرسم مكافئ ثيفينين ونورتن الموضحة في الشكل (8-32).

8-6-2 نقل اعظم قدرة Maximum Power Transfer

بعض الاحيان نواجه مشكلة ضبط عمانعة الحمل لنقل اعظم قدرة من طرفي الدائرة.

الشكل (8-33) يوضح هذا العمل حيث نمثل طرفي الدائرة بمكافئ ثيفينين. بالطبع فان القدرة المجهزة الى الحمل تعتمد على معاوقة الحمل.



الشكل (8-33) مكافئ ثيفينين لطرفي الدائرة التي تحور قدرة الى معاوقة الحمل

حمل دائرة القصر لا يستلم قدرة بسبب أن الجهد المسلط يساوي صفر. وبالمثل فان حمل دائرة مفتوحة لا يستقبل قدرة بسبب أن التيار خلالها يساوي صفر. واذا كان الحمل هو عمانعة نقية (حث أو متسعة) فانه لا يستلم لان عامل القدرة للحمل يساوي صفر.

أولا نفترض ان معاوقة الحمل يمكن أن تأخذ قيمة مركبة ولنقل اعظم قدرة فان معاوقة الحمل هي المرافق المركب لممانعة ثيفينين.

$$Z_{load} = Z^*$$

افترض أن ممانعة الحمل لنقل أعظم قدرة هي:

$$Z_{load} = Z^* = R - jX_t$$

بالطبع فإن الممانعة الكلية المنظورة بواسطة مصدر ثيفينين هي مجموع ممانعة ثيفينين وممانعة الحمل.

$$Z_{total} = Z_t = Z_{load}$$

$$= R_t + jX_t + R - jX_t$$

$$= 2R_t$$

هكذا فإن فإن عملية نقل أعظم قدرة إلى مقاومة الحمل تتوافق مع أعلى تيار. لمقارمات معينة نحصل على أعظم تيار باختيار ممانعة تقلل قيمة الممانعة الكلية.

في الحقيقية عندما تكون الممانعة الكلية مساوية للصفر فإننا نمتلك دائرة مقومة، حيث وضعتنا أنه يتم نقل أعظم قدرة عندما $R_{load} = R_t$. الحالة الثانية المرغوبة هي أن مقاومة الحمل لنقل أعلى قدرة تساوي قيمة ممانعة ثيفينين.

$$Z_{load} = R_{load} = |Z_t|$$

مثال 8-10:

حدد أعلى قدرة يمكن تجهيزها إلى الحمل من طرفي الدائرة الموضحة في الشكل (8-31a) إذا كان:

الحمل يمكن أن يكون قيمة مركبة

الحمل يجب أن يكون مقاومة نقية

الحل:

في المثال (8-9) وجدنا أن الدائرة لها مكافئ ثيفينين موضح في الشكل (8-32a). وممانعة ثيفينين هي:

$$Z_t = 50 - j50 \, \Omega$$

معاوقة الحمل المركبة لتقل أعظم قدرة هي:

$$Z_{load} = Z^* = 50 + j50 \, \Omega$$

مكافئ ثيفينين مربوط مع هذا الحمل كما موضح في الشكل (8-34a). والتيار هو

$$I_s = \frac{V_t}{Z_t + Z_{load}}$$

$$= \frac{100 \angle -90^\circ}{50 - j50 + 50 + j50}$$

$$= 1 \angle -90^\circ \text{ A}$$

أن القدرة المجهزة إلى الحمل هي

$$P = I_{rms}^2 R_{load} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 (50) = 25 \text{ W}$$

عندما يكون الحمل مقاومة نقية فإنه لتقل أعظم قدرة يكون:

$$R_{load} = |Z_t|$$

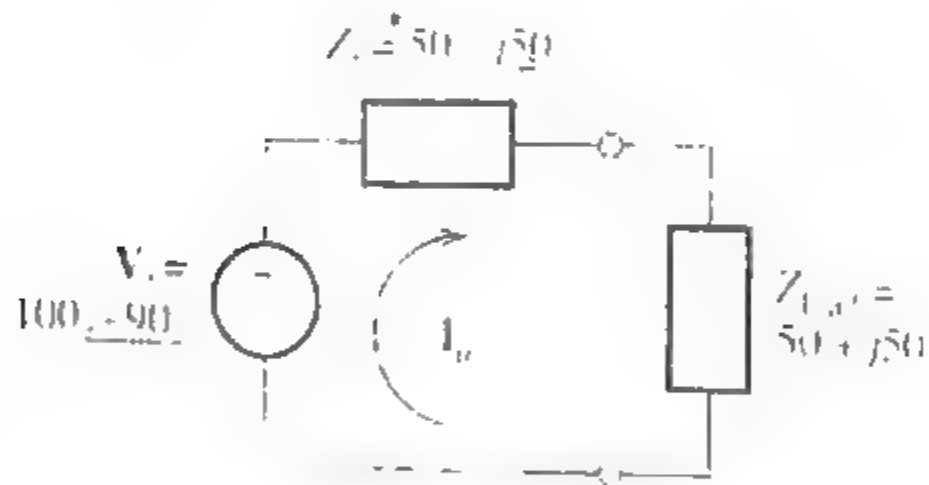
$$= |50 - j50|$$

$$= \sqrt{50^2 + (-50)^2}$$

$$= 70.71 \, \Omega$$

مكافئ ثيفين مع الحمل موضح في الشكل (8-34b). لذلك فإن التيار هو:

$$\begin{aligned}
 I_b &= \frac{V_t}{Z_t + Z_{load}} \\
 &= \frac{100 \angle -90^\circ}{5 - j50 + 50 + j70.71} \\
 &= \frac{100 \angle 0^\circ}{130.66 \angle -22.50^\circ} \\
 &= 0.7654 \angle -67.50^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$



(A)



(B)

الشكل (8-34) دائرة مكافئ ثيفين والاحمال للمثال (8-10)

القدرة المبذدة في هذا الحمل هي:

$$P = I_{\text{rms}}^2 R_{\text{load}}$$

$$= \left(\frac{0.7653}{\sqrt{2}} \right)^2 70.71$$

$$= 20.71 \text{ W}$$

سؤال 8-14:

جد ممانعة ثيفين وتيار نورتن للدائرة الموضحة في الشكل (8-35) ؟

الجواب:

$$I_o = 0.686 \angle -59.0^\circ \quad V_o = 70.71 \angle 45^\circ \quad Z_t = 100 + j25 \Omega$$

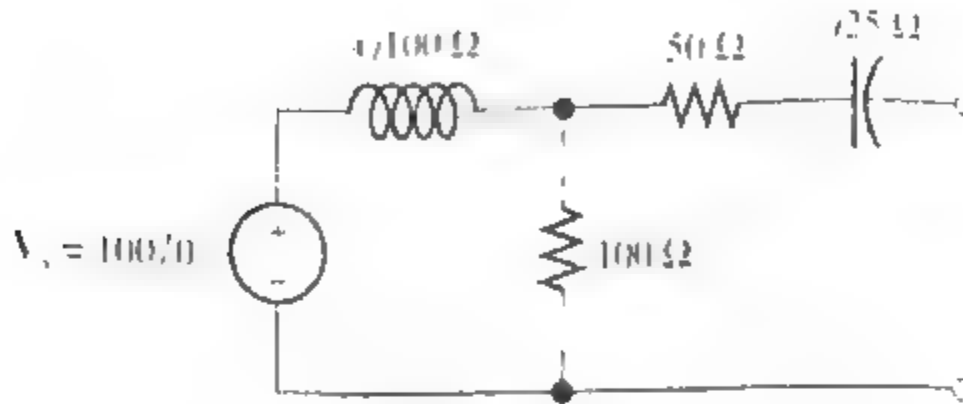
سؤال 8-15:

جد اعظم قدرة يمكن تبديدها الى الحمل من اطراف الدائرة في الشكل

(8-35) اذا كان:

a- الحمل له قيمة مركبة

b- الحمل عبارة عن قيمة مقاومة نقية

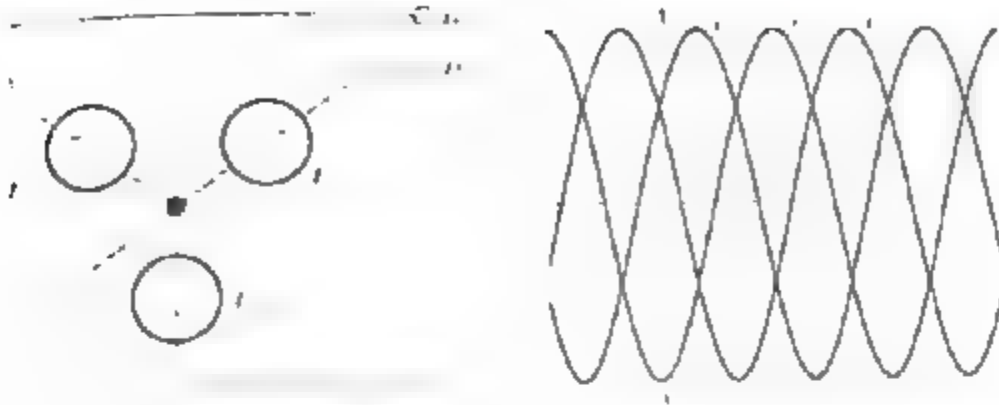


الشكل (8-35)

8-7 الدوائر ثلاثية الطور المتزنة Balanced Three-Phase Circuits

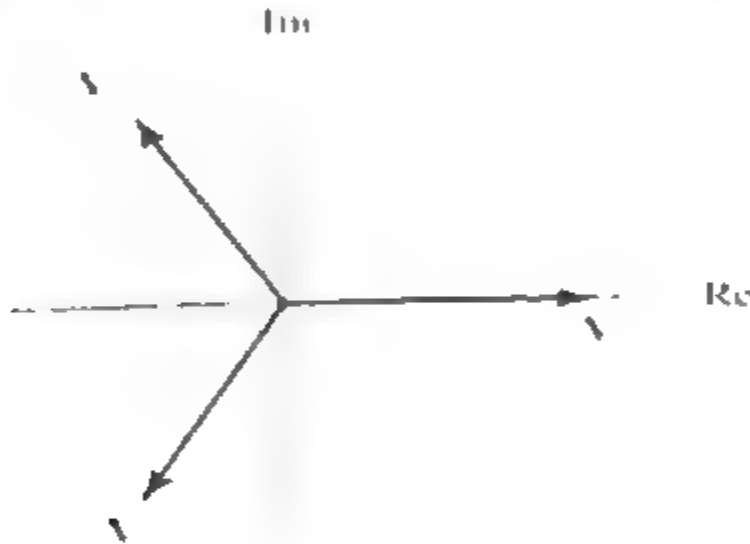
سوف نرى أن هناك محاسن هامة في توليد و توزيع القدرة بجهود متناوبة (AC) متعددة لها أطوار مختلفة . سنأخذ بعين الاعتبار الحالة العامة و هي : ثلاثة جهود متناوبة (AC) متساوية الانساع و لها أطوار 120° منفردة. هذا ما يعرف بمصدر ثلاثي الأطوار متزن ، و مثالا له ما يوضحه الشكل (8.36).

إن المصدر في الشكل (8.36a) هو عبارة عن ربط Y (Y connected) ، و في آخر الفصل سنأخذ بعين الاعتبار تشكيلة تعرف برابط دلتا ؟ (Δ connected) .



a- مصدر ثلاثي الطور

b- الفولتيات مقابل الزمن



b- مخطط الطور

الشكل (8-36) مصدر جهد ثلاثي الطور متوازن

الثلاثة الجهود الينة في الشكل (8.36a) تعطى كتالي :

$$V_{an}(t) = V_Y \cos (wt) \quad (8.76)$$

$$V_{bn}(t) = V_Y \cos (wt - 120^\circ) \quad (8.77)$$

$$V_{cn}(t) = V_Y \cos (wt + 120^\circ) \quad (8.77)$$

وحيث أن V_1 هو عبارة عن قيمة كل مصدر في تشكيلة ربط Y . هذه الجهود تتوافق مع أطوار هي :

$$V_{an} = \frac{V_Y}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \quad (8.79)$$

$$V_{bn} = \frac{V_Y}{\sqrt{3}} \angle -120^\circ \quad (8.80)$$

$$V_{cn} = \frac{V_Y}{\sqrt{3}} \angle 120^\circ \quad (8.81)$$

كما أن الشكل (8-36b) يوضح مخطط الطور.

8-7-1 ترتيب الطور Phase Sequence

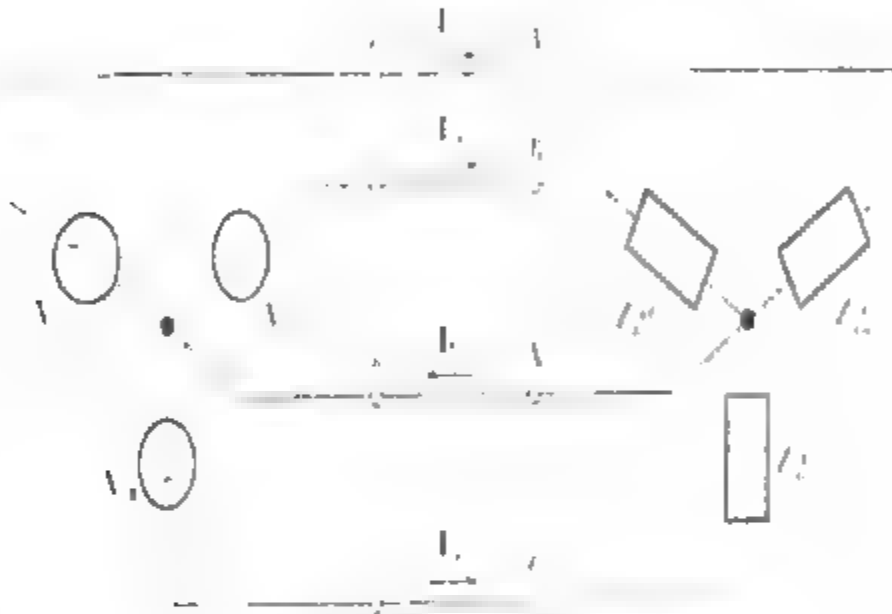
هذه المجموعة من الجهود لها سلسلة طور موجب بسبب أن الجهود تصل إلى قيمتها العليا في الترتيب abc بالعودة إلى الشكل (8.36c) و ملاحظة أن V_m يتقدم على V_m والذي بدوره يتقدم على V_m (تذكر أن الأطوار تدور عكس اتجاه عقرب الساعة في تحديد علاقات الطور) وإذا بدلت b مكان c فإننا سنحصل على ترتيب طور سالب في الترتيب abc

إن ترتيب لطور تكون مهمة إذا كان لدينا محرك حثي ثلاثي لطور فان اتجاه الدوران يكون عكس الاثنين من ترتيب الطور . ولعكس اتجاه دوران المحرك فإننا سوف نبادل بين b و c . و بسبب التشابه الكبير لكلا سلسلي الطور فإننا سنأخذ فقط ترتيب الطور الموجب في الماقسة التالية.

8-7-2 ربط (Y - Y) Wye-Wye connection

عند أخذ المصدر ثلاثي الطور المربوط إلى حمل ثلاثي الطور متوازن كما يوضحه الشكل (8.37) . إن الأسلاك $a-A$ و $b-B$ و $c-C$ تدعى خطوط (line) و أن السلك $n-N$ يدعى المحايد (neutral) . هذه التشكيلة تدعى ربط (Y-Y) بمحايد في مصطلح حمل متوازن (load balanced) نعي أن معوقات الحمل الثلاث تكون متساوية (سنأخذ فقط الأحوال المتوازنة).

مؤخرا سنلاحظ أن التشكيلات الأخرى تكون مفيدة. فمثلا يهدف السلك المحايد $n-N$. علاوة على ذلك فإن المصدر و الحمل يرتبطان في تشكيلة دلتا ؟ ، كما سنرى أن التيارات و الجهود و القدرة يمكن أن تحسب لهذه التشكيلات الأخرى و ذلك بإيجاد الدائرة المكافئة (Y-Y). لذلك فإن المفتاح لفهم الدوائر ثلاثية الطور هو الخبرة بدوائر (Y-Y).



الشكل (8-37) ربط (Y-Y) ثلاثي الطور مع وجود المحايد.

غالبا نستخدم مصطلح وجه للإشارة إلى جزء من المصدر أو الحمل. فمثلا الوجه A من المصدر هو V_{an} و الوجه A من الحمل هو معاوقة تربط بين A و N ، و نشير إلى V_Y كجهد طور أو كجهد خط إلى المحايد لمصدر نوع ربط Y . (مهندسو نظام القدرة غالبا يحددون القيم rms أكثر من قيم القمة ولكننا سنستخدم المتجهات التي لها قيم متساوية للقمة أكثر من قيم rms). علاوة على ذلك فإن التيار I_{aA} و I_{bB} و I_{cC} تدعى تيارات الخط (I_{aA} هو التيار من العقدة a إلى العقدة A كما هو موضح في الشكل (8.37)) .

التيار في الوجه A للحمل يعطى كالتالي:

$$I_{aA} = \frac{V_{aa}}{Z \angle \theta} = \frac{V_Y \angle 0^\circ}{Z \angle \theta} = I_L \angle -\theta$$

حيث أن $I_L = V_Y / Z$ وهو قيمة التيار الخطي بسبب أن معاوقات الحمل متساوية فإن كل تيارات تكون لها نفس القيمة وتختلف في الطور . هذه التيارات تعطى كالآتي :

$$I_{aA}(t) = I_L \cos(\omega t - \theta) \quad (8.82)$$

$$I_{bB}(t) = I_L \cos(\omega t - 120^\circ - \theta) \quad (8.83)$$

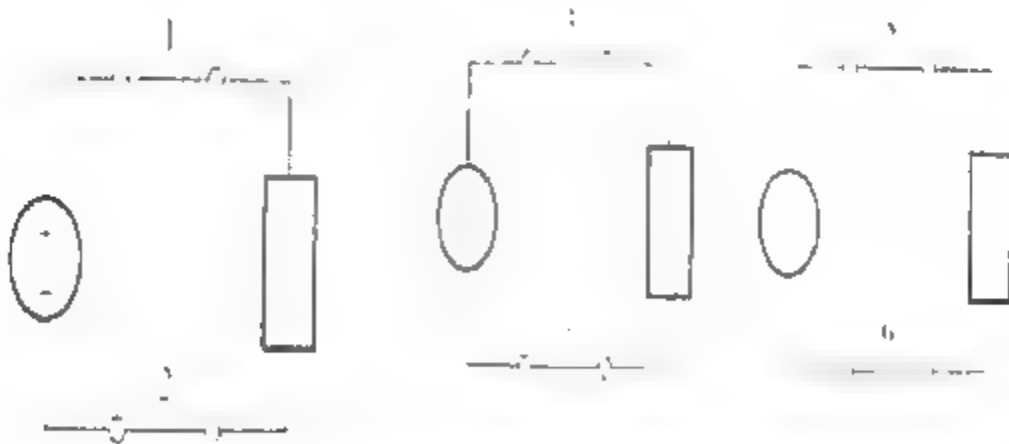
$$I_{cC}(t) = I_L \cos(\omega t + 120^\circ - \theta) \quad (8.84)$$

التيار المحايد في الشكل (8.37) يعطى بعلاقة:

$$I_{Nn}(t) = I_{aA}(t) + I_{bB}(t) + I_{cC}(t)$$

بتعبير المتجهات يكون:

$$\begin{aligned} I_{Nn} &= I_{aA} + I_{bB} + I_{cC} \\ &= I_L \angle -\theta + I_L \angle (-120^\circ - \theta) + I_L \angle (120^\circ - \theta) \\ &= I_L \angle -\theta (1 + \angle -120^\circ + \angle 120^\circ) \\ &= I_L \angle -\theta (1 - 0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866) \\ &= 0 \end{aligned}$$



الشكل (8.38) ستة أسلاك لمحتاجها لربط مصدر ثلاثي الطور إلى ثلاثة أحمال و القدرة في نظام ثلاثي الطور هي نفسها التي تنقل بثلاثة أسلاك.

هكذا فإن مجموع ثلاثة متجهات متساوية القيمة و كل جزء يفرق عن الذي يليه بزاوية 120° يكون صفراً.

لقد أوضحنا أن التيار المحايد يكون صفراً في النظام ثلاثي الطور المتوازن . وبالتالي فإن السلك المحايد يمكن أن يزال دون أن يغير أي من الجهود أو التيارات . إن مصادر الجهد الثلاثة تتوزع على معاوقات الحمل بواسطة ثلاثة أسلاك .

من المحاسن المهمة للأنظمة ثلاثية الطور مقارنة مع أحادية الطور هي أن التسليك لربط المصادر إلى الأحمال أقل كلفة كما هو موضح في الشكل (8.38) اخذنا ستة أسلاك لربط ثلاثة مصادر أحادية الطور إلى ثلاثة أحمال منفصلة بينما نحتاج إلى ثلاثة أسلاك فقط (أربعة إذا استخدم السلك المحايد) لربط ثلاثي الطور ليعطي نفس القدرة المنقولة .

8-7-3 القدرة Power

من المحاسن للأنظمة ثلاثية الطور المتوازنة مقارنة بالأنظمة أحادية الطور وهي أن القدرة الكلية تكون ثابتة (كدالة في الزمن) أكثر مما هي متذبذبة . (بالعودة إلى الشكل (8.2) نلاحظ تذبذب القدرة في حالة الطور المفرد). لتوضيح أن القدرة تكون ثابتة لربط (Y-Y) المتزن أنظر الشكل (8.37) حيث كتب تعبير للقدرة الكلية . إن القدرة المنقولة إلى الوجه A من الحمل هي $V_{an} i_{aA}$. بنفس الطريقة فإن القدرة لكل من الأوجه الأخرى للحمل هي حاصل ضرب الجهد في التيار . والقدرة الكلية هي :

$$P(t) = V_{an}(t) i_{aA}(t) + V_{bn}(t) i_{bB}(t) + V_{cn}(t) i_{cC}(t) \quad (8.85)$$

باستخدام المعادلات (8.76) و (8.77) و (8.78) بتعويض الجهود في المعادلات (8.82) و (8.83) و (8.84) وتعويض التيارات فإننا نحصل على:

$$P(t) = V_Y \cos(\omega t) I_L \cos(\omega t - \theta) + V_Y \cos(\omega t - 120^\circ) I_L \cos(\omega t - 120^\circ - \theta) \quad (8.86)$$

$$+ V_Y \cos (wt - 120^\circ) I_L \cos (wt + 120^\circ - \theta)$$

وباستخدام المتطابقة الهندسية:

$$\cos(x) \cos(y) = 1/2 \cos(x - y) + 1/2 \cos(x + y)$$

إن المعادلة (8.86) يمكن أن تكتب كالتالي:

$$P(t) = 3 (V_Y I_L / 2) \cos(\theta) + (V_Y I_L / 2) [\cos(2wt - \theta) + \cos(2wt - \theta - 240^\circ) + \cos(2wt - \theta + 480^\circ)] \quad (8.87)$$

التعبير ما بين الأقواس هو:

$$\begin{aligned} & \cos(2wt - \theta) + \cos(2wt - \theta - 240^\circ) + \cos(2wt - \theta + 480^\circ) \\ &= \cos(2wt - \theta) + \cos(2wt - \theta + 120^\circ) + \cos(2wt - \theta - 120^\circ) \\ &= 0 \end{aligned}$$

وبذلك تصبح القدرة كالآتي:

$$P(t) = 3 (V_Y I_L / 2) \cos(\theta) \quad (8.88)$$

لاحظ أن القدرة الكلية تكون ثابتة مع الزمن نتيجة هذه الحقيقة فإن عزم الدوران المطلوب لقيادة مولد ثلاثي الطور مربوط إلى حمل متوازن يكون ثابت. وبالمثل فإن عزم الدوران الناتج لمحرك ثلاثي الطور يكون ثابت أكثر من المحرك أحادي الطور.

إن الجهد rms من كل خط إلى المحايد هو:

$$V_{Y(rms)} = \frac{V_Y}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (8.89)$$

وبالمثل فإن قيمة rms لتيار الخط هي:

$$I_{L(rms)} = \frac{I_L}{\sqrt{2}} \quad (8.90)$$

بنعويض المعادلات (8.89) و (8.90) في المعادلة (8.88) نحصل على:

$$P_{avg} = P(t) = 3V_{Y(rms)} I_{L(rms)} \dots (8.91)$$

القدرة الفعالة Reactive Power

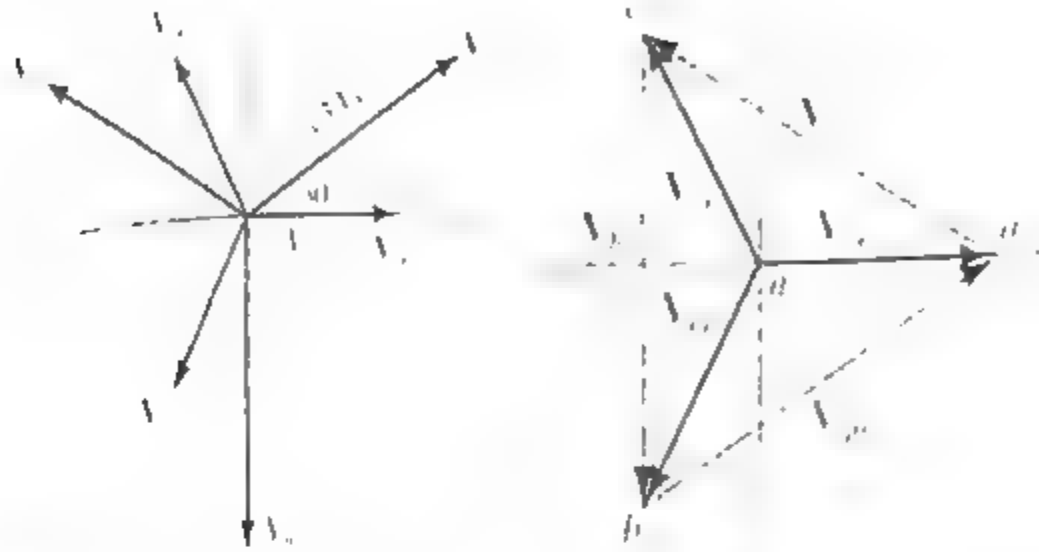
كما هو الحال في دوائر أحادية الطور فإن القدرة تدفق إلى الخلف وإلى الأمام بين المصادر وعناصر خزن الطاقة المربوطة في حمل ثلاثي الطور. هذه القدرة تسمى القدرة المعالة. إن التيارات الأعلى تنتج نتيجة لظهور التيارات الفعالة لشبكة الأسلاك والقدرة الموزعة للعناصر الأخرى التي لها مقادير أعلى. القدرة الفعالة المبددة إلى حمل ثلاثي الطور تعطى بالعلاقة:

$$Q = 3(V_Y I_L / 2) \sin(\theta) = 3V_{Y(rms)} I_{L(rms)} \sin(\theta) \dots \dots (8.92)$$

4-7-8 الجهود من خط إلى خط Line-to-Line Voltages

كما ذكرنا سابقاً فإن الجهود بين الأطراف a أو b أو c والنقطة المحايدة n تدعى جهود الخط إلى المحايد (Line to neutral voltage) على الجانب الآخر فإن الجهود بين a و b أو b و c أو c و a لذلك فإن V_{an} و V_{bn} و V_{cn} هي جهود خط إلى محايد بينما V_{ab} و V_{bc} و V_{ca} هي جهود خط إلى خط. دعنا نأخذ بعين الاعتبار العلاقات بين جهود الخط إلى الخط وجهود الخط إلى المحايد. يمكننا أن نحصل على العلاقة الآتية بتطبيق قانون كيرشوف للجهد (KVL) على الشكل (8.37).

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$



b- عدة طرق لرسم مخطط الطور a- جميع الاطوار تبدأ من نقطة الاصل

الشكل (8-40) المخطط الإتجاهي لتوضيح العلاقة بين جهود الخط إلى الخط و جهود الخط إلى المحايد

و بالمثل يمكن توضيح أن :

$$V_{bc} = V_{bn} \times \sqrt{3} \times \angle 30^\circ \dots\dots\dots(8.98)$$

$$V_{ca} = V_{cn} \times \sqrt{3} \times \angle 30^\circ \dots\dots\dots(8.99)$$

مثال 8.11:

سلسلة موجبة متوازنة لمصدر ثلاثي الطور 60Hz ربط Y له جهد خط إلى محايد $V_Y = 1000V$. ربط هذا المصدر إلى حمل مربوط بشكل Y متوازن . كس وجه من الحمل يتكون من محث قيمته 0.1H بالتوالي مع مقاومة 50Ω . أوجد تيارات الخط و جهود الخط إلى الخط والقدرة المبذدة في الحمل والقدرة الفعالة المبذدة في الحمل أيضاً . أرسم المخطط الإتجاهي الذي يوضح جهود الخط إلى المحايد و جهود الخط إلى الخط و تيارات الخط . افترض أن زاوية الطور لـ V_{an} هي صفر .

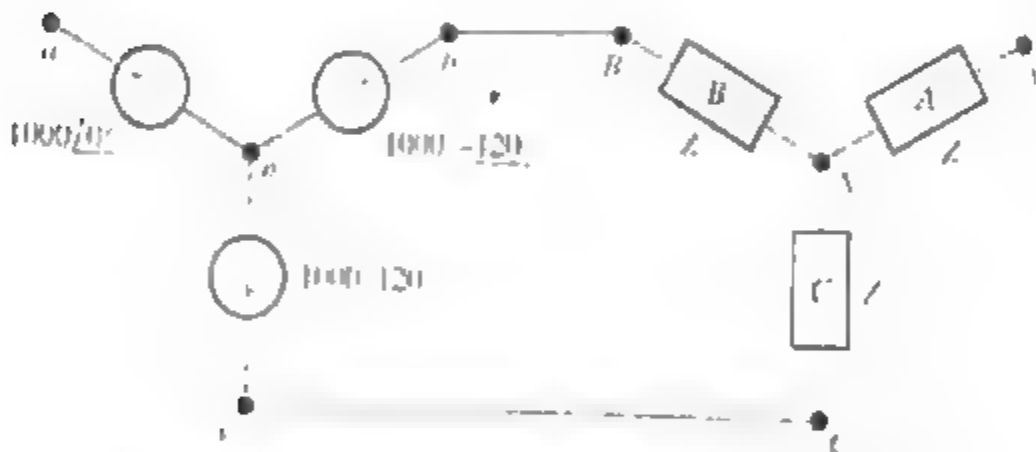
الحل:

أولاً نحسب المعاوقة المركبة لكل وجه من الحمل

$$Z = R + j\omega L = 50 + j2'(60)(0.1) = 50 + j37.7$$

بعد ذلك سنرسم الدائرة الموضحة في الشكل (8.41a) في حسابات ربط (Y-Y) المتوازنة ، افترض أن n و N ربطا . (التيارات والجهود كانت نفسها أولاً يوجد فعلياً الربط المحايد). هكذا فإن V_{an} يظهر مسلط على الوجه A من الحمل ويمكن أن نكتب :

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{1000 \angle 0^\circ}{62.62 \angle 37.02^\circ} = 15.97 \angle -37.02^\circ \dots \dots \dots (8-100)$$



إذا كانت المعاوقات لأسلاك الربط تساوي صفر فإن جهود الخط إلى الخط في الحمل تكون مساوية لجهود المصدر .
 هكذا فإن $V_{CA} = V_{ca}$ و $V_{BC} = V_{bc}$ ، $V_{AB} = V_{ab}$ افترض أن المعاوقة لكل وجه من الحمل هي ، لذلك فإن تيار الحمل للوجه AB هو:

وتعرف قيمة التيار بالعلاقة التالية:

$$I_A = \frac{V_L}{Z_{AB}} \dots\dots\dots(8-103)$$

لذلك:

$$I_{AB} = I_L \angle 30^\circ - \theta \dots\dots\dots(8.104)$$

وبالمثل

$$I_{AB} = I_L \angle 30^\circ - \theta \dots\dots\dots(8.105)$$

$$I_{AB} = I_L \angle 30^\circ - \theta \dots\dots\dots(8.106)$$

التيار في الخط a-A هو:

$$I_{aA} = I_{AB} - I_{CA}$$

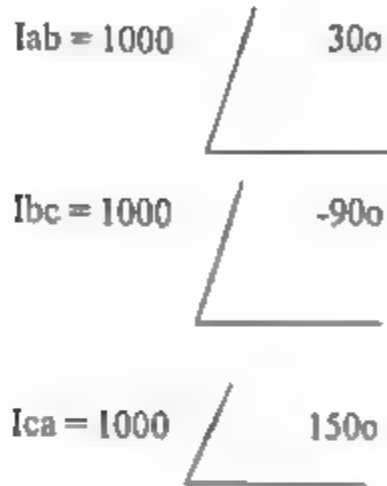
قيمة تيار الخط هي:

$$I_L = \sqrt{3}I_A \dots\dots\dots(8-107)$$

مثال 8-12:

تحليل نظام دلتا إلى دلتا المتوازن Analysis of a Balance Delta-Delta System

للدائرة المبينة في الشكل (8-45a). إن مصدر ربط دلتا يسلط قدرة إلى حمل
ربط دلتا خلال أسلاك لها معاوقة $Z_{line} = 0.3 + j0.4$ Ω و معاوقات الحمل هي
 $Z_1 = 30 + j6 \Omega$ وجهود المصدر هي:



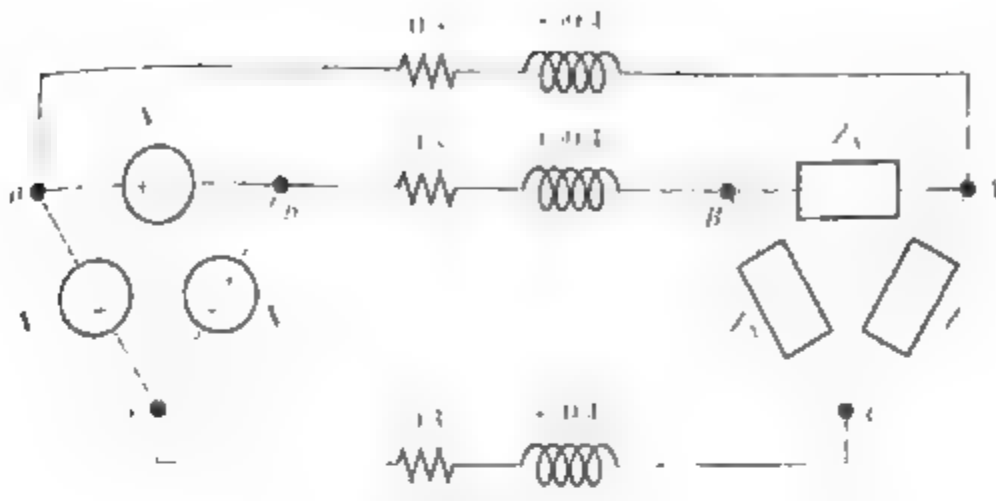
جد تيار الخط وجهد الخط في الحمل والتيار في كل وجه من الحمل والقدرة
الموزعة إلى الحمل والقدرة المبددة في الخط .
الحل :

أولاً نوجد مكافئات ربط Y للمصدر وللحمل . (حقيقة سنحتاج فقط إلى
عمل واحد من الثلاث الدوائر بسبب أن الإثنتين الباقيتين هما نفس الأولى عدا
زوايا الطور) . اخترنا العمل مع الوجه A من دائرة Y المكافئة . بتطبيق المعادلة
(8.97) منحصل على :

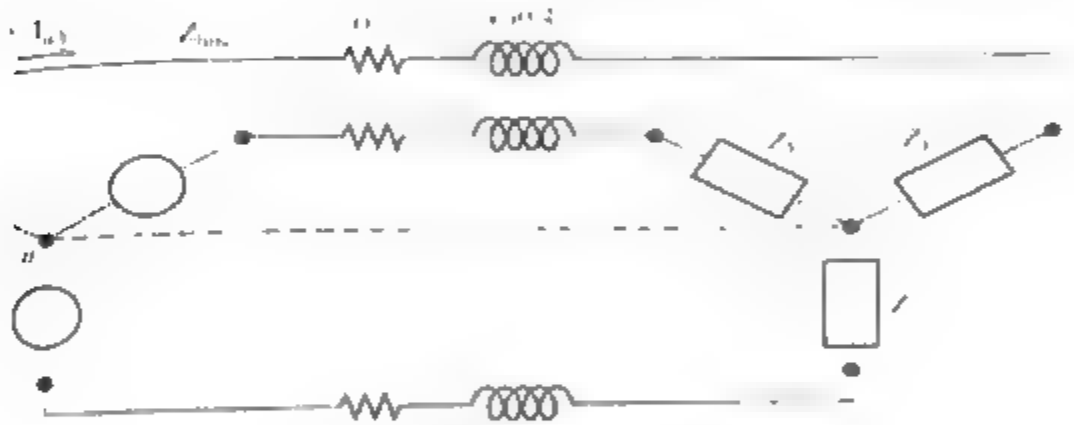
باستخدام المعادلة (8-100) نحصل على:

الآن يمكن رسم الدائرة المكافئة Y الموضحة في الشكل (8-45b)
في نظام $Y-Y$ المتوازن أخذنا في الاعتبار أن النقاط المحايدة ربطت مع بعضها كما
هو موضح في خط متقطع في الشكل (8-45b). هذا يحول الدائرة ثلاثية الطور إلى
ثلاث دوائر أحادية الطور. للوجه A فإن الشكل (8-45b) يمكن كتابة العلاقة:

$$V_{an} = (Z_{line} + Z_Y) I_{aA}$$



أ- الدائرة الأصلية



ب- الدائرة المكافئة لربط Y

الشكل (8.45) دائرة المثال

لذلك:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_{line} + Z_Y} = \frac{577.4 \angle 0^\circ}{0.3 + j0.4 + 10 + j2}$$

$$= \frac{577.4 \angle 0^\circ}{10.3 + j2.4}$$

$$= \frac{V_m \angle 0^\circ}{10.58 \angle 13.12^\circ}$$

$$= 54.60 \angle -13.12^\circ$$

لايجاد جهد الخط الى المحايد في الحمل:

$$V_{an} = I_{aA} Z_Y = 54.60 \angle -13.12^\circ * (10 + j2)$$

$$= 54.60 \angle \quad * 10.20 \angle -13.12^\circ$$

$$= 556.9 \angle -1.81^\circ$$

الان لحسب جهد الخط الى الخط في الحمل:

$$V_{AB} = V_{An} * \sqrt{3} \angle -30^\circ = \sqrt{3} \angle -1.81^\circ * \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$= 964.6 \angle 28.19^\circ$$

التيار خلال الوجه AB للحمل هو:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{964.6 \angle 28.19^\circ}{30 + j6} = \frac{964.6 \angle 28.19^\circ}{30.59 \angle 11.31^\circ}$$

$$= 31.53 \angle 16.88^\circ$$

القدرة المبذورة في الوجه AB من الحمل هي حاصل ضرب مربع التيار (rms) مضروب في المقاومة.

$$P_{AB} = I_{ABrms}^2 R \left(\frac{54.60}{\sqrt{2}} \right)^2 (30) = 14.91 \text{ KW}$$

القدرة المجهزة الى الوجهين الاخرين من الحمل هي نفسها لذلك فان القدرة الكلية هي:

$$P = 3P_{AB} = 44.73 \text{ KW}$$

القدرة المفقودة في الخط A هي:

$$P_{lineA} = I_{ABrms}^2 R_{lineA} \left(\frac{54.60}{\sqrt{2}} \right)^2 (0.3) = 0.447 \text{ KW}$$

و القدرة المفقودة في الخطين الاخرين هي نفسها في الخط A لذلك فان فقد الخط الكلي هو:

$$P_{line} = 3 \times P_{lineA} = 1.341 \text{ KW}$$

مثال 8-17: مصدر ربط دلتا له جهود معطاه كالتالي:

$$I_{ab} = 1000 \angle 30^\circ$$

$$I_{bc} = 1000 \angle -90^\circ$$

$$I_{ca} = 1000 \angle 150^\circ$$

هذا المصدر مربوط الى حمل بشكل دلتا يتكون من مقاومات 50 ظ . جد
تيارات الخط والقدرة المبددة في الحمل.
الحل:

$$I_{cC} = 34.6 \angle 120^\circ$$

$$I_{bc} = 34.6 \angle -120^\circ$$

$$P = 30 \text{ KW}$$

$$I_{aA} = 3.6 \angle 0^\circ$$

الخلاصة Summary

1- يعطى الجهد الجيبى بالمعادلة $V(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$ حيث أن V_m هو قيمة أعلى جهد و ω هي التردد الزاوي المقدر بالراديان لكل ثانية (rad/s) و ϕ هي زاوية الطور . التردد بالهرتز هو $f = 1/T$ حيث T هو الزمن الدوري. علاوة على ذلك فإن $\omega = 2\pi f$.

2- للانتظام فإننا سنعتبر عن الجهود الجيبية بدلالة الجيب تمام ، وبالتالي فإن دالة الجيب يمكن أن تحول إلى دالة جيب تمام باستخدام المتطابقة $\sin(z) = \cos(z - 90^\circ)$.

3 قيمة جذر متوسط المربعات rms أو القيمة الفعالة للجهد الدوري $V(t)$ هي :

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt}$$

ومتوسط القدرة المبددة في المقاومة بواسطة $V(t)$ هو :

$$P_{avg} = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

وبالمثل لتيار $i(t)$ فإن القيمة لفعالة rms للتيار هي

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

ومتوسط القدرة المبذولة لتيار $i(t)$ متدفق خلال مقاومة هو:

$$P_{avg} = I_{rms}^2 R$$

و لموجة جيبية فإن قيمة rms تساوي أعلى قيمة مقسومة على $\sqrt{2}$.

4- يمكننا تمثيل الموجات الجيبية كأطوار حيث أن قيمة القمة هي أعلى قيمة

للإشارة الجيبية و زاوية الطور هي الزاوية للإشارة الجيبية .

5- يمكننا جمع الإشارات الجيبية بواسطة جمع الموجات.

6- جهد المطاور لدائرة خاملة يساوي حاصل ضرب مطاور التيار في المعاوقة

المركبة للدائرة. و للمقاومة فإن الجهد $V_R = RI_R$ و يكون الجهد متحد الطور

مع التيار و جهد المفاعلة $V_L = j\omega L I_L$ حيث أن الجهد يتقدم على التيار

بزاوية 90° . و للممانعة فإن $V_C = -j(1/\omega C) I_C$ حيث أن الجهد يتأخر عن

التيار بزاوية 90° .

7- الممانعة المركبة يمكن أن تتركب على التوالي أو التوازي بنفس طريقة المقاومات

كما يمكننا تطبيق قاعدة مجزئ الجهد و قاعدة مجزئ التيار في دوائر التيار

المتناوب (AC) .

8 - عندما يتدفق تيار جيبى لإنتاج جهد جيبى فإن القدرة المجهزة هي $P = V_{rms} I_{rms}$

حيث $\cos(\theta)$ هي زاوية القدرة و التي يمكن إيجادها بطرح زاوية الطور للتيار

من زاوية الطور للجهد $(\theta_v - \theta_i)$ ، كما أن عامل القدرة هو $\cos(\theta)$.

9 القدرة الفعالة هي تدفق الطاقة الى الأمام و إلى الخلف بين المصدر و عناصر

خزن الطاقة مثل (L,C) . يمكن أن نحدد القدرة الفعالة بموجب للمحث و

سالب للمتسعة . الطاقة المنقولة لكل دورة عند تدفق قدرة فعالة تساوي صفر إن القدرة الفعالة مهمة بسبب أن نظام توزيع القدرة ينبغي أن يمتلك معدلات تيار أعلى عند تدفق القدرة الفعالة .

10 - القدرة الظاهرية هي حاصل ضرب الجهد الفعال (rms) و التيار الفعال (rms) . توجد هناك علاقات مفيدة بين القدرة والقدرة الفعالة و القدرة الظاهرية و زاوية القدرة يمكننا أن نحصل عليها من خلال مثلث القدرة الموضح في الشكل (8.22) .

11 - في الحالة العابرة فإن الشبكة المكونة من مقاومات و محثات و متسعات و مصادر جيبية (لها نفس التردد) يمكن أن تمثل بمكافئ ثيفينين المحتوي على مصدر جهد طوري بالتوالي مع معاوقة مركبة ، و مكافئ نورتون يتكون من مصدر تيار طوري بالتوازي مع معاوقة ثيفينين .

12 - لنقل أعظم قدرة من طرفي دائرة متناوبة (AC) إلى حمل نختار معاوقة الحمل بحيث تكون هي المرافق المركب للممانعة ثيفينين . إذا كان الحمل مقاومة بحتة فإن قيمة هذه المقاومة لنقل أعلى قدرة تساوي قيمة معاوقة ثيفينين .

13 - لغرض التوفير في الربط فإن توزيع القدرة ثلاثي الطور يكون اقتصادي أكثر من أحادي الطور . إن القدرة المتدفقة في الأنظمة ثلاثية الطور المتوازنة تكون مرتبة بينما تكون القدرة نابضة في الأنظمة أحادية الطور .

الفصل التاسع

الاستجابة الترددية ، مخططات بود ، والرنين

المقدمة	9-8 المرشحات المثالية
9-1 تحليل فوريير، المرشحات، ودوال التحويل	9-9 ومرشحات الدرجة الثانية معالجة الإشارة
9-2 مرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى	الرقبة
9-3 الدبسل . التوصيل التسلسل ومقاييس التردد اللوغاريتمي	الخلاصة
9-4 مخططات (رسوم) بود	الأمثلة
9-5 مرشحات التمرير العالي من الدرجة الأولى	
9-6 رنين التوالي	
9-7 رنين التوازي	

المرشحات
الدرجة الثانية

الفصل التاسع

الاستجابة الترددية ، مخططات بود ، والرنين

Frequency Response , Bode Plots, and Resonance

تجربة

المقدمة Introduction

تتعلق الخدمة الكهربائية بمعلومات حامل التيار والفولتية التي تسمى بالإشارة . على سبيل المثال المجسات (Transducers) في المحركات الداخلية المجمعة تزودنا بإشارة كهربائية التي تمثل درجة الحرارة و السرعة و مكبس الخافق و تناوب المكبس في العمود المرفقي . هذه الإشارات تعالج (بواسطة دوائر كهربائية) لإيجاد أفضل احتراق مباشر لكل اسطوانة . أخيرا النبضات الكهربائية تولد لكل قابس الشرارة (Spark Plug) .

تقيس ماسحات الأرض المسافة بواسطة إرسال نبضات ضوئية تنعكس بواسطة مرآة في النقطة المرغوبة . تحول النبضات الضوئية الراجعة من المرآة إلى إشارة كهربائية ثم تعالج بواسطة دوائر لإيجاد زمن تأخير الرجوع بين الجهاز والمرآة . وأخيرا التأخير يحول إلى مسافة ظاهرة .

مثال آخر غخط القلب . يولد قلب الإنسان نبضات كهربائية ، في وحدة عناية القلب الدوائر والكمبيوتر تستخدم لاستخلاص المعلومات فيما يتعلق بسلوك قلب المريض . الطبيب أو الممرضة يتنبهون عندما يحتاج المريض إلى عناية . بصورة عامة إشارة المعالجة تتعلق بإشارة العلاج لاستخلاص المعلومات واستخدام تلك المعلومات لتوليد إشارة مفيدة .

في مقدمة هذه المحاضرة في الجزء هي إشارات كهربية ليست جيبية ناهية عن
من هذا ونلاحظ أن مجموع هذه الإشارات في معرفة كيفية استجابة الدائرة للإشارات الغير
جيبية يمكن أن تكون أكثر من ذلك فلاحظ أن هذه الإشارات غير جيبية ليست جيبية لأنها
تكون أهم أهمية هذا صحيح يجب أن نلاحظ أن هذه الإشارات غير جيبية يمكن أن تكون مجموعة من
الإشارات الجيبية بحيث تكون هاترودت وسعات وأطوار مختلفة

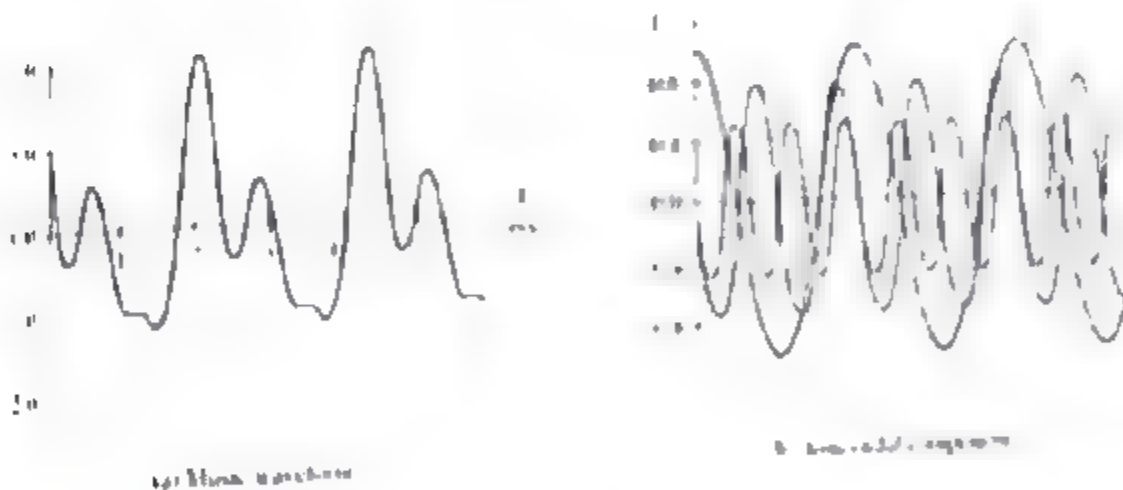
9.1 تحليل فورييه، المرشحات ودوال التحويل.

Fourier Analysis, Filters, and Transfer Functions

تحليل فورييه

كما هو مشار إليه في مقدمة هذا الفصل ، معظم إشارات المعلومات العاملة
ليست جيبية على سبيل المثال الموجة الناتجة بواسطة الميكروفون للمتحدث أو
الموسيقى وهي موجة مركبة ليست جيبية .

الشكل (9-1) يوضح مقطع قصير جدا .



الشكل (9-1)

معظم الإشارات المهمة هي ليست جيبية ويمكن انتشارها بواسطة جمع موجات
جيبية بحيث نحصل على السعة والطور والتردد المطلوب .

والتوصيف الموضح في الشكل (9-1a) هي مجموعة موجات الخلية في شكل (9-1b) الموجة في الشكل (9-1a) بسيطة لأنها تتكون من ثلاث موجات معظم الإشارات العادية تتكون من آلاف المركبات (في بعض الأحيان يكون عددها لا نهائي) عند سماع الموسيقى فإن الأذن تستجيب إلى التغير في المركبات الترددية وبعض التوافقيات للسعة والتردد تكون مقبولة والحض الآخر غير مقبولة فعند تصميم دوائر معالجة الإشارة (مثل المكبرات) لإشارات الصوت يجب لأحد طرق الاعتد في كسبة استجابة الدائرة للمركبات الترددية المختلفة

إن تحليل فوريير هو طريقة رياضية لإيجاد السعة والتردد والطور للمركبات لموجة معينة ومن جهة تذكر بعض الملاحظات لتحليل فوريير ولكن ليس بمفهوم التفاصيل حول النظرية. أهم نقطة هي أن كل الإشارات العالمية الخاملة للمعلومات هي إشارة مركبة من مجموعة من المركبات الجيبية.

يعتمد مدى الترددات للمركبات على نوع الإشارة المعطاة والمدى الترددي لعدة أنواع من الإشارات موضح في الجدول (9-1) وبالتالي فإن الإشارة القلبية هي إشارة مكونة من عدة مركبات جيبية لها مدى ترددي من 0.05Hz إلى 100Hz.

سلسلة فوريير للموجة المربعة :

كمثال آخر الإشارة الموضحة (9-2) تسمى بالموجة المربعة وتحليل فوريير يبين أن الموجة المربعة يمكن كتابتها كسلسلة لانهاية من المركبات الجيبية.

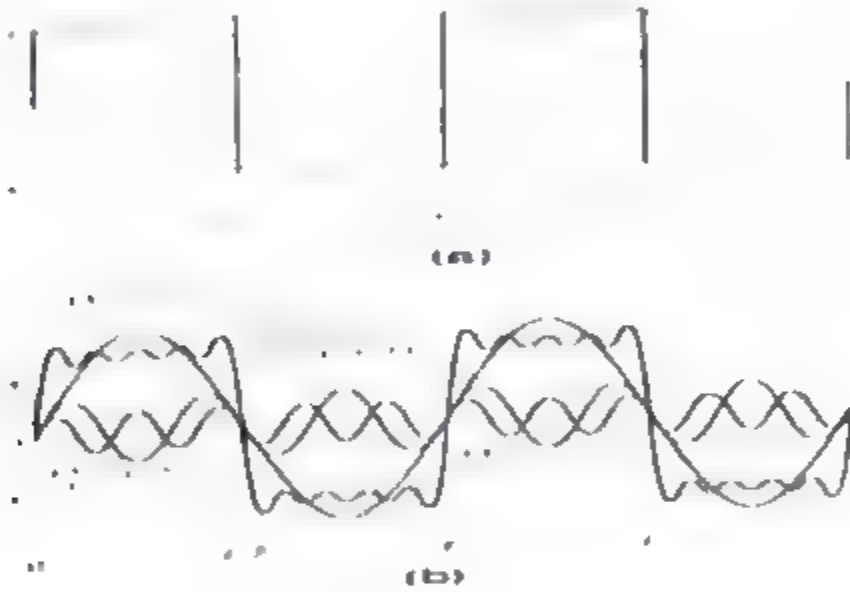
$$v_{sq}(t) = \frac{4A}{\pi} \sin(\omega_0 t) + \frac{4A}{3\pi} \sin(3\omega_0 t) + \frac{4A}{5\pi} \sin(5\omega_0 t) + \dots \quad (9.1)$$

حيث $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ وتسمى التردد الزاوي الأساسي للموجة المربعة.

الشكل (9-2b) يوضح عدة أجزاء من هذه السلسلة ونتيجة الجمع للخمس الأجزاء الأولى من السلسلة.

وبذلك نجد أنه عند جمع المركبات الخمس الأولى للحصول على موجة مربعة فربما
ويكون عند جمع عدد أكثر من المركبات للحصول شكل مقارب جداً للموجة المربعة
لذلك الموجة المربعة مكونة من عدد لا نهائي من المركبات الجيبية ونه نرى
المركبات هو عدد فردي صحيح

محصراً في تردد أساسي السعة تقل بزيادة التردد والطور لكل المركبات
متساوي 90°



الشكل (9-2)

الجدول (9-1)

مدى الترددات لبعض الإشارات المختلفة	
إشارة القلب	0.05-100Hz
الصوت المسموع	20Hz 15KHz
إرسال الإذاعة AM	570-1600KHz
إشارة الفيديو (معياري أمريكي)	DC-4.2MHz
قناة التلفزيون	82-88MHz

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله الذي جعل القرآن الكريم
موسمًا من مواسم الخير والبر
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح

الحمد لله الذي جعل القرآن الكريم

موسمًا من مواسم الخير والبر

والتي هي خير ما يجمع بين

العبادة والعمل الصالح
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح

الحمد لله الذي جعل القرآن الكريم

موسمًا من مواسم الخير والبر

والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح
والتي هي خير ما يجمع بين
العبادة والعمل الصالح

الحمد لله الذي جعل القرآن الكريم

...
 ...
 ...
 ...
 ...

مكرر ٥١

...
 ...
 ...
 ...

... الخرج ...

مكرر

...
 ...
 ...

$$5000 - 5000 = 0$$

مكرر (شركة المدونة)

$$5000 - 5000 = 0$$

والمكرر

المسألة الأولى

أوجد قيمة $\sin^{-1}(\sin \frac{\pi}{6})$

الحل: نعلم أن دالة الجيب \sin هي دالة دورية، أي أن $\sin(x + 2\pi k) = \sin x$ لأي عدد صحيح k .
 لذلك، فإن $\sin^{-1}(\sin \frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6}$ لأن $\frac{\pi}{6}$ يقع في المجال $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ لدالة الجيب العكسية.

المسألة الثانية

أوجد قيمة $\cos^{-1}(\cos \frac{5\pi}{3})$

$$\cos^{-1}(\cos \frac{5\pi}{3}) = \frac{5\pi}{3}$$

$$\cos^{-1}(\cos \frac{5\pi}{3}) = \frac{5\pi}{3}$$

الحل: نعلم أن دالة الجيب \cos هي دالة دورية، أي أن $\cos(x + 2\pi k) = \cos x$ لأي عدد صحيح k .
 لذلك، فإن $\cos^{-1}(\cos \frac{5\pi}{3}) = \frac{5\pi}{3}$ لأن $\frac{5\pi}{3}$ يقع في المجال $[0, \pi]$ لدالة الجيب العكسية.

دالة التحويل

تستخدم دالة التحويل لتحويل القيم العددية من وحدة إلى أخرى. على سبيل المثال، يمكن استخدامها لتحويل درجات الحرارة من فهرنهايت إلى سيلسيوس، أو لتحويل الأمتار إلى أقدام. الدالة تأخذ القيمة المراد تحويلها كمدخل، وتقوم بحساب النتيجة بناءً على العلاقة بين الوحدتين. يمكن العثور على قائمة بجميع دالات التحويل المتاحة في مستند المساعدة.

إشارة الدخول مع تعدد المراتب

في بعض الحالات، قد تحتاج إلى إدخال نفس القيمة في عدة أماكن مختلفة من ورقة العمل. بدلاً من تكرار الإدخال يدوياً، يمكنك استخدام دالة التحويل مع إشارة الدخول لتكرار القيمة تلقائياً. على سبيل المثال، إذا كنت تريد تحويل 100 درجة فهرنهايت إلى سيلسيوس في 10 خلايا مختلفة، يمكنك إدخال الدالة في الخلية الأولى، ثم سحب الزاوية لتكرارها في الخلايا المتبقية.

- يوضح الشكل التالي كيفية استخدام دالة التحويل مع إشارة الدخول:
- 1- حدد الخلية التي تريد إدخال الدالة فيها.
 - 2- اكتب الدالة في الخلية المحددة.
 - 3- اسحب الزاوية من الخلية التي أدخلت فيها الدالة لتكرارها في الخلايا المتبقية.
- في المثال أعلاه، تم إدخال الدالة في الخلية A1، وتم سحب الزاوية لتكرارها في الخلايا A2 إلى A10. نتيجة لذلك، تم تحويل جميع القيم من 100 درجة فهرنهايت إلى 37.8 درجة سيلسيوس.

مثال 2

سنستخدم دالة التحويل لتحويل عدد (مقاييس لمركبة) من ميل إلى كيلومتر. نستخدم دالة التحويل لتحويل القيم من ميل إلى كيلومتر. نستخدم دالة التحويل لتحويل القيم من ميل إلى كيلومتر.

$$I_1 = 10 \cos(2000\pi t) \text{ A} \quad I_2 = 20 \cos(2000\pi t) \text{ A}$$

المطلوب:

1- حساب القدرة المتوسطة المستهلكة في الحمل

$$I_{RMS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

المطلوب:

$$I_{RMS1} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07 \text{ A}$$

2- حساب القدرة المتوسطة المستهلكة في الحمل P_{avg} ، والفرق بين القدرة الفعلية والقدرة المعقدة

المطلوب:

$$P(100K) = 3.50$$

$$P(200K) = 2.50$$

والحدود الخارجة من الحمل هي

$$I_{RMS} = I_1(100K) + I_2(200K)$$

$$I_{RMS} = 10 + 20 = 30 \text{ A} \quad P_{avg} = 3.50 + 2.50 = 6.00 \text{ W}$$

3- حساب القدرة الفعلية المستهلكة في الحمل

$$P_{avg}(t) = 6 \cos(2000\pi t + 20^\circ)$$

$$P_{avg}(t) = 2 \cos(4000\pi t + 20^\circ)$$

المطلوب: حساب القدرة الفعلية المستهلكة في الحمل

$$P_{avg}(t) = P_{avg1}(t) + P_{avg2}(t)$$

$$P_{avg}(t) = 6 \cos(2000\pi t + 30^\circ) + 2 \cos(4000\pi t + 20^\circ)$$



٩٩

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله الذي هدانا لهذا
ما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله
والحمد لله رب العالمين
والصلاة والسلام على
سيدنا محمد وآله الطيبين الطاهرين
الطاهرين

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله الذي هدانا لهذا
ما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله

والصلاة والسلام على

سيدنا محمد

والصلاة والسلام على سيدنا محمد وآله الطيبين الطاهرين

والصلاة والسلام على

سيدنا محمد وآله الطيبين الطاهرين

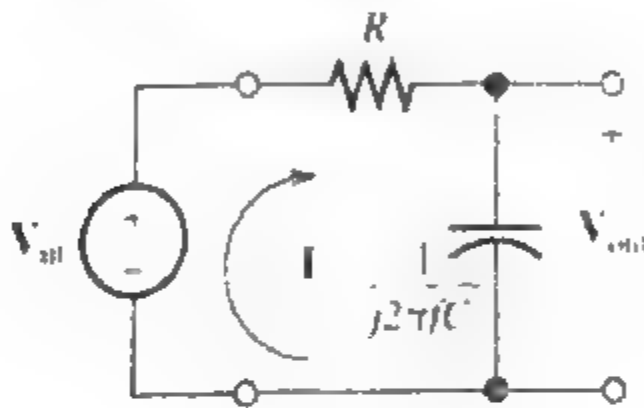
٩٩

وكما ذكرنا أن دالة التحويل $H(f)$ تعرف بأنها النسبة بين ضابط الطور
للخروج إلى ضابط الطور للدخل .

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (9-6)$$

وبترتيب المعادلة (9-5) نجد

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j2\pi f RC} \quad (9-7)$$



الشكل (9-7)

أيضا نعرف المقدار

$$f_B = \frac{1}{2\pi RC}$$

ثم يمكن كتابة دالة التحويل كالآتي

$$H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)} \quad (9-9)$$

رسم قيمة وطور دالة التحويل

Magnitude and Phase Plots of the transfer function

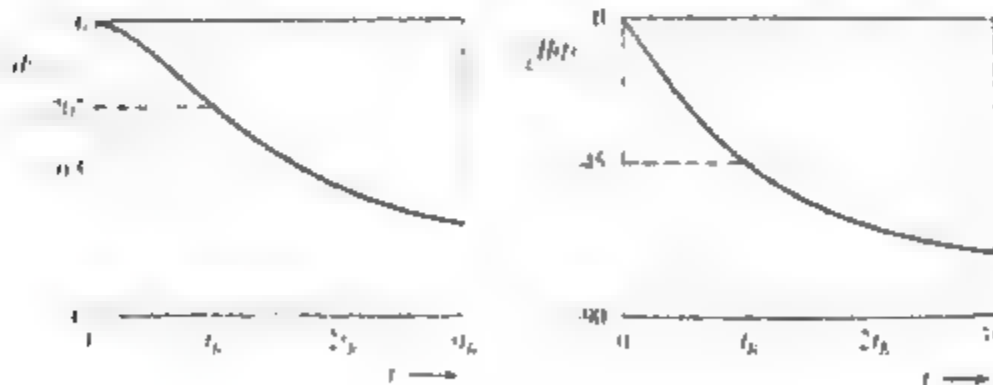
كما هو موضح أن دالة التحويل لها كمية مركبة لها قيمة وزاوية طور وبالرجوع إلى المعادلة (9-9) نلاحظ أن قيمة دالة التحويل تساوي قيمة البسط (تساوي الواحد) على قيمة المقام وتذكر أن تلك القيمة مركبة تعطى بالجذر التربيعي لمجموع مربع الأجزاء الحقيقية كالآتي :

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+(f/f_0)^2}} \quad (9-10)$$

وبالعودة إلى المعادلة (9-9) زاوية الطور لدالة التحويل هي طور البسط (يساوي صفر) مطروحا منه طور المقام كالآتي

$$\angle H(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_0}\right) \quad (9-11)$$

رسم القيمة والطور لدالة التحويل موضحة في الشكل (9-8) فبالنسبة للترددات الواطئة فإن القيمة تقارب الواحد والطور تساوي تقريبا صفر . معنى هذا أن السعة ولطور للمركبات ذات التردد المنخفض تتأثر قليل جدا بالمرشح أي أن المركبات الترددية القليلة تمر إلى الخرج دون أي تغير في السعة والطور .



..... (9-8)

من ناحية أخرى عند الترددات العالية ($f \gg f_0$) فإن قيمة دالة التحويل تقارب الصفر . لذلك تكون سعة الخرج أقل بكثير من سعة الدخل لمركبات لترددات العالية. يمكن القول أن مركبات الترددات العالية يتم رفضها بواسطة المرشح مع ذلك في الترددات العالية طور دالة التحويل يقارب -90° . ولذلك سنقل السعة ومركبات التردد العالي ترحف في الطور .

وبلاحظ أن عند $f = f_0$ فإن القيمة للخروج هي $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ من قيمة إشارات الدخل . فعندما سعة الفولتية تضرب بعامل $\frac{1}{\sqrt{2}}$ فإن القدرة تساوي النصف وذلك لأن القدرة تتناسب مع مربع الفولتية لذلك سمي f_0 بتردد نصف القدرة

تطبيق دالة التحويل Application The Transfer Function

وكما لاحظنا في الجزء (9-1) إذا كانت إشارة الإدخال تتكون من عدة مركبات مختلفة في التردد يمكن استخدام دالة التحويل لحساب الخرج لأي مركبة منفصلة . فم يمكن إيجاد الخرج كامل بجميع المركبات المنفصلة .

مثال 9-3 حساب خرج RC للمرور المنخفض

افرض أن الإشارة الداخلة هي

$$V_{in}(t) = 5 \cos(20\pi t) + 5 \cos(200\pi t) + 5 \cos(2000\pi t)$$

مسطرة على مرشح تمرير منخفض RC في الشكل (9-9). وضع الإشارة الخارجة .

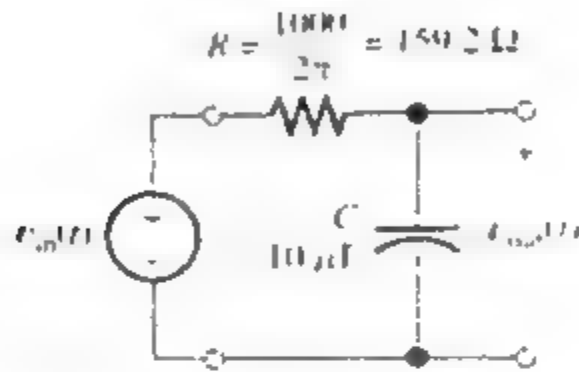
الحل:

في هذا الجزء تم تقليل المرشح ذو التمرير المنخفض وتردد نصف القدرة يعطى بـ

$$f_B = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \times (1000/2\pi) \times 10 \times 10^{-6}} = 100\text{Hz}$$

المركبة الأولى في إشارة الدخل هي :

$$V_m(t) = 5 \cos(20\pi t)$$



الشكل (9-9)

حيث أن $V_m = 5 \angle 0^\circ$ والتردد الزاوي هو $\omega = 20\pi$ لذلك $f = \frac{\omega}{2\pi} = 10$ ودالة

التحويل للدائرة معطاة بالمعادلة (9-9) التي أعيدت هنا .

$$H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_0)}$$

تقدر دالة التحويل لمركبة التردد الأول ($f=10$) بالاتي :

$$H(10) = \frac{1}{1 + j(10/100)} = 0.9950 \angle -5.71^\circ$$

ضابط الطور الخارج لمركبة التردد $f=10$ تساوي ضابط الطور الداخل مضروباً

في دالة التحويل أي :

$$\begin{aligned} V_{out} &= H(10) \times V_{in} \\ &= 0.9950 \angle -5.71^\circ \times (5 \angle 0^\circ) \\ &= 4.975 \angle -5.71^\circ \end{aligned}$$

لذلك فإن الخرج للمركبة الأولى لإشارة الإدخال هي :

$$V_{out1}(t) = 4.975 \cos(20\pi t - 5.71^\circ)$$

وبالمثل المركبة الثانية لإشارة الدخل هي :

$$V_{in2}(t) = 5 \cos(200\pi t)$$

ولمجد أن :

$$V_{in} = 5 \angle 0^\circ$$

التردد للمركبة الثانية $f=100$

$$H(100) = \frac{1}{1 + j(100/100)} = 0.707 \angle -45^\circ$$

$$V_{out2} = H(100) \times V_{in2} \\ = (0.707 \angle -45^\circ) \times (5 \angle 0^\circ) = 3.535 \angle -45^\circ$$

كذلك الخرج للمركبة الثانية لإشارة الدخل هي

$$V_{out2}(t) = 3.535 \cos(200\pi t - 45^\circ)$$

أخيرا المركبة الثالثة والأخيرة هي :

$$V_{in3}(t) = 5 \cos(2000\pi t)$$

$$V_{in3} = 5 \angle 0^\circ$$

$$H(1000) = \frac{1}{1 + j(100/100)} = 0.0995 \angle -84.29^\circ$$

$$V_{out3} = H(1000) V_{in3} \\ = 0.4975 \cos(2000\pi t - 84.29^\circ) \times (5 \angle 0^\circ) = 0.4975 \angle -84.29^\circ$$

إذا الفولتية للمركبة الثالثة لإشارة الدخل هي

$$V_{out3} = 0.4975 \cos(2000\pi t - 84.29^\circ)$$

والآن يمكن كتابة صيغة الإشارة الخارجة وذلك بجمع المركبات الخارجة

$$V_{out}(t) = 4.975 \cos(20\pi t - 5.71^\circ) + 3.535 \cos(200\pi t - 45^\circ) \\ + 0.4975 \cos(2000\pi t - 84.29^\circ)$$

نلاحظ أن المرشح يتعامل باختلاف أي مركبة للإشارة $V_m(t)$ فمركبة $f=1$ م
تأثر تقريبا في السعة والطور أما مركبة $f=100$ قلت في السعة بعامل يساوي 0.7071
والطور أزيح ب -45° . أما السعة للمركبة $f=1000$ قلت بدرجة في القيمة تقريبا .
لذلك المرشح يعمل عكس مركبات الترددات العالية .

تطبيق مرشح التمرير المنخفض من الدرجة الأولى :

إن أبسط تطبيق لمرشح التمرير المنخفض ذو الدرجة الأولى هو التحكم
باصوت في إرسال AM يعدل لرنين المقاومة كذلك تردد القطع للمرشح . افترض
أننا نسمع الأخبار من محطة إرسال AM وبسبب عاصفة ضو ضائية أي ضوضاء
كهربية فإن إشارات مركبات الصوت متصل إلى أقل نهاية لمدى الترددات الصوتية .
في هذه الحالة تستطيع التحكم إلى أقل من تردد القطع ثم ترفض مركبات الضوضاء
ذات التردد العالي لكي يمرر مركبات الصوت المرغوبة . وبهذه الطريقة يمكن تحسين
النسبة المرغوب فيها من إشارة القدرة إلى إشارة الضوضاء الناتجة من مكبر الصوت .

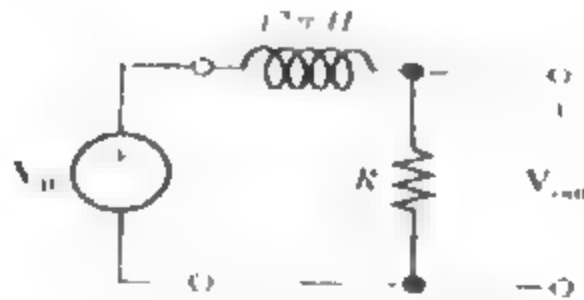
استخدام ضابط الطور مع مركبات مختلفة في التردد

تذكر أن ضابط الطور يجمع فقط إشارة جيبيه لها نفس التردد ومن المهم أن
نفهم أننا لا نجمع ضابط الطور للمركبات ذات التردد المختلف لذلك المثال الماضي
استخدمنا ضابط الطور لإيجاد المركبات الخارجة كدالة زمن بعد ذلك تم إضافتها .

سؤال (9-4):

اشتق تعبير لدالة التحويل $H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ للمرشح الموضح في الشكل (9-10) .

وضع كيف تأخذ $H(f)$ نفس صيغة المعادلة (9-9) وإذا عرفنا $f_R = \frac{R}{2\pi L}$



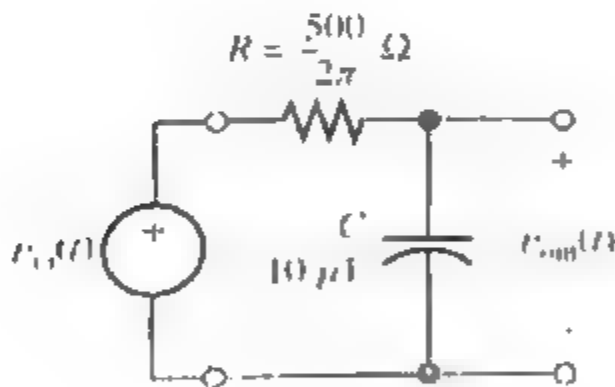
الشكل (9-10)

سؤال (9-5):

افرض أن إشارة الدخل للدائرة الموضحة في الشكل (9-11) هي

$$V_{in}(t) = 10 \cos(40\pi t) + 5 \cos(1000\pi t) + 5 \cos(2\pi \cdot 10^4 t)$$

جد التعبير لإشارة الخرج $V_{out}(t)$ ؟



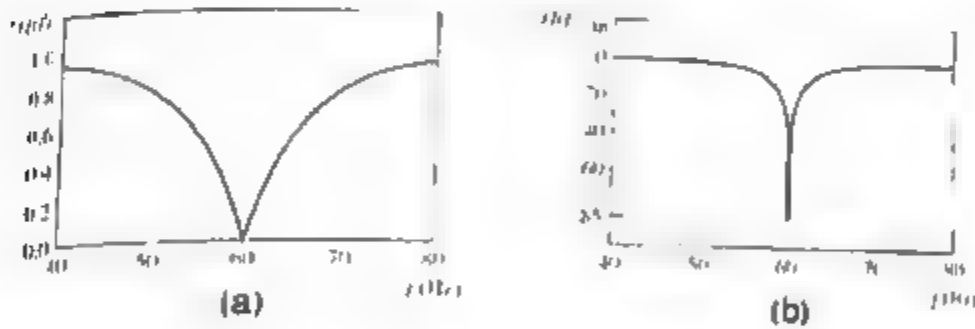
الشكل (9-11)

الجواب :

$$V_{out}(t) = 9.95 \cos(40\pi t - 5.71^\circ) + 1.86 \cos(1000\pi t - 68.2^\circ) + 0.100 \cos(2\pi \times 10^4 t - 88.9^\circ)$$

بعض الأحيان هذه الطريقة غير ممكنة . ثم نحاول تصميم مرشح يرفض مركبات 60Hz ويمرر مركبات الترددات الأخرى . قيمة دالة التحويل للمرشح يحقق في الشكل (9-12a) . المرشح الذي صمم للحد من المركبات التي لها مدى ترددي ضيق يسمى مرشح القطع (Notch Filter) . إذا كان تقليل طنين الجهاز فيه صعوبة فإن دالة التحويل يجب أن يكون -80dB أو أقل لمركبة 60Hz . هذا يتوافق مع $|H(f)| = 10^{-4}$ أو أقل . ومن جهة أخرى قيمة دالة التحويل يجب أن تعلق إلى الواحد للمركبات المراد مرورها بالمرشح كذلك مدى الترددات المارة مثل تمرير النطاق .

وعند رسم $|H(f)|$ بعيدا عن تحويل إلى ديسبل يصعب توضيح القيم في نفس الرسم . فعند اختيار مقياس لتوضيح قيمة تمرير النطاق لا نستطيع رؤية القيمة التي أقل من 60Hz . في هذه الحالة للرسم الموضح في الشكل (9-12a) . ومن جهة أخرى عند اختبار قياس خطي يظهر بوضوح عند 60Hz



الشكل (9-12)

كذلك عند تغير القيمة إلى الديسبل كلا الجزئين للقيمة ترى مثلا الشكل (9-12b) يوضح مكافئ الديسبل لقيمة النطاق حوالي الواحد (0dB) وذلك عند 60Hz . القيمة دائما أقل (أقل -80dB) .

أن أحد المحاسن من تحويل قيمة دالة التحويل إلى ديسبل قبل الرسم هو صغر جدا أو كبير جدا يمكن أن يظهر بوضوح في رسم الإشارة . أيضا سنرى محاسن أخرى

لرسم الديسبل لعدة دوائر مرشحات موضحة بخطوط مستقيمة (مزودة بمقياس لوغاريتمي يستخدم للتردد).

الربط المتسلسل (المتعاقب) للشبكات ذات منفذين Cascade Two-Port Network

عند ربط سلسلة ذو طرفين إدخال دائرة أخرى نقول أن الربط متسلسل . وهذا موضح في الشكل (9-13) . ولاحظ أن الفولتية الخارجة لأول شبكة لها جرتين هي فولتية الدخل لجزء الثاني . إن دة التحويل الكلية هي

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

كذلك فولتية الخرج لربط السلسلة هو خرج المرحلة الثانية ($V_{out} = V_{in2}$) كذلك الدخل للدوائر المتسلسلة هو دخل المرحلة الأولى ($V_{in} = V_{in2}$) لذلك

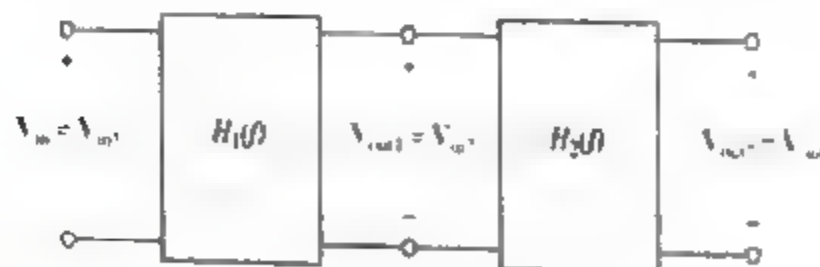
$$H(f) = \frac{V_{out2}}{V_{in1}}$$

وبالضرب والقسمة على V_{out1} نحصل على

$$H(f) = \frac{V_{out1}}{V_{in1}} * \frac{V_{out2}}{V_{out1}}$$

الآن فولتية الخرج لأول جزئي دخل إلى ثاني جزئين ($V_{out1} = V_{in2}$) لذلك

$$H(f) = \frac{V_{out1}}{V_{in1}} * \frac{V_{out2}}{V_{in2}}$$



الشكل (9-13)

أخيرا يمكن كتابة المعادلة
(9-13)

$$H(f) = H_1(f) \times H_2(f)$$

لذلك فإن دالة التحويل للربط المتسلسل هو حاصل ضرب دالة التحويل للجري الشبكة .

ويمكن تطبيق هذا على ثلاثة أو أكثر من الدوائر المربوطة بشكل متعاقب فولية المصدر يصعب تطبيقها في المعادلة (9-13) وذلك لاعتماد دالة التحويل لجزيئين بالالتحاق لطرفي الإخراج . لذلك لتطبيق المعادلة (9-13) يجب إيجاد $H_1(f)$ مع ملحق الجزء الثاني . وبأخذ القيمة لطرفي المعادلة والتعبير عنها بالديسبل نحصل على:

$$20 \log |H(f)| = 20 \log [|H_1(f)| \times |H_2(f)|] \quad (9-14)$$

وباستخدام قاعدة اللوغاريتم لحاصل الضرب وهي تساوي مجموع اللوغاريتم كالتالي

$$20 \log |H(f)| = 20 \log |H_1(f)| + 20 \log |H_2(f)| \quad (9-15)$$

ويمكن كتابتها كالتالي :

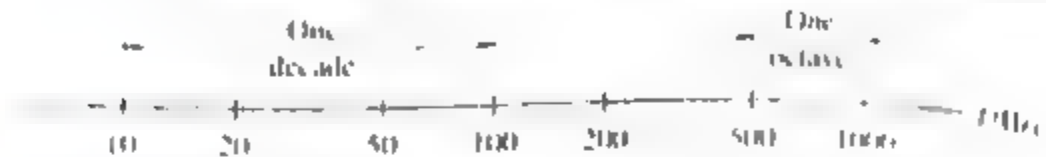
$$|H(f)|_{dB} = |H_1(f)|_{dB} + |H_2(f)|_{dB} \quad (9-16)$$

مقياس التردد للوغاريتمي Logarithmic Frequency Scales

غالباً يستخدم المقياس اللوغاريتمي عند رسم دالة التحويل في المقياس اللوغاريتمي بضرب المتغير بعامل معطى لمساواة الإضافة في الطول للاحداثيات في (المقياس الخطي الطول المساوي للمقياس يطبق بإضافة كمية معطاة للمتغير) فمثلاً مقياس التردد اللوغاريتمي الموضح في الشكل (9-14) العشر decade : هو مدى للترددات التي لها نسبة التردد العالي إلى الأقل تساوي 10 . فمثلاً مدى التردد (20Hz إلى 200Hz) هو واحد عشري (one decade) كذلك المدى من 50 إلى 500Hz هو عشرين (two decades) لأن (50Hz إلى 500Hz) هو (one decade) عشري واحد من 500 إلى 5000Hz هو عشرين آخر.

ثمانى الوحدات An Octave

هو تغير اثنين إلى واحد في التردد مثلا المدى من 10 إلى 20Hz هو واحد ثمانى (One Octave) . المدى من (2-16 KHz) هو ثلاثة ثمانى (3octave)



الشكل (9-14)

افترض أننا عندنا ترددات f_1 و f_2 حيث $f_2 > f_1$. العدد العشري (decade) بين f_1 و f_2 يعطى بالمعادلة

$$\text{number of decades} = \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right) \quad (9-17)$$

ونلاحظ أن أساس اللوغاريتم هو 10 وعدد octave بين الترددين هي

$$\text{number of octaves} = \log_2\left(\frac{f_2}{f_1}\right) = \frac{\log(f_2/f_1)}{\log(2)} \quad (9-18)$$

ومن محاسن مقياس التردد لللوغاريتمى مقارنة بالمقياس الخطي هو الاختلاف في لقبة أو الطور لدالة التحويل لأقل مدى من الترددات مثل من 10 إلى 20Hz كذلك الاختلاف في المدى العالى مثل من 10 إلى 20MHz ويمكن أن نلاحظ بوضوح في رسم الإشارة في المقياس الخطي أيضا المدى المنخفض بحيث يكون عدة مجموعات أو المدى اعلى يكون خارج المقياس .

سؤال (9-6)

فترض أن $|H(f)| = 50$ جد مكافئ بالديسبل ؟

الجواب :

$$|H(f)|_{\omega} = 50dB$$

سؤال (7-9)

(a) افترض أن $|H(f)|_{\omega} = 15dB$ جد $H(f)$ ؟

(b) اعد السؤال عندما $|H(f)|_{\omega} = 30dB$ ؟

الجواب:

$$(a) H(f) = 5.62 (b) H(f) = 31.6$$

سؤال (8-9)

ما التردد الذي اكبر من 1000Hz بـ two octaves ؟

أقل بـ three octave ؟

أعلى بـ tow decade ؟

أقل بـ one decade ؟

الجواب:

(a) 4000 Hz هو اكبر من 1000Hz بـ two octaves

(b) 125Hz (c) 100Hz (d) 100Hz

سؤال (9-9)

ما هو التردد في النصف بين الترددين في المقياس اللوغاريتمي الترددي ؟

في المقياس التردد الخطي ؟

الجواب :

(a) 316.2 هو التردد الصف بين الترددين في المقياس اللوغاريتمي .

(b) 550 في المقياس الخطي ؟

سؤال (9-10)

ما هي عدد decade بين $f_1=20\text{Hz}$ و $f_2=20\text{kHz}$

كم عدد octave ؟

الجواب

$$\text{No decade} = \log \frac{15\text{KHz}}{20\text{KHz}} = 2.87 \text{ (a)}$$

$$\text{No octave} = \frac{\log(15\text{KHz} / 20\text{KHz})}{\log 2} = 9.55 \text{ (b)}$$

9 مخططات (رسوم) بود Bode Plots

نوضح رسوم بود القيمة لدالة الشبكة بالدبسل والتردد باستخدام المقياس اللوغاريتمي للتردد وتوضيح الإشارة في رسم واحد ذات القيم الصغيرة لنطاق واسع للترددات في رسم واحد . رسوم بود مفيدة خاصة لبيان دوال التحويل مع ذلك فلن رسوم بود لدالة الشبكة غالبا ما تكون مقاربة إلى خط مستقيم لذلك فهي سهلة الرسم (في الحقيقة يتم استخدام الحاسب للرسم وهذه الميزة مهمة لتوضيح رسوم بود) .

أخيرا نفهم رسوم بود يمكننا عمل تقدير سريع عند التعامل مع دوال التحويل .
يمكن إعادة معادلات دالة التحويل ذات التمرير المنخفض من الدرجة الأولى

$$H(s) = \frac{1}{1 + j(s/f_b)}$$

وقيمة دالة التحويل تعطى بالمعادلة (9-10) وهي :

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (s/f_b)^2}}$$

ولتحويل القيمة إلى بالديسل نضرب 20 في لوغاريتم القيمة

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log |H(f)|$$

وبالتعويض بقيمة دالة التحويل نحصل على

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_0)^2}}$$

وباستخدام خاصية اللوغاريتم نحصل على

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log(1) - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

أخيرا بما أن

$$\log(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \log(x)$$

نجد أن :

$$|H(f)|_{dB} = -20 \log \left[1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 \right] \quad (9-19)$$

ونلاحظ أن القيمة المعطاة بالمعادلة (9-19) تساوي تقريبا 0dB عندما $f \ll f_0$. لذلك

للترددات المنخفضة فإن دالة التحويل تمثل تقريبا بالخط المستقيم العمودي كما في الشكل (9-15) والمكتوب عليه (low frequency asymptote) الخط المقارب للتردد المنخفض

الجدول (9-3) يوضح قيم للمعادلة (9-20) لترددات مختلفة .

f	$ H(f) _{dB}$
f_0	0
$2f_0$	-6
$10f_0$	-20
$100f_0$	-40
$1000f_0$	-60

ومن ناحية أخرى عندما $f \gg f_B$ فإن المعادلة (9-19) تساوي تقريبا

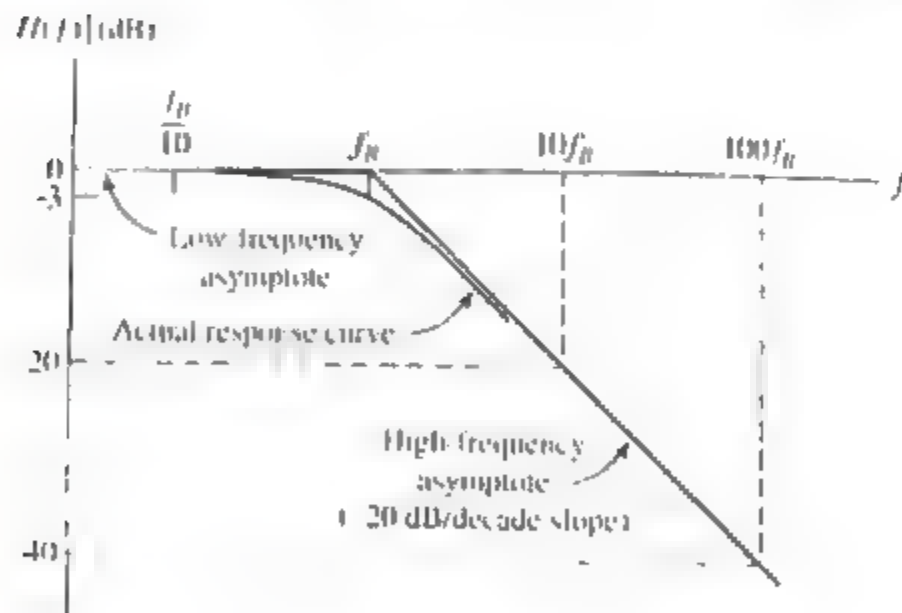
$$|H(f)|_{dB} \approx -20 \log\left(\frac{f}{f_B}\right) \quad (9-20)$$

وبتقدير القيم المختلفة للتردد f نحصل على النتائج الموضحة في الجدول (9-3) ويرسم نتائج القيم في خط مستقيم كما في الميل في الجانب الأيمن من الشكل (9-15) مكتوب عليه المستقيم المقارب للتردد العالي (high frequency asymptote) ويلاحظ أن خطوط المستقيمات المقاربة تتقاطع عند تردد نصف القدرة ولهذا السبب يطلق على f_B تردد الزاوية أو تردد القطع. أيضا يلاحظ أن الميل المستقيم المقارب للتردد العالي هو -20 ديسبل لكل عشرة (-20 decibel per decad) للتردد. يمكن التعبير عن هذا الميل بـ -6dB لكل ثماني (octave) أي (-6dB per octave).

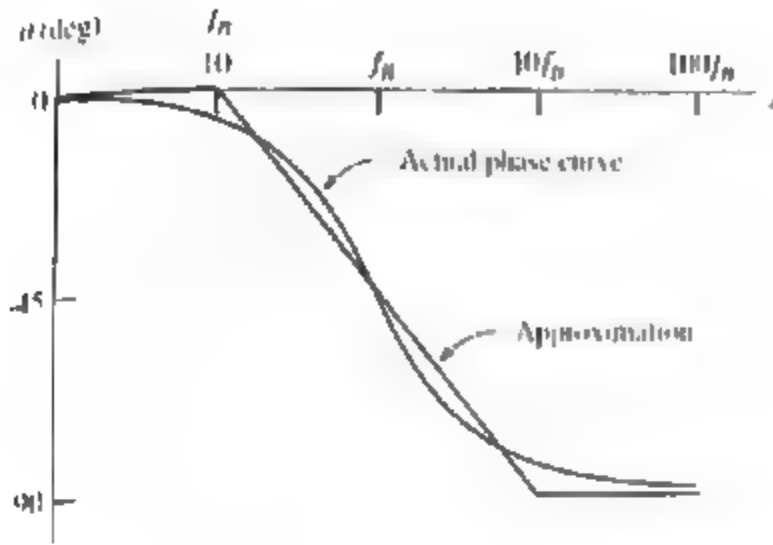
$$|H(f)|_{dB} = 30dB$$

لذلك، المستقيمات المقاربة فيها خطأ مجزائي 3dB فقط عند تردد الزاوية.

المنحنى الحقيقي $|H(f)|_{dB}$ موضح في الشكل (9-15)



الشكل (9-15)



الشكل (9-16)

رسم الطور

الطور لدالة التحويل للتمرير المنخفض ذو الدرجة الأولى يعطى بالمعادلة (9-16) التي أعيدت هنا للتوضيح

$$\angle H(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

نجد الطور يقترب للصفر عند الترددات المنخفضة جداً وعند تردد القطع يساوي -45° ويقترب من -90° عند الترددات العالية . الشكل (9-16) يوضح الرسم للطور كدالة للتردد . يلاحظ أن المنحنى يمكن تقريبه بعدة أجزاء خطوط مستقيمة وهي :

- 1- الخط العمودي عند الصفر لـ $f < f_B/10$
- 2- الخط المائل من طور الصفر عند $f_B/10$ إلى -90° عند $10f_B$
- 3- الخط العمودي عند -90° لـ $f > 10f_B$

منحنى الطور الحقيقي ينقسم من ذلك الخط المستقيم التقريبي بواسطة أقل من 60° لذلك من السهولة عمل رسم تقريبي للطور . هناك عدة دوال للدوائر يمكن رسمها بطرق فعندنا إثبات لدائرة RC بسيطة للتمرير المنخفض كذلك لن نحول تطوير المهارة عند تلك الدرجة العالية والرسوم الدالة للسعة والطور لدوائر RLC هي سهلة يمكن رسمها بواسطة برامج الكمبيوتر .

سنرى طريقة يدوية مقارنة لتحليل ورسم الرسوم الدالة لمرشح RC للتمرير المنخفض وذلك لتوضيح الفكرة والمصطلحات .

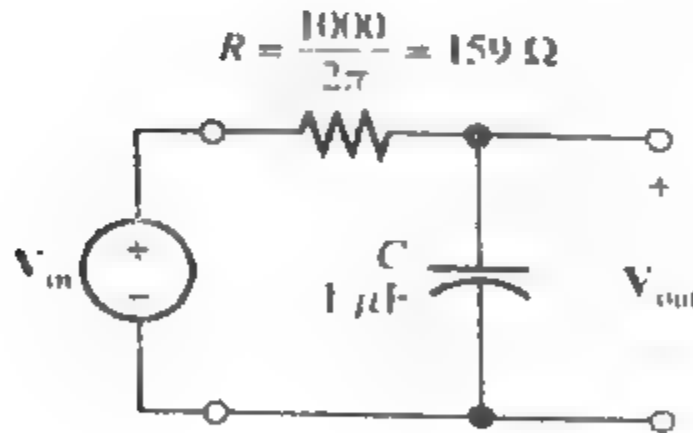
سؤال (9-11) :

ارسم الخط المستقيم التقريبي الدال للسعة ورسم الطور لمقياس الدائرة الموضحة

في الشكل (9-17)

الجواب :

انظر إلى الشكل (9-18)



الشكل (9-17)

الشكل (9-18)

9-5 مرشحات التمرير العالي من الدرجة الأولى

First-Order High Pass Filters

5-6

الدائرة الموضحة في الشكل (9-19) تسمى مرشح التمرير العالي من الدرجة الأولى ويمكن تحليلها كنفس تحليل دائرة المرشح التمرير المنخفض الموضح سابقاً في بداية الفصل . دالة التحويل تعطى بـ

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{f(f/f_H)}{1 + j2\pi f RC} \quad (9-21)$$

يكون
النبا

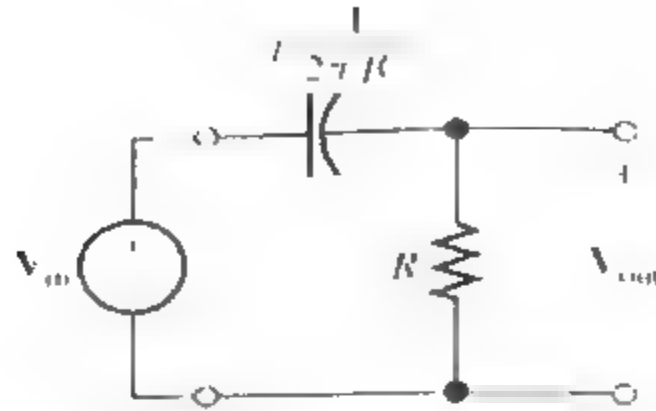
حيث

$$f_H = \frac{1}{2\pi RC} \quad (9-22)$$

سؤال (9-12)

هل
القد
عن

استخدم تحليل الدائرة لاشتقاق دالة التحويل لدائرة في الشكل (9-19) وكذلك ضع المعادلة (9-22) في المعادلة (9-21) ؟



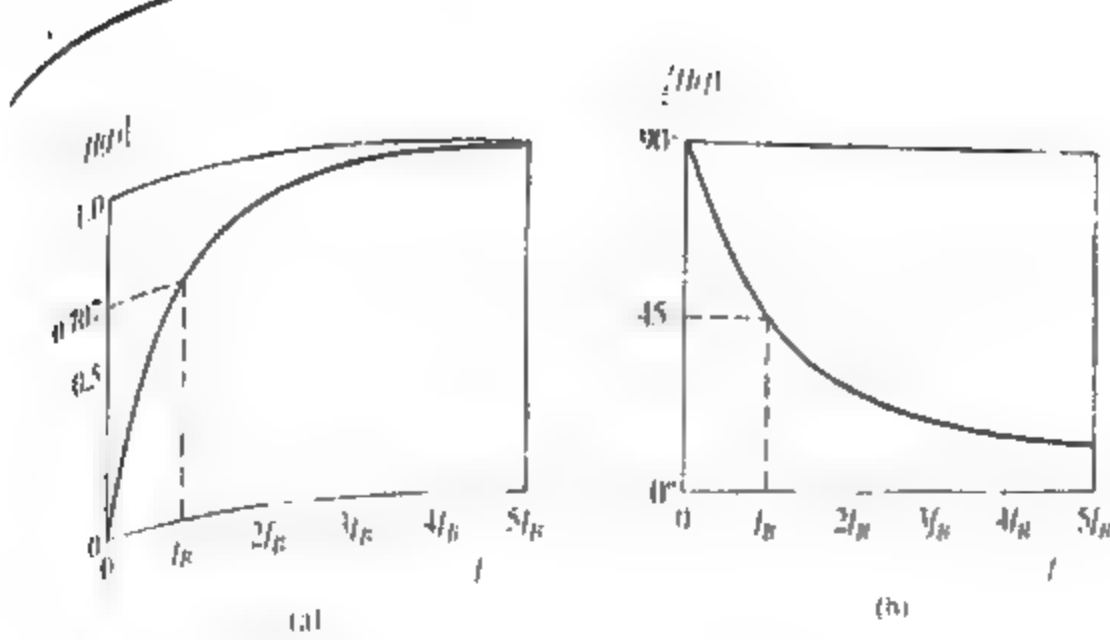
الشكل (9-19)

قيمة وطور دالة التحويل
قيمة دالة التحويل معطاة بالاتي

$$|H(f)| = \frac{f/f_B}{\sqrt{1+(f/f_B)^2}}$$

هذه المعادلة رسمت في الشكل (9-20a) ويلاحظ أن قيمة دالة التحويل يتجه نحو الصفر عند dc ($f=0$) وعند الترددات العالية ($f \gg f_B$) فإن قيمة دالة التحويل تقترب إلى الواحد. لذلك فإن هذا المرشح يمرر مركبات الترددات العالية ويميل إلى رفض مركبات لترددات الواطئة. وهذا هو السبب في تسمية الدائرة بمرشح التمرير العالي.

مرشحات التمرير العالي مفيدة عند الرغبة في مركبات الترددات العالية ورفض مركبات التردد المنخفض مثلا افرض أننا نريد تسجيل تغريد طائر في بيئة ضوضائية ويعتبر صوت الطائر في قسم الترددات العالية من مدى الصوت المسموع. مدى الترددات المسموعة تقريبا بين 20Hz-5KHz وتردد تغريد الطائر يقع في مدى أكثر من 2KHz. ومن جهة أخرى الضوضاء تتركز عند الترددات المنخفضة على سبيل المثال صوت عربات الشحن الثقيلة عند مرورها بالأرض تنتج ضوضاء قوية لها مركبات ترددها أقل من 2KHz ولتسجيل صوت تغريد الطائر قريب جدا من مصدر ضوضاء فإن مرشح التمرير العالي مفيد جدا هنا فيتم اختيار R و C لتحقيق تردد نصف القدرة f_B ويقارب 2KHz بعد ذلك المرشح يمرر النغمة للطائر ويرفض الضوضاء



الشكل (9-20)

تذكر أن إذا كانت سعة المركبة تضرب بعامل يساوي $\frac{1}{\sqrt{2}}$ كذلك القدرة هي مركبة يمكن تضرب المقاومة

بعامل يساوي $\frac{1}{2}$ ول $f=f_B$ فإن $|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ لذلك في حالة مرشح التمرير المنخفض يدعى f_B بتردد نصف القدرة (أيضا هنا له عدة أسماء بديلة هي تردد الزاوية وتردد القطع).

الطور لدالة التحويل للتمرير العالي (معادلة (9-21)) تعطى بـ

$$\angle H(f) = 90^\circ - \arctan\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

رسم إزاحة الطور لمرشح التمرير العالي موضح في الشكل (9-20b).

الرسوم الدالة لمرشح التمرير العالي من الدرجة الأولى :

كما رأينا أن أنسب طريقة لرسم دالة التحويل تستخدم في رسوم الدالة التي يتم في تحويل القيمة إلى ديسبل ويستخدم مقياس التردد للوغاريتمي. قيم دالة التحويل للتمرير العالي تساوي بالديسبل :

ويمكن كتابة المعادلة كالتالي :

$$|H(f)|_{dB} \cong -20 \log \left(\frac{f/f_B}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}} \right) \quad (9-24)$$

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log \left(\frac{f}{f_B} \right) - 10 \log \left[1 + \left(\frac{f}{f_B} \right)^2 \right] \quad (9-25)$$

وعند $f < f_B$ يكون الجزء الثاني من الجهة اليمنى للمعادلة (9-25) يساوي تقريبا صفر لذلك عندما $f < f_B$ نجد :

$$|H(f)|_{dB} = 20 \log \left(\frac{f}{f_B} \right) \quad (9-26)$$

وباختيار بعض القيم ل f نجد القيم المعطاة في الجدول (9-4) وبرسم تلك القيم يصبح المستقيم المقارب للتردد المنخفض في الجانب الأيسر من الشكل (9-21a) ويلاحظ أن ميل المستقيم المقارب المرسوم على اليسار بنسبة 20dB لكل عشري (20 dB per decade) وعند $f > f_B$ فإن المعادلة (9-25) تعطي قيمة تقريبا تساوي الصفر (عندما $f > f_B$) نجد

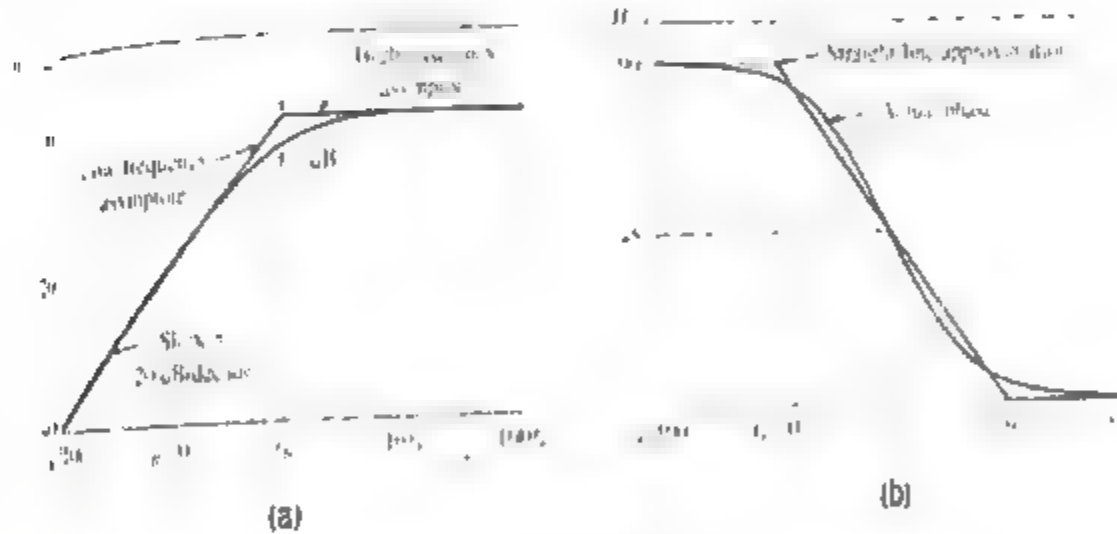
$$|H(f_B)|_{dB} \cong 0 \quad (9-27)$$

وهذه ترسم كمستقيم مقارب للتردد العالي كما في الشكل (9-21a) يلاحظ أن مستقيم مقارب للتردد العالي والمستقيم المقارب للتردد المنخفض يتقاطعان عند $f = f_B$ وهذا السبب يسمى f_B بتردد القطع)

الجدول يبين (9-4) القيم التقريبية في المعادلة (9-29) لترددات مختارة

f	$ H(f) _{dB}$
f_B	0
$f_B/2$	-6
$f_B/10$	-20
$f_B/100$	-40

الجدول (9-4)



الشكل (9-21)

القيم الحقيقية لـ $|H(f)|_{dB}$ هي أيضا رسمت كما في الشكل (9-21a) ويلاحظ أن القيمة الحقيقية عند $f=f_B$ هي: $|H(f)|_{dB} = -3dB$ لذلك المنحنى الحقيقي هو 3dB فقط من المستقيم المقارب عند $f=f_B$. ولترددات أخرى يقترب المنحنى الحقيقي إلى المستقيم المقارب . الرسوم الدالة للطور موضحة في الشكل (2-21b) وهي خط مستقيم تقريبا .

مثال 9-4 إيجاد تردد القطع العالي f_B لمرشح التمرير العالي

افترض أن لدينا مرشح تمرير عالي من الدرجة الأولى ذو دالة تحويل سعتها $-3dB$ عند تردد $f=60Hz$. جد تردد القطع f_B لهذا المرشح

الحل:

أن ميل إشارة التردد المنخفض هي عند نسبة $20dB/decade$ فيتم اختيار f_B

والتالي:

$$\frac{30dB}{20dB/decade} = 1.5 decade$$

وعند أكثر من $60Hz$ نستخدم المعادلة (9-17) نجد أن:

$$\log \frac{f_B}{60Hz} = 1.5$$

وهي مكافئة لـ

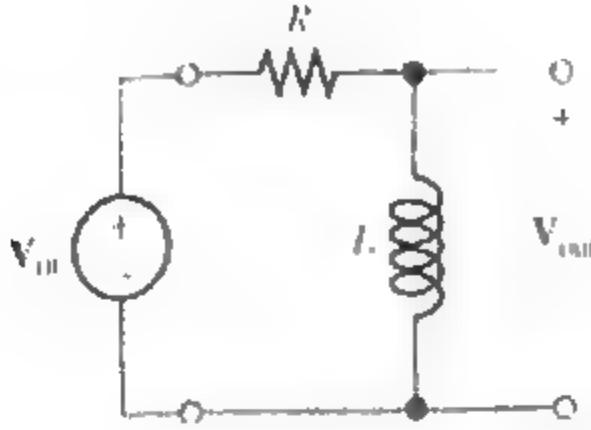
$$\frac{f_B}{60Hz} = 10^{1.5} = 31.6$$

$$f_B = 1900Hz$$

غالب ما نحتاج إلى مرشح يقوم بتقليل سعة المركبات عند التردد المعطى بدرجة عالية ولكن يهمل التأثير في المركبات القريبة من الترددات . المثال السابق يوضح تقييد لسعة للمركبات المعطاة بواسطة أعظم عامل باستخدام مرشح الدرجة الأولى بحيث يجب وضع تردد القطع بعيدا عن التردد المراد رفضه . كذلك تتأثر مركبات الترددات الأخرى وحل هذه المشكلة تستخدم مرشحات معقدة (ذات درجة عالية) ومستطرق لمرشح الدرجة الثانية في نهاية هذا الفصل .

سؤال (9-13)

في الدائرة الموضحة في الشكل (9-22) أثبت أن دالة التحويل لهذا المرشح تعنى بالمعادلة (9-21) إذا كان تردد نصف القدرة هو $f_B = R/2L$ ؟



الشكل (9-22)

سؤال (9-14) :

افرض أننا نحتاج إلى مرشح تمرير عالي RC من الدرجة الأولى حيث يقلل السعة للمركبة عند التردد 1KHz بـ 50dB . المقاومة تساوي 1KΩ . جد تردد تنصيف القدرة f_B والمتسعة C ؟

الجواب :

$$C=503PF , f_B=316KHz$$

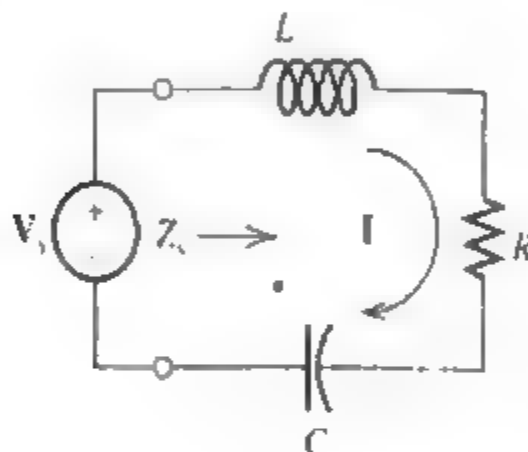
9-6 رنين التوالي Series Resonance

في هذا القسم والقسم القادم ستطرق إلى دائرة الرنين . هذه الدوائر هي مرشحات تقوم بتمرير الإشارة المرغوب فيها ورفض الإشارة الغير المرغوب فيها وهي أفضل أداء من مرشحات الدرجة الأولى مثل المرشحات المستخدمة في المستقبل والإرسال مثلاً . تطبيق آخر هو مرشح القطع (notch filter) لإزالة تداخل 60Hz من إشارة الإرسال . الرنين هو ظاهرة تظهر في النظام الميكانيكي كذلك في الدوائر الكهربائية . وتر الآلة الموسيقية وهو نظام ميكانيكي رنيني . وعندما يسلب التردد

المصدر جيبي على دائرة الرنين فان الفولتية تكون أعلى من فولتية المصدر التي تظهر على الدائرة .

مثال آخر هو قنطرة توكوما الضيقة عام 1940 . اشتقت بواسطة قوة الريح ترتيب رنين القنطرة ناتج عن اهتزاز وانتزاع أجزاء القنطرة . وبالنظر إلى دائرة الرنين التولية في الشكل (9-23) فإن المعاوقة المنظورة من المصدر بواسطة المعادلة التالية :

$$Z_s(f) = j2\pi fL + R - j\frac{1}{2\pi fC} \quad (9-28)$$



الشكل (9-23)

إن تردد الرنين f_0 يعرف بأنه التردد الذي عنده تكون المعاوقة هي مقاومة حاصلة أي أن المفاعلة الكلية تساوي صفر . ولجعل المفاعلة صفر يجب أن تتساوي سادقة الملف مع معاوقة المتسعة في القيمة أي

$$2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C} \quad (9-29)$$

وبترتيب المعادلة نحصل على تردد الرنين

عامل النوعية Q_s يعرف بأنه النسبة بين مفاعلة الملف عند تردد الرنين إلى قيمة المقاومة R . (9-30)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Q_s = \frac{2\pi f_0 L}{R} \quad (9-31)$$

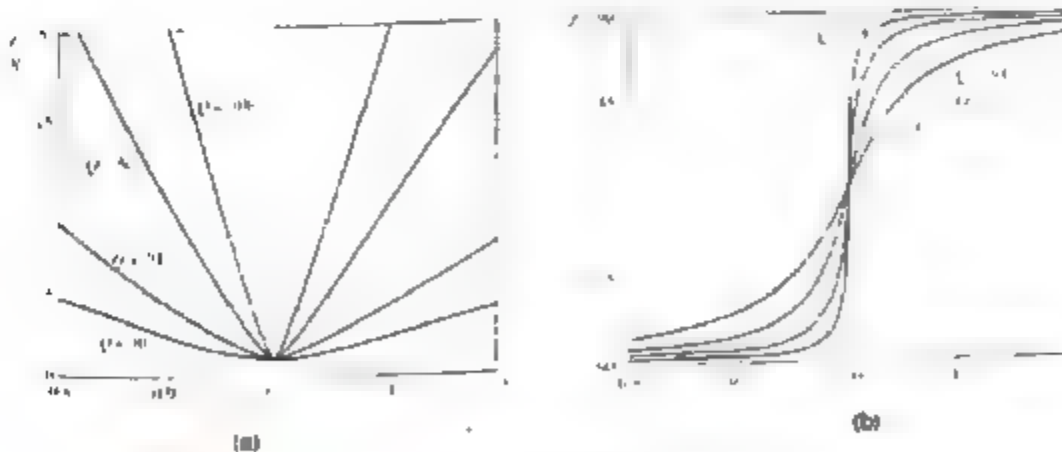
وبحل المعادلة (9-29) وبالتعويض بقيمة L في المعادلة (9-31) نحصل على صيغة أخرى لعامل النوعية .

$$Q_s = \frac{1}{2\pi f_0 CR} \quad (9-32)$$

وباستخدام المعادلة (9-30) و (9-31) وبالتعويض في المعادلة (9-28) نحصل على معادلة للمعاوقة كالتالي

$$Z_s(f) = R \left[1 + jQ_s \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right] \quad (9-33)$$

كذلك دائرة الرنين المتتالية توصف بعامل النوعية Q_s وتردد الرنين f_0 . رسم القيمة الطبيعية والطور للمعاوقة هو عكس النسبة f/f_0 للتردد الطبيعي وهي موضحة في الشكل (9-24) . ويلاحظ أن قيمة المعاوقة أقل عند تردد الرنين .



الشكل (9-24)

دائرة رنين التوازي لمرشح تمرير النطاق

بالعودة إلى الشكل (9-23) التيار يعطى بـ

$$I = \frac{V_s}{Z_s(f)}$$

وباستخدام المعادلة (9-23) وبالتعويض بالمعاوقة نجد أن

$$I = \frac{V_s / R}{1 + Q_s(f/f_0 - f_0/f)}$$

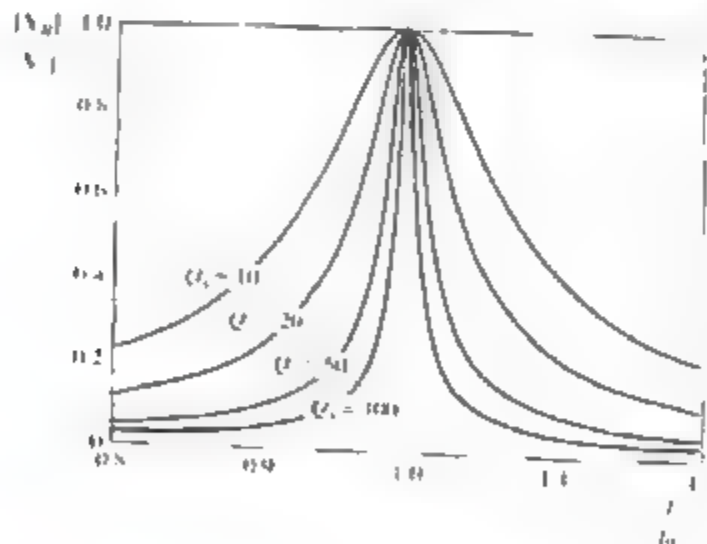
الفولتية المسطرة على المقاومة هي

$$V_R = RI = \frac{V_s}{1 + Q_s(f/f_0 - f_0/f)}$$

وبالقسمة على V_s نحصل على دالة التحويل

$$\frac{V_R}{V_s} = \frac{1}{1 + jQ_s(f/f_0 - f_0/f)}$$

أن رسم القيمة 1 كدالة للتردد f موضح في الشكل (9-25) لقيم مختلفة لـ Q_s



الشكل (9-25)

لو فرضنا أن مصدر جيبي له سعة ثابتة وتردد متغير فإن عند الترددات المنخفضة فإن قيمة المعاوقة للمتسعة تكون كبيرة والتيار I صغير في القيمة كذلك V_R صغير القيمة (مقارنة بـ V_S) . أما عند الرنين فإن قيمة المعاوقة الكلية تقل إلى أقل قيمة (إن المفاعلة للملف تلغي المفاعلة للمتسعة) . كذلك تكون قيمة التيار كبيرة و $V_R = V_S$. أما عند الترددات العالية فإن معاوقة الملف كبيرة وقيمة التيار صغيرة و V_R صغيرة .

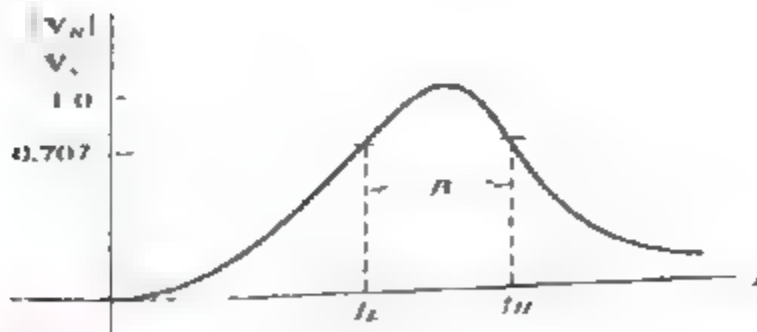
الآن افرض أننا سلطنا إشارة مصدر له مركبات ترددية حول تردد الرنين فإن المركبات للمصدر تقرب لتردد الرنين عبر المقاومة مع تغير في السعة . كذلك المركبات التي لها ترددات عالية أو منخفضة حقيقية تقل في السعة لذلك يتمركز نطاق المركبات عند تردد الرنين المار حتى يتم رفض المركبات البعيدة من تردد الرنين . يمكن القول أن دائرة الرنين هي مرشح تمرير النطاق . وتذكر أن تردد تنصيف القدرة للمرشح هو تردد لأي قيمة لدالة التحويل وله بداية من أعلى بعامل يساوي $0.707 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ولدوائر الرنين المتوالية هناك تردد تنصيف قدرة f_L و f_H وهذا موضح في الشكل (9-26) . عرض الحزمة B لهذا المرشح هو الفرق بين ترددي تنصيف القدرة

$$B = f_H - f_L \quad (9-34)$$

ولدائرة الرنين المتوالية نجد أن

$$B = \frac{f_0}{Q_S} \quad (9-35)$$



الشكل (9-26)

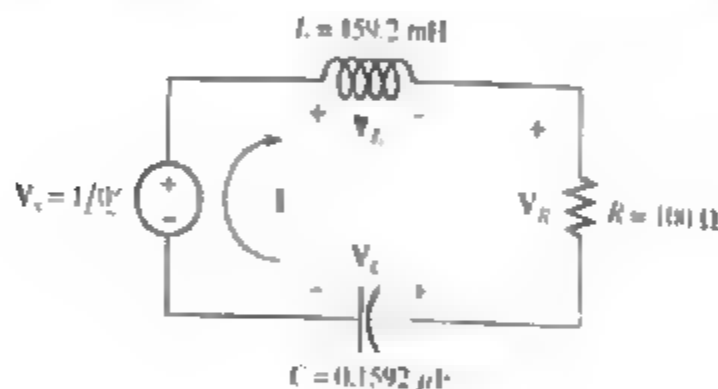
كذلك عندما $Q_s \gg 1$ فان ترددات تنصيف القدرة يعطى بالمعادلة التقريبية

$$f_H \cong f_0 + \frac{B}{2} \quad (9-36) \quad \text{التالية :}$$

$$f_L \cong f_0 - \frac{B}{2} \quad (9-37)$$

مثال 9-5 دائرة الرنين المتوالية

في دائرة الرنين المتوالية الموضحة في الشكل (9-27) احسب تردد الرنين ؟
 رعرص الخزمة ؟ وتردد تنصيف القدرة ؟ افرض أن تردد المصدر هو نفسه تردد
 الرنين . حدد فولتية ضابط الطور المارة بالعناصر وارسم خطط الطور ؟



الشكل (9-27)

الحل :

أولاً : لحساب تردد الرنين نقوم باستخدام المعادلة (9-30)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.1592 \times 10^{-3} \times 0.1592 \times 10^{-6}}} = 1000 \text{ Hz}$$

عامل النوعية يعطى بالمعادلة (9-31)

$$Q_s = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi \times 1000 \times 0.1592}{100} = 10$$

عرض الحزمة يعطى بالمعادلة (9-35)

$$B = \frac{f_0}{Q_s} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ Hz}$$

باستخدام المعادلة (9-36) و (9-37) لإيجاد ترددات نصف القدرة التقريبية

$$f_H \approx f_0 + \frac{B}{2} = 1000 + \frac{100}{2} = 1050 \text{ Hz}$$

$$f_L \approx f_0 - \frac{B}{2} = 1000 - \frac{100}{2} = 950 \text{ Hz}$$

وعند الرنين فإن معاوقة المتسعة و المحاثة هي

$$Z_L = j2\pi f_0 L = j2\pi \times 1000 \times 0.1592 = j1000 \Omega$$

$$Z_C = -j \frac{1}{2\pi f_0 C} = -j \frac{1}{2\pi \times 1000 \times 0.1592 \times 10^{-6}} = -j1000 \Omega$$

وهذا يؤكد أن الممانعات متساوية في القيمة ، كما ترى
للدائرة هي

$$Z_s = R = 100 \Omega = j1000 - j1000$$

يار ضابط الطور يعطى بالمعادلة

$$\theta = 0^\circ$$



الشكل (9-28)

الفولتية المسلطة على العناصر هي .

$$V_R = RI = 100 \times 0.01 \angle 0^\circ = 1 \angle 0^\circ$$

$$\angle 0^\circ = 10 \angle 90^\circ \quad V_L = Z_L I = j1000 \times 0.01$$

$$\angle 0^\circ = 10 \angle -90^\circ \quad V_C = Z_C I = -j1000 \times 0.01$$

مخطط ضابط الطور موضح في الشكل (9-28). و يلاحظ أن الفولتية المسلطة على الملف والمتسعة هي اكبر من قيمة فولتية المصدر . ومع هذا فإن قانون كيرشوف للفولتية كافي لان V_L و V_C متخالفين الطور ويلغني احدهما الآخر (محصلتهما صفر) في المثال (9-5) وجدنا قيمة الفولتية المسلطة على الملف والمتسعة Q_S أعلى لمرات من فولتية المصدر . لذلك عامل النوعية العالي يؤدي إلى تكبير عالي للفولتية.

سؤال (9-15) :

جد قيم R و C لدائرة الرنين المتوالية التي لها $L=10\text{H}$ و $f_0=1\text{MHz}$ و Q_S ارجع عرض الحزمة والقيمة التقريبية لتردد نصف القدرة في الدائرة ؟

الجواب :

$$f_H = 1010 \text{ KHz} , f_L = 990 \text{ KHz} , B = 20 \text{ KHz} , R = 12577 , C = 2533 \text{ pF}$$

سؤال (9-16) :

افرض أن الفولتية $V_S = 1 \angle 0^\circ$ عند تردد 1MHz حيث تسلط على الدائرة في السؤال (9-15) . جد فولتية ضابط الطور المسلطة على المقاومة والمتسعة والمخانة .

الجواب :

$$1 \angle -90^\circ , V_C = 50 \angle 90^\circ , V_L = 50 \angle 0^\circ , V_R =$$

سؤال (9-17) :

جد قيمة R و L لدائرة الرنين المتوالية لها $C = 470 \text{ pF}$ وتردد رنين 5MHz وعرض حزمة 200KHz

الجواب :

$$L = 2.156 \text{ mH} , R = 2.709 \Omega$$

9-7 رنين التوازي Resonant Parallel

نوع آخر من دوائر الرنين المعروفة هي دوائر الرنين المتوازية وهي موضحة في الشكل (9-29) .

معاوقة الدائرة تعطى بالمعادلة

$$Z_p = \frac{1}{1/R + j2\pi fC - j(1/2\pi fL)} \quad (9-38)$$

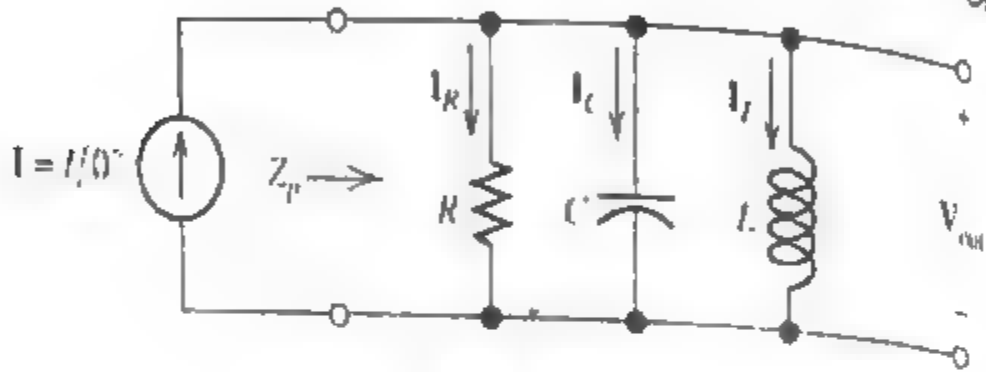
وكما في دائرة الرنين المتوالية تردد الرنين f_0 هو تردد عندما تكون المعاوقة هي المقاومة فقط وهذا يوضح إلغاء الجزء التخيلي للمقام في المعادلة (9-38) لذلك نجد

$$2\pi f_c = \frac{1}{2\pi f_0 L} \quad (9-39)$$

وبإيجاد تردد الرنين نجد
(9-40)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

وهي نفس المعادلات المعبر عنها في دوائر الرنين المتوالية المشروح في القسم السابق (9-6)



الشكل (9-29)

ولدائرة الرنين المتوازية نعرف عامل النوعية Q_p كنسبة بين المقاومة إلى المفاعلة للملف عند الرنين :

$$Q_p = \frac{R}{2\pi f_0 L} \quad (9-42)$$

نلاحظ أن الصيغة هي نفسها لعامل النوعية لدوائر الرنين المتوازية وبحل المعادلة (9-40) وبالتعويض بقيمة L في المعادلة (9-41) نحصل على صيغة أخرى لعامل النوعية

$$Q_p = 2\pi f_0 CR \quad (9-42)$$

وعند حل المعادلة (9-41) و (9-42) وبالتعويض بقيمة L و C في المعادلة (9-38) نجد

$$Z_r = \frac{R}{1 + jQ_p(f/f_0 - f_0/f)} \quad (9-43)$$

الفولتية المسلطة على دائرة الرنين المتوازية تنتج ضابط الطور للتيار ومعاوقة

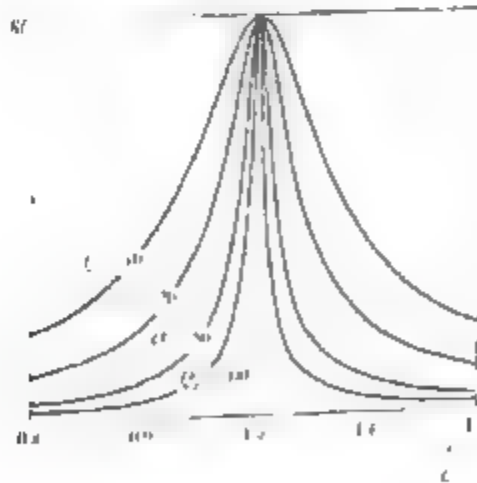
$$V_{out} = \frac{IR}{1 + jQ_p(f/f_0 - f_0/f)} \quad (9-44)$$

افترض أن لدينا تيار ثابت في القيمة والفولتية والتردد متغير فيكون رسم قيمة الفولتية لدائرة الرنين المتوازية كما موضح في الشكل (9-30). نلاحظ أن قيمة الفولتية تصل إلى أعلى قيمة $V_o \max = RI$ عند تردد الرنين .

هذا المنحنى هو نفس شكل المنحنى لدالة التحويل لدائرة الرنين المتوازية .
تردداً تنصيف القدرة f_L و f_H يعرفان بأنهما الترددات التي عندها تصل قيمة الفولتية إلى أعلى قيمة مضروبة بـ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ وعرض الحزمة للدائرة يعطى بـ

$$B = f_H - f_L \quad (9-45)$$

وفي الحقيقة يمكن التعبير عن عرض الحزمة بدلالة تردد الرنين وعامل النوعية



الشكل (9-30)

مثال 9-6 دوائر الرنين المتوازية

أوجد قيمة L و C لدائرة رنين متوازية لها $R = 10K\Omega$ ، $f_0 = 1MHz$ ، $B = 100KHz$ وإذا كانت $I = 10^{-3} \angle 0^\circ$. ارسم مخطط الطور موضعا التيار المار خلال كل العناصر في دائرة الرنين ؟

الحل :
يقوم بحساب عامل النوعية للدائرة وبالعودة إلى المعادلة (9-46) نجد

$$Q_p = \frac{f_0}{B} = \frac{10^6}{10^5} = 10$$

وبالمعادلة (9-41) وبالتعويض فيما نجد

$$L = \frac{R_0}{2\pi f_0 Q_p} = \frac{10^4}{2\pi \times 10^6 \times 10} = 159.2 \mu H$$

كذلك نستخدم المعادلة (9-42) لنجد

$$C = \frac{Q_p}{2\pi f_0 R} = \frac{10}{2\pi \times 10^6 \times 10^4} = 159.2 PF$$

وعند الرنين الفولتية تعطى بـ

$$V_{out} = IR = (10^{-3} \angle 0^\circ) \times 10^4 = 10 \angle 0^\circ$$

والتيار يعطى بـ

$$I_R = \frac{V_{out}}{R} = 10^{-3} \angle 0^\circ$$

$$I_L = \frac{V_{out}}{j2\pi f_0 L} = \frac{10 \angle 0^\circ}{j10^3} = 10^{-2} \angle -90^\circ$$

$$I_C = \frac{V_{out}}{-j/2\pi f_0 C} = \frac{10 \angle 0^\circ}{-j10^3} = 10^{-2} \angle 90^\circ$$



الشكل (9-31)

مخطط الطور موضح في الشكل (9-31) ويلاحظ أن التيار المار خلال الملف والمتسعة هو كبير في القيمة مقارنة بالتيار المسلط. لذلك I_L ، I_C متعاكسان بالطور ومحصلتها صفر .

سؤال (9-18)

دائرة رنين متوازية لها $L=100$ ، $C=500\text{PF}$ ، $R=10\text{K}$ ؟ جد تردد الرنين وعامل النوعية وعرض الحزمة ؟

الجواب: $Q_p=22.36$ ، $f_0=711.8\text{KHz}$ ، $B=31.83\text{KHz}$

سؤال (9-19)

دائرة رنين نوازي فيها $f_0=10\text{MHz}$ ، $B=200\text{KHz}$ ، $R=1\text{k}$ ؟ جد L و C ؟

الجواب: $L=0.31183$ ، $C=795.8\text{PF}$ ، H

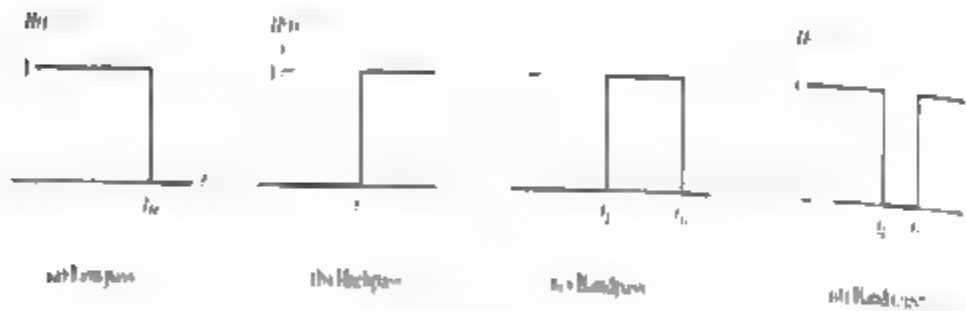
9.8 المرشحات المثالية ومرشحات الدرجة الثانية

Ideal and Second Order Filters

في مناقشة تركيب المرشح من المفيد أن نذكر المرشحات المثالية فالمرشح المثالي يمرر مركبات المدى الترددي المرغوب دون تغير في السعة أو الطور كما يجب تماماً مركبات التردد الغير مرغوبة . ويعتمد على موقع الترددات المارة والمرفوضة . وهناك عدة أنواع للمرشحات مثل مرشحات : يمرر منخفض وتمرير عالي وتمرير النطاق ورفض (منع مرور) النطاق .

دالة التحويل $H(f)$ لكل الأنواع أعلاه المثالية موضحة في الشكل (9-32)

$$H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$



الشكل (9-32)

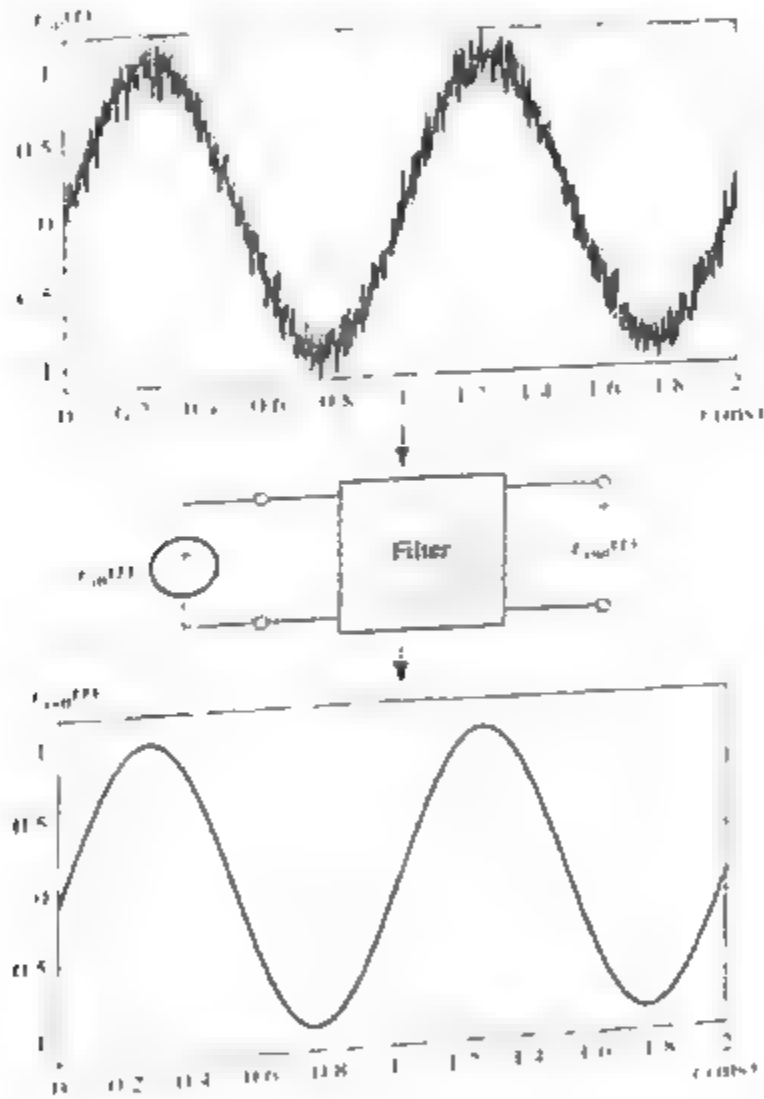
مرشح التمرير المنخفض المثالي : موضح في الشكل (9-32a) حيث يمرر المرشح المركبات التي لها تردد أقل من تردد القطع f_H ويرفض الترددات التي أعلى من تردد f_H

مرشح التمرير العالي المثالي : في الشكل (9-32b) حيث يمرر المرشح المركبات التي لها تردد أعلى من تردد القطع f_L ويرفض الترددات التي أعلى من تردد f_L

مرشح تمرير النطاق المثالي : في الشكل (9-32c) حيث يمرر المرشح المركبات التي لها تردد بين ترددي القطع f_L, f_H ورفض المركبات خارجة عن هذا المدى .

مرشح رفض النطاق المثالي : في الشكل (9-32d) الذي يدعى بمرشح القطع ويرفض المركبات التي لها تردد بين ترددي القطع f_L و f_H ويمرر المركبات خارج هذا المدى .

وكما ذكرنا أن المرشحات مفيدة عندما تحتوي الإشارة على مركبات مرغوب فيها في مدى ترددي معين وعلى مركبات غير مرغوب فيها في مدى ترددي آخر .



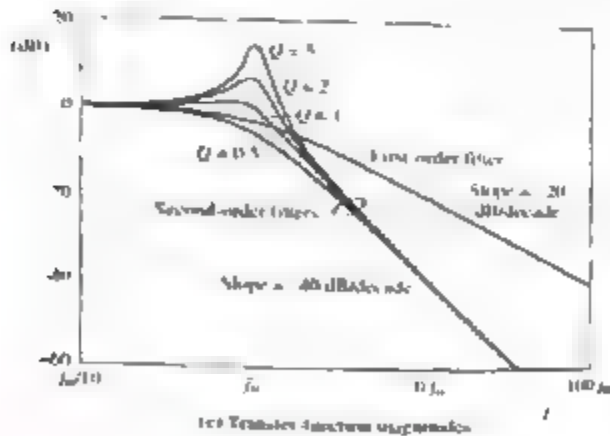
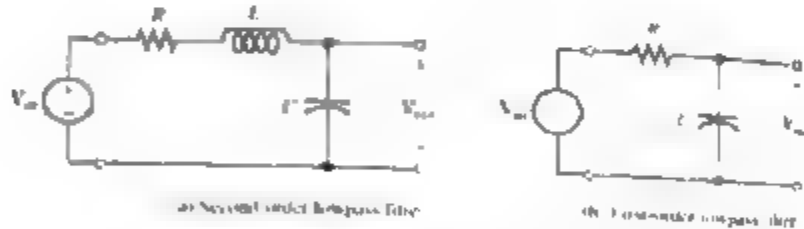
الشكل (9-33)

مثلا الشكل (9-33a) يوضح موجة جيبية 1KHz شوهت بضوضاء ذات تردد عالي وتتميز إشارة الضوضاء خلال مرشح التمرير المنخفض تتخلص من الضوضاء. لكن من الصعوبة بناء مرشحات مثالية و بالإمكان تصميم مرشحات تعمل افعال أفضل في رفض المركبات الغير مرغوبة مع المحافظة على المركبات المرغوبة. لذلك نرى أن دوائر الدرجة الثانية تمثل أفضل (تقارب المثالية) مقارنة بدوائر مرشحات للدرجة الأولى المذكورة في بداية الفصل.

مرشح التمرير المنخفض من الدرجة الثانية Second Order Low Pass Filter

الشكل (9-34a) يوضح مرشح تمرير منخفض من الدرجة الثانية أساسه دائرة الرنين المتوالية في الجزء 9-6. حيث يخصص المرشح بتردد الرنين f_0 وعامل النوعية Q يعطى في المعادلة (9-30) ودالة التحويل للدائرة يعطى بـ

$$H(f) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{-jQ_2(f_0/f)}{1 + jQ_2(f/f_0 - f_0/f)} \quad (9-47)$$



الشكل (9-34)

الرسم الدال لقيمة دالة التحويل موضح في الشكل (9-34c) . ويلاحظ أن عند $Q_s \gg 1$ فإن قيمة دالة التحويل تصل إلى أعظم قيمة كذلك بالقرب من تردد الرنين وبصورة عامة في تصميم المرشح نريد الربح هو أعلى قيمة عند عدم ظهور قيمة دالة التحويل بالزيادة قبل غلق الدورة.

دالة التحويل لهذه القيمة Q_s تسمى بالأعلى مستوى Maximally Flat كذلك نعرف في دالة Butter Worth وغالبا ما تكون لمرشح التمرير المنخفض .

مقارنة بين المرشحات من الدرجة الأولى والثانية :

في الشكل (9-34b) يوضح مرشح تمرير منخفض من الدرجة الأولى والرسم الدال لدالة التحويل في الشكل

(9-34c) . دائرة مرشح الدرجة الأولى توصف بتردد نصف القدرة f_B

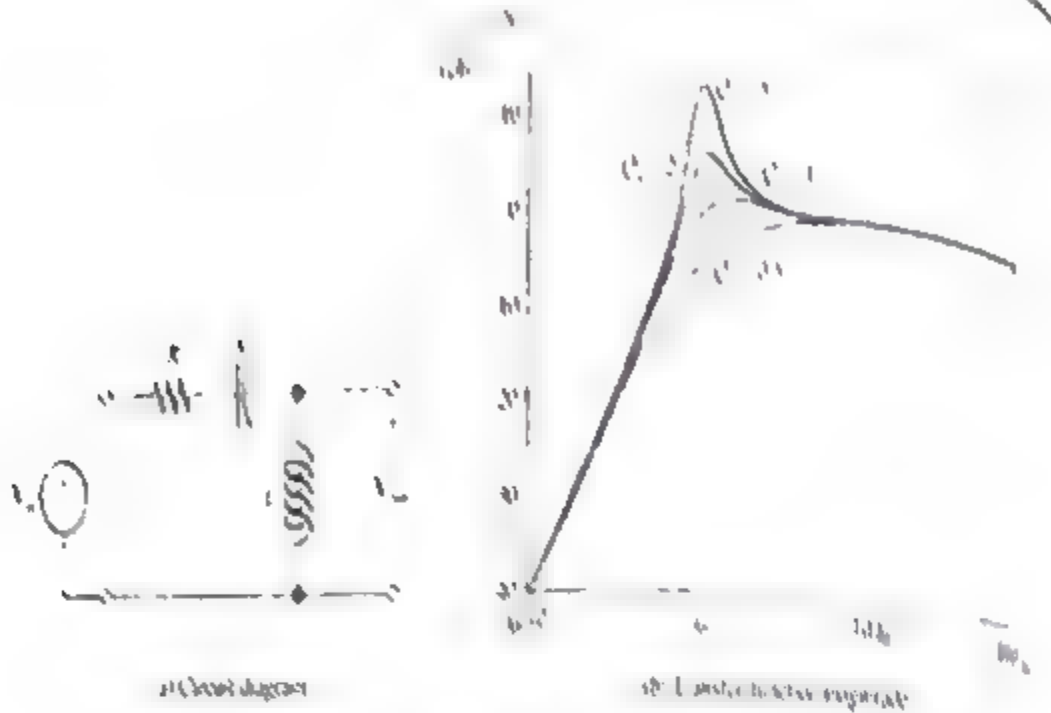
$$f_B = 1/2\pi RC$$

(نضع $f_0 = f_B$ لعملية المقارنة)

يلاحظ أن عند اعلي تردد من f_0 فإن قيمة دالة التحويل أكثر المنحدر لمرشح من الدرجة الثانية (-40dB/decade هي عكس -20dB/decade)

مرشح التمرير العالي من الدرجة الثانية

مرشح التمرير العالي من الرتبة الثانية موضح في الشكل (9-35a) . والرسم الدال للقيمة موضح في الشكل (9-35b) . هنا أيضا نريد القيمة التي تكون تقريبا ثابتة عند إمكانية تمرير النطاق لذلك نختار $Q_s = 1$ (وبعبارة أخرى نريد تصميم مرشح يشبه تماما المرشح المثالي).



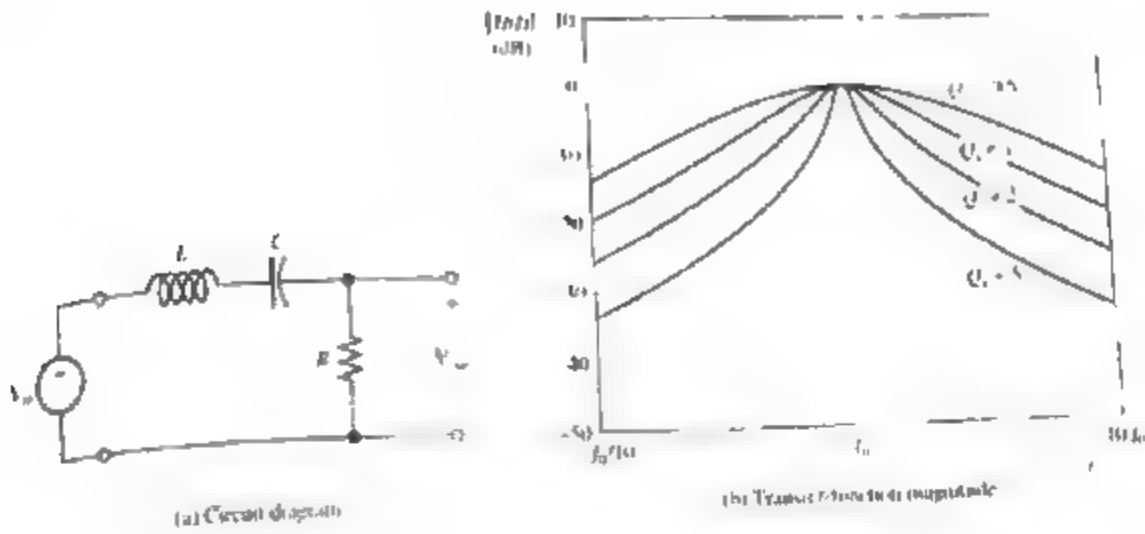
الشكل (9.35)

• مبرح تمرير النطاق من الدرجة الثانية

مبرح تمرير النطاق من الدرجة الثانية موضح في الشكل (9.36a) والرسم
 تمثيل للقيمة موضح في الشكل (9.36b). عرض الحزمة لنصف القدرة يعطى بالمعادلة
 (9.34) و (9.35) وهي

$$B = f_H - f_L$$

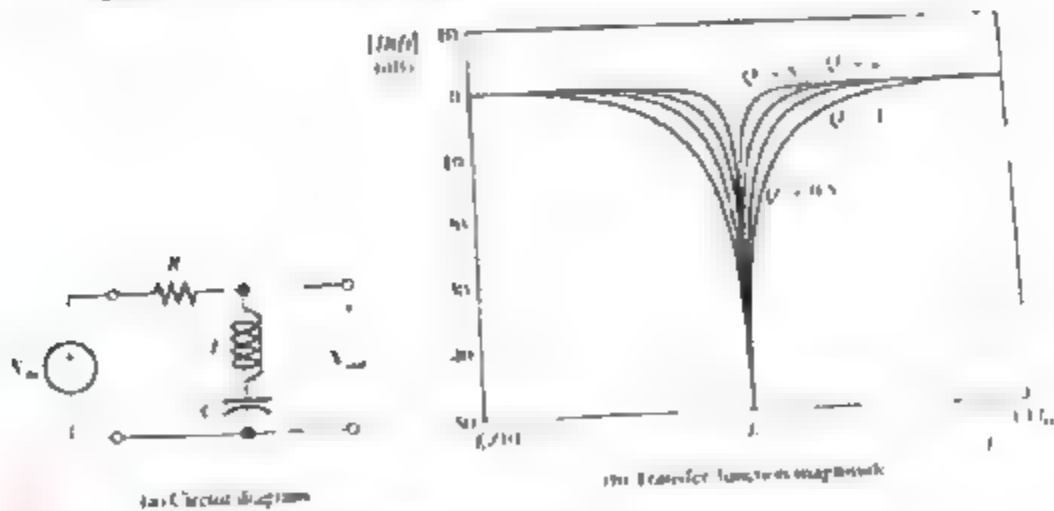
$$B = \frac{f_0}{Q_s}$$



الشكل (9-36)

مرشح رفض النطاق من الدرجة الثانية (مرشح القطع)

مرشح رفض النطاق من الدرجة الثانية موضح في الشكل (9-37a) والرسم الدال على القيمة موضح في الشكل (9-37b). نظريا قيمة دالة التحويل تساوي صفر عند $f=f_0$ (بالديسبل تطبق إلى $|H(f_0)| = -\infty \text{ dB}$). كذلك الملفات الحقيقية لها مقاومات توالي لذلك رفض مركبات f_0 غير كامل في الدوائر الحقيقية.



الشكل (9-37)

مثال 9-7 تصميم المرشح

افرض اننا بحاجة لمرشح يمرر المركبات التي تمرر اعلى من 1KHz ويرفض المركبات التي اقل من 1KHz . اختر شكل الدائرة المناسبة من التبة الثانية . اختر $L=5mH$ ونخصص قيم مناسبة إلى المركبات الأخرى ؟

الحل :

لتمرير مركبة ذات تردد عالي ورفض مركبات الترددات الواطئة لحتاج إلى مرشح تمرير عالي . نخطط الدائرة من الدرجة الثانية لمرشح التمرير العالي موضح في الشكل (9-35a) . وبتطبيق دالة التحويل لرسم القيمة كما في الشكل (9-35b) . دائما نريد دالة التحويل تكون تقريبا ثابتة في مرور نطاقي كذلك لختار $Q \cong 1$ ونختار $f_0=1KHz$ ولذلك تمر المركبات التي اعلى من 1KHz بينما لا تمر مركبات التردد الرأى لا تمر ويحل المعادلة

(9-30) بالتعويض فيها بالمتسعة نجد :

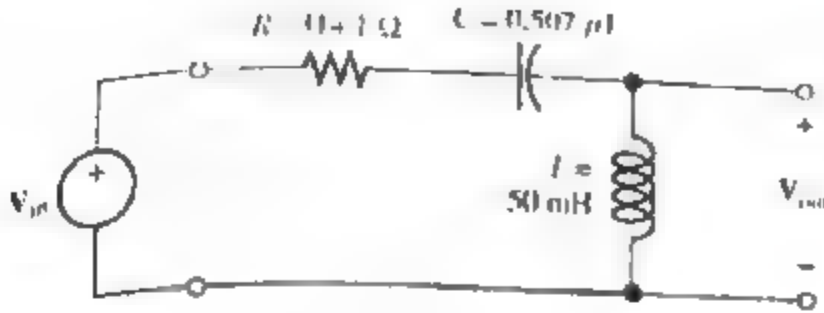
$$C = \frac{1}{(2\pi)^2 f_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi)^2 \times 10^6 \times 50 \times 10^{-3}}$$

$$F_s = 0.50$$

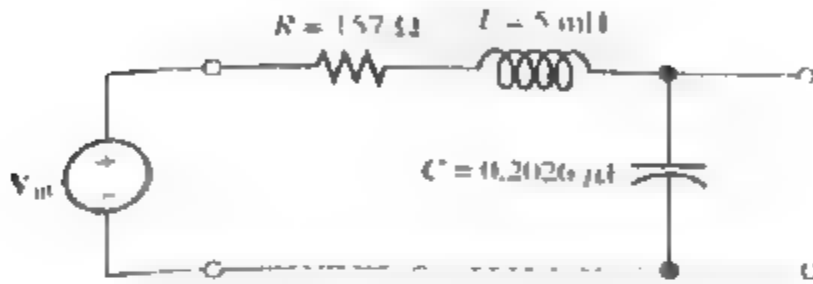
ويحل المعادلة (9-31) للمقاومة وبالتعويض بالقيم نجد

$$R = \frac{2\pi f_0 L}{Q_s} = \frac{2\pi \times 1000 \times 50 \times 10^{-3}}{1} = 314.1\Omega$$

الدائرة والقيم موضحة في الشكل (9-38)



الشكل (9-38)



الشكل (9-39)

هناك العديد من الأسباب وهي لماذا يجب عدم استخدام نفس القيم التي تم حسابها في مركبات المثال الأخير :

أولا القيم الثابتة للمتسعات والمقاومات تحدد بسهولة فقط وفق معايير محددته ومع ذلك التصميم بدعى مرشح رفض المركبات التي اقل من 1KHz ويمرر المركبات التي اعلي من 1KHz واختيار تردد $f_0 = 1\text{KHz}$ حيث يعتمد أهميته في رفض الترددات المنخفضة وتمييز الترددات العالية دون التغير في السعة .

اخيرا اختيار قسم Q في بعض الأحيان اعتباطي . عمليا نختار مركبات متنبهة مستخدمين حسابات كنقطة بداية ثم نضبط تجربة المرشح لمعظم القراءات الممكنة.

سؤال (9-20) :

افرض أننا نحتاج مرشح يمرر المركبات التي اقل من 5KHz . واختر شكل الدائرة من التبة الثانية مناسبة حيث $L=5mH$ واقترح قيم لاحتاج إليها أخرى .

بجواب :

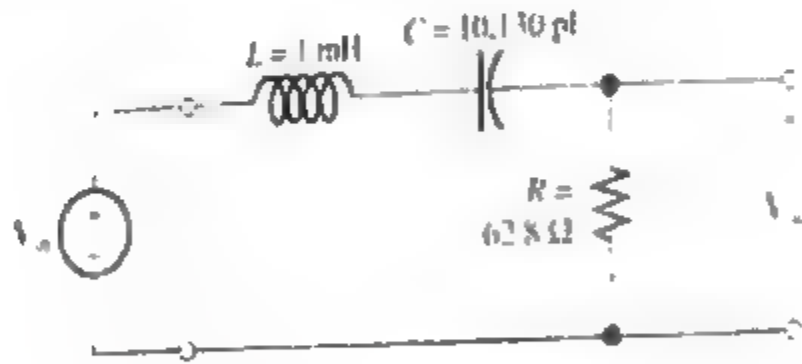
انظر الشكل (9-39)

سؤال (9-21) :

افرض أننا نحتاج مرشح يمرر المركبات التي بين $f_L=45KHz$ و $f_H=55KHz$ حيث يرفض علي أو اقل من التردد أن صمم دائرة مستخدما ملف 1mH .

بجواب :

نحتاج إلى مرشح تمرير نطاقي له $f_0 \cong 50KHz$ و $Q=5$ الدائرة هي موضحة في الشكل (9-40)



الشكل (9-40)

المعالجة الإشارة الرقمية Digital Signal Processing

في ما مضى أخذنا فكرة عامة حول دوائر RLC كذلك هناك أنظمة حديثة تستخدم التقنيات المتطورة تدعى معالجة الإشارة الرقمية DSP في استخدام DSP

لإشارة المرشح إشارة الدخل التماثلية $x(t)$ تحول إلى صيغة رقمية (أرقام متوالية) بواسطة محول تماثلي إلى رقمي (ADC) .

الحاسب الرقمي يستخدم إشارة الإدخال الرقمية لحساب تسلسل القيم لإشارة الخرج . أخيراً (عند الرغبة) القيم المحسوبة تحول إلى الصيغة التماثلية بواسطة محول من رقمي إلى تماثلي (DAC) لإنتاج إشارة الخرج $y(t)$. المخطط الكتلي الشامل لنظام DSP موضح في الشكل (9-41) .



الشكل (9-41)

هناك عمليات أخرى خارج الترشيح مثل تمييز الكلام حيث يتم تنفيذه بنظام DSP . يستخدم DSP في الأيام الأولى لتلصكوب الفضاء لتوضيح الصور الغير الواضحة الناتجة من الخطأ في تصميم التلصكوب .

كمثال على منتجات صنعت بتكنولوجيا DSP هي اعلى وضوح في التلفزيون وخلايا السماعات الرقمية مشغل الموسيقى MP3 DSP واسع المجال واستمر تطوره بسرعة لإنتاج منتجات لم يسبق مثلها من قبل .

سيتم شرح المرشحات الرقمية باختصار جدا ولإعطاء تلميح سريع حول هذا المجال .

نحويل الإشارات من الصيغة التماثلية إلى الرقمية :

الإشارة التماثلية تحول إلى صيغة رقمية بـ DAC في خطوتين : الأولى يتم اخذ عينات الإشارة التماثلية وحسب دورة زمنية تم تخصيص لكل عينة كلمة شفرة وتمثل قيمة العينة . والكلمة المشفرة تكون من إعداد ثنائية . هذه العملية موضحة في الشكل (9-42) . في أي قيمة عينة تمثل بثلاثة إعداد مشفرة وتطبق على سعة النطاق التي

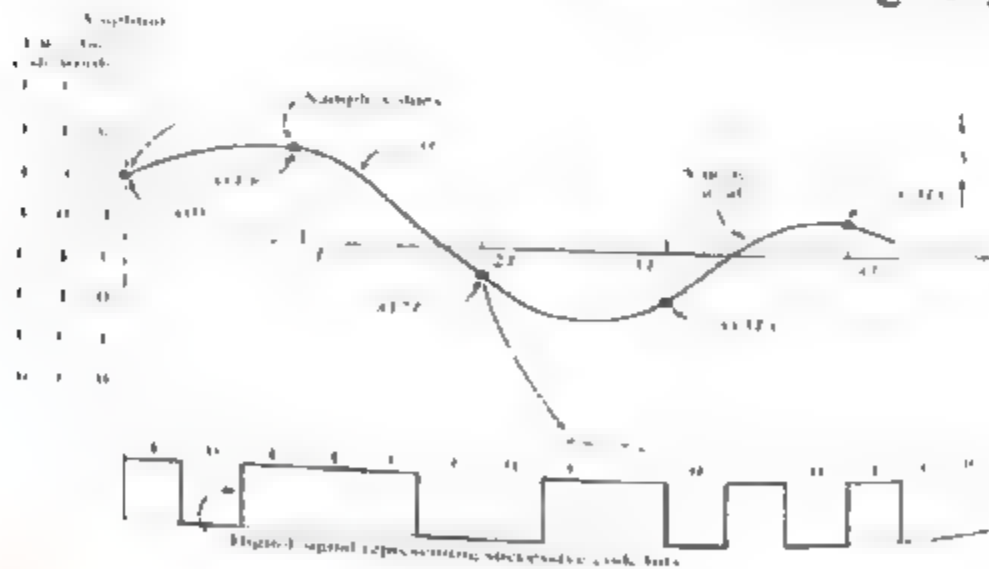
نحدر إليها العينة . لذلك كل قيمة للعينة تحول إلى كلمة شفرة التي تمثل فيما بعد بإشارة رقمية كما في الشكل .

النسبة f_s عند أي إشارة يجب أخذ عينتها حيث يعتمد على الإشارات لمركبات لترددية . كما أن كل الإشارات الحقيقية يمكن اعتبارها أنها تتكون من مركبات جيبية مختلفة في التردد والسعة والطور . إذا لم تحتوي الإشارة على مركبات ذات تردد اعلي من f_{11} فإن الإشارة (نظريا) نعيد بناءها من جديد من العينات لذلك نرصد العينة F_s بؤخذ أكبر من ضعف f_{11} .

$$F_s > 2f_{11} \quad (9-48)$$

مثلا اعلى دقة لإشارة الصوت لها تردد اعلي حوالي 15KHz لذلك اقل نسبة عينة نستخدم لإشارة الصوت 30KHz .

الاعتبارات العملية تجعل تردد العينة أكبر من التردد الأقل نظريا . فتنقية محرك الصوت المدمج يحول إشارة الصوت إلى صيغة رقمية مع نسبة عينة 44.1KHz . طبعيا يتم اختيار اقل نسبة عينة عملية لتقليل كمية البيانات (التي على شكل شفرة) التي نحز أو نعالج بواسطة نظام DSP .



الشكل (9-42)

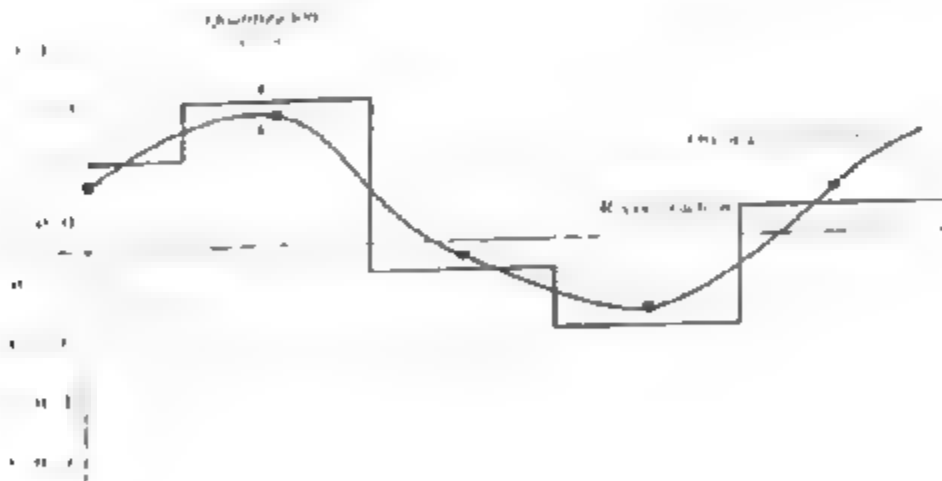
كذلك المسافة بين العينات T تتناسب عكسيا مع نسبة العينة

$$T = \frac{1}{f_s} \quad (9-49)$$

الإجراء الثاني وهو المهم في تحويل الإشارة التماثلية إلى الرقمية وهي عدد النطاقات التي تستخدم بسعة الإشارة لا يمكن تمثيلها بالضبط بسبب أن كل السعات أعطى المنطقة نفس كلمة الشفرة . لذلك عندما يحول DAC كلمة الشفرة يتحقق الموجة الأصلية التماثلية . وبالإمكان إعادة بناؤها فقط بشكل تقريبي إلى إشارة جديدة لها فولتية في وسط كل منطقة وهذا موضح في الشكل (9-43) . كذلك بعض خطأ التكبير يمكن تقليله باستخدام أكبر عدد من الناقلات التي تحتاج إلى كلمة شفرة طويلة . حيث أن العدد N لسعة النطاقات يرتبط بعدد البتات لكلمة الشفرة (Code Word) .

$$N=2^K \quad (9-50)$$

مثلا عند استخدام 8bit أي $K=8$ فإن $N=2^8=256$ سعة للنطاقات في تقنية محرك المدمج له 6bit يستخدم في تمثيل قيم العينات ومع عدد تلك البتات فمن الصعوبة الاستماع وكشف الخطأ للتكبير في إشارة الصوت الجديدة .



الشكل (9-43)

أنت محتاج إلى ترميز إشارة لها مدى من $-1V$ إلى $1V$ مع تحليل لـ $\Delta = 0.5mV$ ؟
 مشار إليها في الركن الأيمن من الشكل (9-42) . ثم اقل عدد للنطاقات هو مدى
 الإشارة الكلية ($2V$) تقسم على ؟ وهذا يتبع $N=4000$ لذلك تحول N إلى 2 مرفوع
 الأس عدد صحيح $4000=2^{12}$

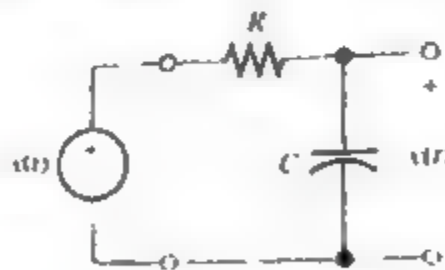
أي أن $K=12$ وبعبارة أخرى محتاج DAC إلى 12bit وما تبقى من هذا الجزء
 متجاهل خطأ التكمية ونفترض أن كل القيم للعينات مفيدة إلى الحاسب .
 المرشحات الرقمية

كما لاحظنا إن DACs يحول الإشارة التماثلية إلى تسلسل من شفرات حيث
 يمكن تمثيلها ساعات الإشارة عند لحظة العينة .

كذلك الحاسوب يمكن حقيقة يعالج الشفرة الممثلة لسعة الإشارة . أيضا
 الإشارة $X(t)$ تحول إلى قائمة من القيم $X(nT)$ حيث T هي الفاصل بين العينات و n
 عدد صحيح متغير . غالبا ما نهمل دورة العينة من الملاحظات ونكتب عينات
 الإدخال و الإخراج البسيطة مثل $X(n)$ و $y(n)$.

مرشحات التمرير المنخفض الرقمي :

نصمم المرشحات الرقمية مثل تصميم مرشحات RLC المذكورة في بداية
 الفصل مثلا لاحظ مرشح التمرير المنخفض RC من الدرجة الأولى في الشكل (9-44)



الشكل (9-44)

يرمز لداخل الفولتية إلى $x(t)$ وخرج الفولتية إلى $y(t)$. يمكن كتابة معادلات كيرشوف للتردد في أعلى نقطة في المتعة كالتالي :

$$\frac{y(t) - x(t)}{R} + C \frac{dy(t)}{dt} = 0 \quad (9-51)$$

بضرب كل حد بـ R ومستخدماً عامل ثابت الزمن حيث أن $\tau = RC$ أي

$$y(t) - x(t) + \tau \frac{dy(t)}{dt} = 0 \quad (9-52)$$

بإمكاننا أن نقرب الاشتقاق ليصبح :

$$\frac{dy(t)}{dt} \cong \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(n) - y(n-1)}{T} \quad (9-53)$$

يمكن كتابة المعادلة التقريبية المكافئة لمعادلة التفاضلية كالتالي:

$$y(n) - x(n) + \tau \frac{y(n) - y(n-1)}{T} = 0 \quad (9-54)$$

هذا النوع من المعادلة هو بعض الأحيان يدعى (معادلة الاختلاف) بسبب أنه يتطلب اختلاف بين العينات المتتالية . حل قيمة الخرج لدرجة " هي :

$$y(n) = ax(n-1) + (1-a)x(n) \quad (9-55)$$

بهذا يمكن تعريف العامل (a)

$$a = \frac{\tau/T}{1 + \tau/T} \quad (9-56)$$

المعادلة (9-55) تعرف الحساب الذي يحتاج له خرج الحمل قبل مرشح تمرير منخفض في الدخل $x(n)$ لكل نقطة تعيين خرج الأزمنة السابقة لخرج قيمة بنصف الأزمنة $(1-a)$ وتكون قيمة الدخل المطلوبة دائماً $\tau \gg T$ و a وحدته قليلة نوعاً ما من الواحد .

مثال 9-8

استجابة مرشح رقمي منخفض المرور ذو الدرجة الأولى
أحسب وأرسم دخل ونخرج العينات لـ $n = 0$ إلى $n = 20$ حيث أن
 $a = 0.9$ معطاة. الدخل هو مرحلة الدالة والتي تعرف بـ

$$x(n) = 1 \text{ عندما } n \geq 0 \text{ و } x(n) = 0 \text{ عندما } n < 0$$

$$\text{افرض أن } y(n) = 0 \text{ لـ } n < 0$$

الحل :

عندما نأخذ

$$y(0) = ay(-1) + (1-a)x(0) = 0.9 \times 0 + 0.1 \times 1 = 0.1$$

$$y(1) = ay(0) + (1-a)x(1) = 0.10$$

$$y(2) = ay(1) + (1-a)x(2) = 0.271$$

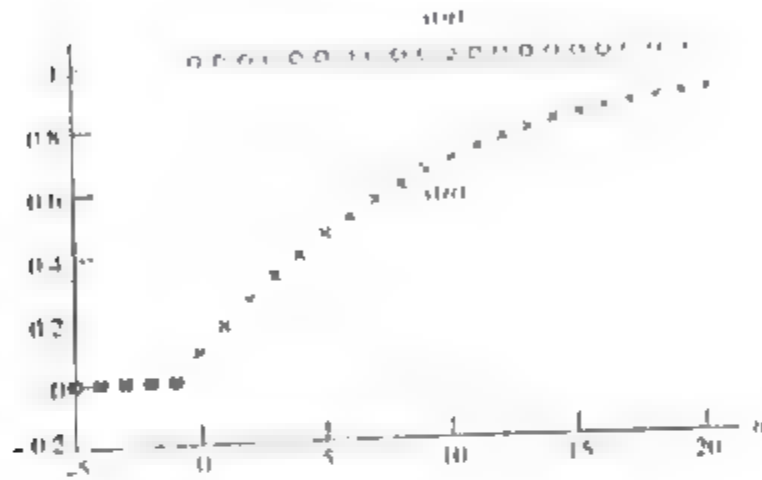
$$y(20) = 0.8906$$

الرسومات في $x(n)$ و $y(n)$ موضحة في الشكل (9-45). نلاحظ أن الاستجابة
في المرشح الرقمي لمرحلة الدخل مشابهة تماماً للتي في المرشح RC.

سؤال (9-22) :

(a) حدد القيمة لكثابت الزمن τ في الفاصل الزمني لفترة التعيين (sampling) حيث
أن T تطبق لـ $a = 0.9$

(١١) نذكر أن ثابت الزمن هو الذي يحتاج إليه مرحلة الاستجابة للوصول إلى القيمة النهائية وهي $1 - \exp(-1) = 0.632$ أخيراً قدر القيمة لثابت الزمن للاستجابة الموضحة في الشكل (9-45)



الشكل (9-45)

مرشحات رقمية أخرى

باستطاعتنا تطوير مرشح مرور نطاقي رقمي أو مرشح تمرير عالي الذي يمدن مرشحات RLC التي نوقشت في بداية هذا الفصل . وبالرغم من هذا المرشحات الرقمية ذو الدرجة الأعلى هي محتملة التوليد . المعادلات التي تفسر هذه المرشحات

$$y(n) = \sum_{i=0}^N a_i y(n-i) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (9-57)$$

نوع المرشح وأدائه يعتمد على القيمة المختارة للمعامل a_i و b_k . و المرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى في المثال (9-8) . نجد أن معامل $a_1 = 0.9$ و $b_0 = 0.1$. وكل العوامل الأخرى تساوي الصفر .

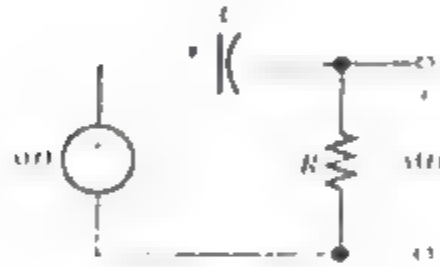
سؤال (9-46)

انظر إلى مرشح التمرير العالي RC الموضح في الشكل (9-46) طيف طريقة المستخدمة لمرشح تمرير منخفض لإيجاد معادله من النوع معادلة (9-46) لمرشح تمرير عالي .

أعط تعبيراً للعوامل في فترات ثابت الزمن RI وعينات العامل الزمني T

$$y(n) = a_1 y(n-1) + b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$$

$$a_1 = b_0 = -b_1 = \frac{\tau/T}{1 + \tau/T}$$



الشكل (9-46)

مرشح القطع البسيط

أسهل طريق للحصول على مرشح القطع . لنختار $a_1 = 0$ لكل من L حيث ان $b_0 = 0.5$ ، $b_1 = 0.5$ وبقيّة مجموعة العوامل لـ b_1 تكون بصفر . ثم خرج المرشح الرقمي تعطى بـ $y(n) = 0.5x(n) + 0.5x(n-d) = 0.5[x(n) + x(n-d)]$ كذلك كل عينة دخل تؤخر بزمان تأخير Td ونجمع لتيار العينة . أخيراً مجموع الدخول والتأخير معبر عنه مضروباً بـ 0.5 . للنظر في هذه النتائج في مرشح القطع نجد أن الموجة الجيبية تتأخر بفواصل زمني Td حيث يمكن أن نكتب كالتالي :

$$A \cos[\omega(t - Td)] = A \cos(\omega t - \omega Td) = A \cos(\omega t - 0)$$

كذلك زمن التأخير Td لإزاحة الطور في ωTd راديان أو $\omega Td \times 360$ درجات
للترددات الواطئة إزاحة الطور صغيرة، لذلك مركبات التردد الواطئة $x(n)$ تجمع مع
الطور $x(n-d)$ ومن جهة أخرى للتردد نجد أن (9-58) $f_{notch} = \frac{1}{2Td} = \frac{f_s}{2d}$

إزاحة الطور هو 180° . طبعاً عند إزاحة الموجة الجيبية بـ 180° . ويجمعها مع
الأصلية فإن المجموع يساوي صفر كذلك أي مركبة دخل لها التردد f_{notch} لا يظهر في
الخروج . مرشح تمرير منخفض ذو الرتبة الأولى ومرشح القطع البسيط هما العديد من
المرشحات الرقمية التي يمكن تحقيقها باختيار قيم المعاملات في المعادلة (9-57) .

سؤال (9-24)

افترض أن تردد العينة $f_s = 10\text{KHz}$. وتردد رفض المركبة ذات
التردد 500Hz بواسطة مرشح القطع البسيط .

(a) جد قيمة d المطلوبة

(b) ما هي الصعوبة في إلغاء المركبة 300Hz وضع ذلك:

الجواب:-

(a) $d = 10$ (b) المعادلة (9-58) توضح $d = 16.67$ لكن d يجب أن تكون قيم
صحيحة.

كيفية استخدام DSP

ربما تتعجب في كيفية أن معالجة الإشارة الرقمية مفيداً جداً عند المهندس الغير
كهربائي . هنا القليل من الأمثلة التي تشير إلى بعض التطبيقات . عند تأدية وظيفتك

يمكن أن تلاقى عدد من تطبيقات DSP المشابهة في مجالك . التآكل أو النحت للدعامة تمثل مشكلة حقيقية ذات تأثير اقتصادي كبير . تحديدًا إنشاء الأعاصير والموجات العنيفة التي تتحرك على السطح . كذلك تقلبات الضغط التي تحدث في قاع البحر الذي يساهم في تآكل الدعامة . افرض إنك مهندس غير كهربائي (سيكون معروف جيدًا مهارتك المرتبطة بتآكل الدعامة) . تستخلص الإشارة بواسطة المنافسين وإشارة المطلوبة تكون مظلمة بواسطة ترددات عالية حيث تعمل مجسات الضغط وضوضاء عالية وبواسطة تداخل إشارة جيبيية $60Hz$ ناتجة من التيارات الأرضية بسبب وجود أنظمة توزيع القدرة الكهربائية . الآن عندك متخرجين من الجامعة وينم اختيارهم في ذلك المشروع بسبب اختبارك في المجال الميكانيكي والهيدروليكي . مع ذلك أنت تحتاج خبرة في الهندسة الكهربائية وجودة أفضل تريد الشخص في الشركة القادر على القيام بالتخلص من الضوضاء والتداخلات من البيانات بواسطة أجهزة الترشيح . مهمتك الأولية هي تطوير طريقة للحصول على إشارة نقية من خرج مجسات لضغط . يجب معرفة تامة بضوضاء البيانات التي يمكن أن يكون لها نموذج مثل الإشارة الجيبية حيث $1Hz$ أو أقل بالإضافة إلى السعة المساوية $60Hz$. تتداخل الموجة الجيبية بالإضافة إلى الضوضاء العشوائية المساوية في السعة مع مدى المركبات القريبة من صفر إلى $3KHz$ وأعلى سعة عند $1500KHz$.

أولاً تقرر استخدام برنامج (MATLAB) لمحاكاة إشارة الضوضاء ، بعد قليل من خطأ لبداية ، يشار إلى مجموعة من نصوص معالجة الإشارة في دليل لغة البرمجة إضافة إلى مراجعة خبير موضوع الهندسة الكهربائية الخاص بك ثم تنتهي بالأوامر التالية

$$T = 0:1/6000:2;$$

$$\text{Signal} = \cos(28\pi t);$$

$$\text{Interference} = \cos(120*\pi*t);$$

```
White_noise = randn(size(t)),
```

```
For n = 2:12001
```

```
Acoustic_noise(n) = 0.25*(white_noise(n)- white_noise(n-1));
```

```
End
```

```
X = signal + interference + acoustic_noise;
```

أول أمر هو توليد 12001 عنصر من صف المصفوفة متضمنا زمن العينة لفترة ثانيتين مع تردد العينة $f_s = 6000\text{Hz}$ الأمر الثاني والثالث تجعل صفوف المصفوفة تحتوي على عينات إشارة المحاكاة وتداخل 60Hz . في السطر الثاني نستخدم مزايا مولد الأرقام العشوائية الخاصة بـ MATLAB لتوليد الضوضاء البيضاء (White Noise) لها تركيب المركبات متساوية في السعة (في المعدل) عند الترددات التي أعلى من نصف تردد العينة.

الضوضاء البيضاء (White Noise) ترشح بواسطة أمر في نهاية الحلقة end loop. تنتج الضوضاء مع أكبر مركبة حول 1500Hz (بطريقتك الخاصة يجب أن تقرأ عن مرشح القطع الذي قد تم مناقشته سابقاً محاولاً بذلك أن نصل إلى مرشح من dc إلى 3KHz وله أعظم ربح 1500Hz).

ثم ترسم النتائج مستخدماً أوامر MATLAB :

```
Subplot (2,2,1)
```

```
Plot(t,signal)
```

```
Axis([0 2 -2 2 ])
```

```
Subplot (2,2,2)
```


Plot(t,interference)

Subplot(2,2,3)

Plot(t,acoustic_noise)

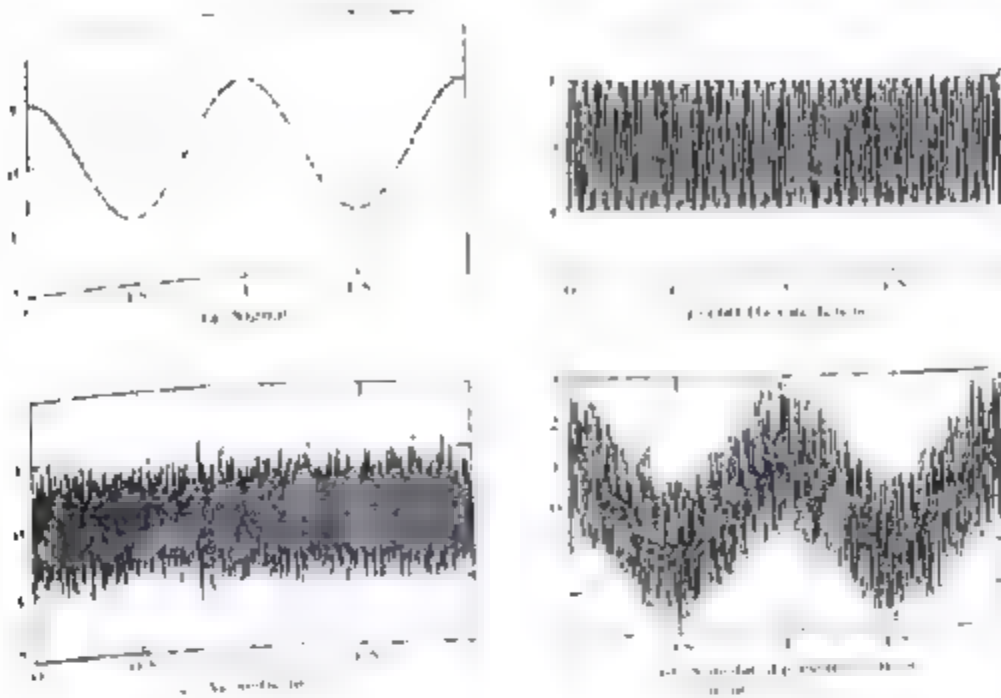
Axis([0 2 -2 2])

Subplot(2,2,4)

Plot(t,x)

Axis ([0 2 -3 3])

نتائج الرسم تظهر في الشكل (9-47) أعرض مجموعة الرسومات للمشرف
هناك الذي سيقدر عملك وسيخبرك أنها متشابهة للبيانات الأولية التي قمنا بمعرفتها
من خلال الزبائن المنافسين . حالياً المشكلة هي تصميم أو بناء المرشح الرقمي حيث
يقوم بإزالة الضوضاء والتداخل مع الحفاظ على شكل وخصائص الموجة.
بدايةً عند استخدام مرشح القطع الرقمي لإلغاء تداخل الموجة الجيبية $60H_z$
المعادلة (9-58) تظهر أن باستخدام $d = 50$ ، $f_c = 6000$ نستطيع تحقيق مرشح
القطع مع ربح يساوي الصفر بشكل دقيق $60H_z$ (حقيقة هذا أحد الأسباب لاختيار
تردد العينة بـ $6000H_z$ ، سبب آخر هو أن $6000H_z$ ضعف أعلى تردد متوقع
للضوضاء الصوتية . الخرج $z(n)$ لمرشح القطع يعطى بجزء $x(n)$ كالتالي :



الشكل (9-47)

أيضاً أنت بحاجة إلى مرشح تمرير منخفض للحد من الضوضاء الصوتية ويمكن أن تستخدم مرشح منخفض الذي تم مناقشته سابقاً. وبسبب أنك لا ترغب في إبطال مرشح التمرير المنخفض لمكونات الإشارة. فإن عليك اختيار تردد القطع حوالي 50Hz لمرشح RS ذا التمرير المنخفض تردد القطع هو $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ نوجد ثابت الزمن وذلك بالتعويض عن القيم نجد أن -

$$\tau = RC = \frac{1}{2\pi f_c} = \frac{1}{2\pi(50)} = 3.183\text{ms}$$



الشكل (9-48)

ناتج الربيع للمرشح الرقمي المكافئ (التقريبي) يعطى بالمعادلة (9-56)

$$a = \frac{1}{1 + 1/T} = \frac{1 + 1.83 \times 10^{-3} \times 6000}{1 + 3.183 \times 10^{-3} \times 6000}$$

وبالتعويض في المعادلة (9-55) نجد معادلة التمرير للمرشح التمرير المنخفض

$$y(n) = 0.9503y(n-1) + 0.0497x(n)$$

مخطط مفهوم للمرشح الرقمي موضح في الشكل (9-48). أولاً مرشح القطع يعالج خرج المتحسس المحاكى $x(n)$ يزيل تداخل 60Hz الناتج في $x(n)$ بعد ذلك مرشح التمرير المنخفض يعالج $x(n)$ لإزالة الضوضاء الصوتية الناتجة من المخرج الأخير $y(n)$.

بعد ذلك نقوم باستخدام الأوامر التالية للمرشح المحاكى لتحسس لإشارة المخرج المتولدة سابقاً:-

For n = 51: 12001

$$Z(n) = (X(n) + X(n-50))/2$$

End

$$Y = \text{zero}(\text{size}(Z)),$$

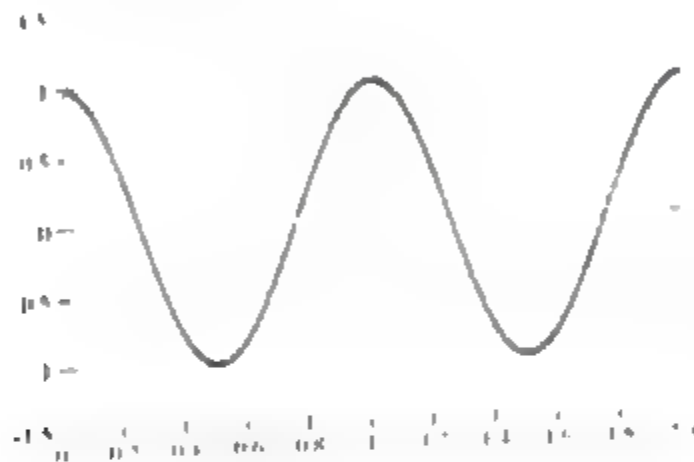
For n = 2:12001

$$Y(n) = 0,9503 * Y(n-1) + 0,0497 * Z(n),$$

End

Plot(t,y)

نتيجة المخرج موضحة في الشكل (9-49). المخرج تقريباً يبدأ من 1Hz مع وجود ضوضاء قليلة باقية .



الشكل (9-49)

أحياناً المعرفة المحدودة للهندسة الكهربائية تزودك بفكرة عن الأمور الإضافية والمطلوبة لتحقيق النجاح في أي مجال من مجالات الهندسة.

الخلاصة Summary

- 1- الفكرة الأساسية لنظرية فوريير هي إمكانية توليد أي إشارة بواسطة جمع موجات جيبية له سعات وترددات وطور مناسبة .
- 2- في التأثير المرشح يحول إشارة الدخول إلى مركبات جيبية مختلفة في السعة والطور كل مركبة تعتمد على التردد ومجموع المركبات ينتج إشارة المخرج غالباً تستخدم المرشح لتعريف المركبات ذات المدى الترددي المطلوب دون تغير في السعة أو الطور ويرفض مركبات الترددات الأخرى .

- 1- دالة التحويل لدائرة المرشح هو ضابط الطور الخارج مقسوماً على دخل شريط الطور كدالة تردد دالة التحويل هي قيمة مركبة توضح كيفية تأثير السعة والطور لمركبات الدخل المارة في المرشح .
- 4- نستخدم تحليل الدوائر مع ضابط الطور و المعاوقة المعقدة لإيجاد دالة التحويل للدائرة المعطاة.
- 5- بوصف مرشح الدرجة الأولى بتردد نصف القدرة
- 6- قيمة دالة التحويل تحول إلى ديسبل بأخذ 20 مرة للوغاريتم الطبيعي للقيمة
- 7- يوصل جزئي مرشحين بتوصيل الخرج الأول إلى الدخل للثاني دالة التحويل الكلية للتوصلة المقاضية هي حاصل ضرب التحويل لكلا المرشحين وإذا تحولت دالة التحويل إلى ديسبل تكون دالة التحويل الكلية هي حاصل جمع الربط المتعاقب .
- 8- في مقياس التردد اللوغاريتمي التردد بضرب بعامل للزيادة في الطور على المحور والعشر decade هو المدى للترددات كنسبة بين التردد الأعلى إلى التردد الأقل هو عشرة. الثماني octave هو من اثنين إلى واحد تغير في التردد.
- 9- الرسوم الدالة توضح السعة لدالة الشبكة بالديسبل وهي تعاكس التردد مستخدماً مقياس اللوغاريتم للتردد.
- 10- الرسوم الدالة لمرشح الدرجة الأولى يقترب من خط مستقيم مقارب. في حالة مرشح التمرير المنخفض من الدرجة الأولى ميل دالة التحويل ينحدر أسفل عند 20dB/decade للترددات التي أعلى من تردد نصف القدرة. للمرشحات التمرير العالي من الدرجة الأولى ميل قيمة دالة التحويل عند 20dB/decade قبل تردد القطع.
- 11- العوامل المهمة لدوائر الرنين المتولدة والمتوازية هم تردد الرنين وعامل النوعية للأنواع الأخرى المعاوقة هي المقاومة الحقيقية عند تردد القطع.



دوائر عامل النوعية العالي لها استجابة أكبر بكثير من في القيمة من المصادر المشتقة.

12- تقسم المرشحات إلى تمرير عالي ومنخفض وتمرير نطاق ومرشح رفض النطاق، المرشحات المثالية لها ربح (قيمة دالة التحويل) ثابت (لا تساوي الصفر) في مرشح تمرير النطاق أما في رفض النطاق يكون ربح الصفر .

13- دوائر الرنين المتوالية تستخدم كصيغة المرشحات للأنواع الأربعة.

14- مرشحات الدرجة الثانية توصف بتردد الرنين وعامل النوعية.

15- باستخدام معالجة الإشارة الرقمية DSP لمرشح الإشارة ، إشارة الدخل التماثلية $x(t)$ تحول إلى صيغة رقمية (أرقام متسلسلة) بواسطة محول تماثلي إلى رقمي

(ADC) الحاسب الرقمي يستخدم إشارة الدخل المرقمة لحساب التسلسل للقيم لإشارة الخرج وأخيراً (إذا كان مطلوب) القيم المحسوبة تحول إلى تماثلية بواسطة محول رقمي وتماثلي (DAC) لإيجاد إشارة الخرج $y(t)$

16- إذا لم تحتوي الإشارة على مركبات تردد أعلى من f_H . الإشارة بالضبط تعيد بناءها من العينات يجب أخذ نسبة العينة f_s أعلى من ضعف f_H .

17- المرشحات الرقمية المكافئة المتشابهة يمكن إيجادها من مرشحات RLC.

الفصل العاشر

الشبكات ذات منفذين

Two Port Networks

10-11 ربط الشبكات ذات

المنفذين

10-12 اختيار نوع البارامترات

10-13 خلاصة البارامترات

والتحويل الطرفي

مسائل محلولة

الأمثلة

10-1 النهايات والأطراف

10-2 بارامترات Z -

10-3 مكافئ T للشبكات المتبادلة

10-4 بارامترات Y -

10-5 مكافئ F للشبكات
المتبادلة

تطبيقات الخصائص الطرفية

10-7 التحويل بين البارامترات -

Z و بارامترات Y -

10-8 بارامترات h -

10-9 بارامترات g -

10-10 بارامترات الإرسال

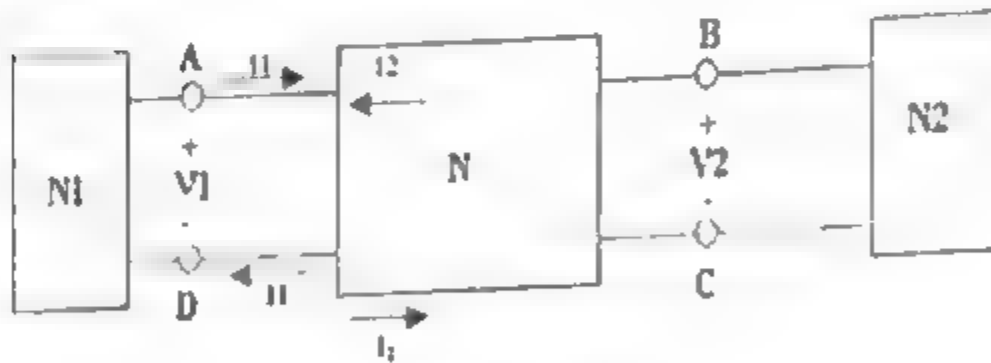
الفصل العاشر

الشبكات ذات منفذين Low port networks

49

10-1 المصنفات والأطراف

في شبكة ثنائية الأصف $Two-port network$ العلاقة بين المصنفات والمصنفات هي المعادلة (10-1) في الشبكات ذات أربع الأطراف، إذا تم ربط الطرفين من الأصف بشكل متصل إلى دائرة أخرى كما في الشكل (10-1) فإن المصنفات الأربعة هي V_1, V_2, I_1, I_2 وتكون العلاقة بينهما بمعادلتين تستخدم المصنفات الطرفية (Terminal characteristics) هذه المعادلتين مع المصنفات الطرفية من الدوائر المرتبطة نرودنا بعد المعادلات الضرورية لحل المعادلات للمتغيرات الأربعة.



الشكل (10-1)

10-2 بارامترات Z ، (Z -Parameters)

يمكن كتابة الخصائص الطرفية لشبكة ذات منفذين (Two-port network) ذات عناصر خطية ومصادر معتمدة في مجال S كاللاتي

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

(10-1)

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

معادلات 10-1 هذه وحدات معاوقة كهربية ونسمى بارامترات
 10-2 / شبكة بارامترات 10-1 نسمى أيضا معاملات المعاوقة المفتوحة لأنها
 تدرس مدخول واحد بينما يكون نظير الآخر مفتوح (open) وهي كالآتي

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

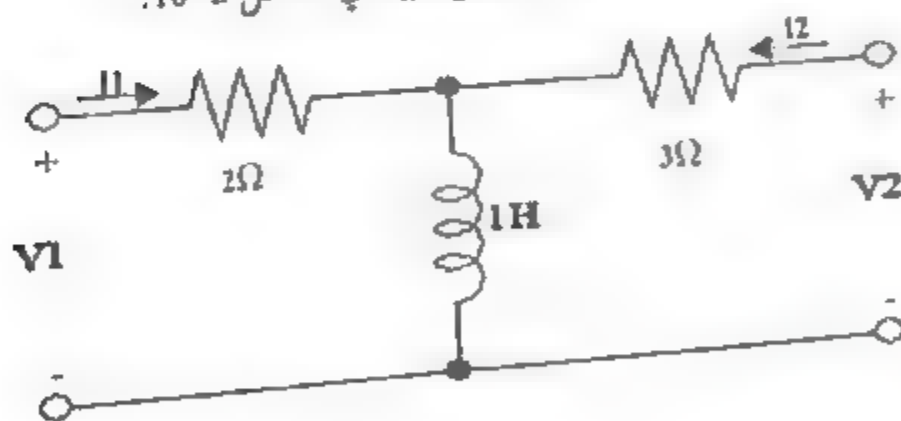
(10-2)

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

مثال 10-1:

جد بارامترات 10-2 للدائرة ذات متغيرين المبينة في الشكل 10-2.



الشكل (10-2)



الحل

خطى ٨٧١ حول حلقين في الشكل (١٠-١) حيث V_1 و V_2

نحصل على

$$V_1 = Z_{11}I_1 + S_{11}I_2 + S_{12}I_1 \quad (10-3)$$

$$V_2 = Z_{12}I_1 + S_{11}I_2 + S_{12}I_1$$

بمقارنة (١) و (٢)، يمكن إيجاد البارامترات Z للدائرة كالآتي

$$Z_{11} = S_{11}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = S \quad (10-4)$$

$$Z_{22} = S + 1$$

لاحظ أن $Z_{12} = Z_{21}$ ،

الشبكات المتبادلة وغير المتبادلة: Reciprocal and Nonreciprocal Network

الشبكة ذات منفذين تسمى (Reciprocal) إذا كانت الممانعة التحويلية متساوية أي $Z_{21} = Z_{12}$ ، ولذلك في الشبكة ذات منفذين المتبادلة مع تيار I يعطي منفذ واحد فولتية الدائرة المفتوحة (Open circuit voltage) عند المنفذ الآخر تكون نفسها، بهدف النظر عن المنافذ . الفولتية تساوي $V = Z_{12}I = Z_{21}I$. الشبكات التي تحتوي على مقاومات، ملفات ومكثفات متبادلة بصورة عامة . الشبكات التي لها مصادر تابعة (dependent sources) هي بصورة عامة غير متبادلة. (انظر المثال 10-2).

مثال 10-2:

دائرة ذات منفذين كما في الشكل 10-3 تحتوي على مصدر فولتية تابع للتيار.

جد بارامترات Z .



الشكل (10-1)

الحل

كما في المثال 10-1، نطبق KVL حول الحلقة

$$V_1 - sI_1 - sI_2 + s(I_1 + I_2) - (2 + s)I_1 + (s - 1)I_2 = 0$$

$$V_2 - sI_2 + s(I_1 + I_2) - sI_1 + (3 + s)I_2 = 0$$

ونكون بارامترات Z كالآتي

$$Z_{11} = s + 2$$

(10-5)

$$Z_{12} = s - 1$$

$$Z_{21} = s$$

$$Z_{22} = s + 3$$

$$Z_{12}/Z_{21}$$

مع المصدر التابع في الدائرة، فإن الدائرة ذات المتغيرين غير متبادلة.

10-3 مكافئ T للشبكات المتبادلة (T-Equivalent of Reciprocal Networks)

يمكن تمثيل الشبكة المتبادلة بواسطة T-المكافئ كما موضح في الشكل مكافئ T في 10-4. يمكن إيجاد Z_a ، Z_b ، Z_c من بارامترات Z كالآتي

$$Z_a = Z_{11} - Z_{12}$$

(10-6)

$$Z_b = Z_{22} - Z_{21}$$



ولذلك فإن V_1 و V_2 يمكن أن تكون $V_1 = 10 \angle 0^\circ$ و $V_2 = 10 \angle 45^\circ$ أو $V_1 = 10 \angle 135^\circ$ و $V_2 = 10 \angle 90^\circ$.

ولذلك فإن V_1 و V_2 يمكن أن تكون $V_1 = 10 \angle 0^\circ$ و $V_2 = 10 \angle 45^\circ$ أو $V_1 = 10 \angle 135^\circ$ و $V_2 = 10 \angle 90^\circ$.



التيار I في R_L هو

التيار

مرة أخرى نطبق KVL في الدائرة، نحصل

$$V_1 = I R_1 + I R_L + V_2 \quad (10.1)$$

$$V_2 = I R_2 + I R_L + V_1 \quad (10.2)$$

بمقارنة المعادلات (1) و (2)، نجد I بدلالة V_1 و V_2

$$(10.3)$$

10.4 بارامترات Y ، Y -Parameter

يمكن كتابة المعادلات الطرفية، كما في المعادلة (10.3) في صورة مصفوفة Y بدلالة V_1 و V_2 .

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$

أو

1 2 3 4 5 6

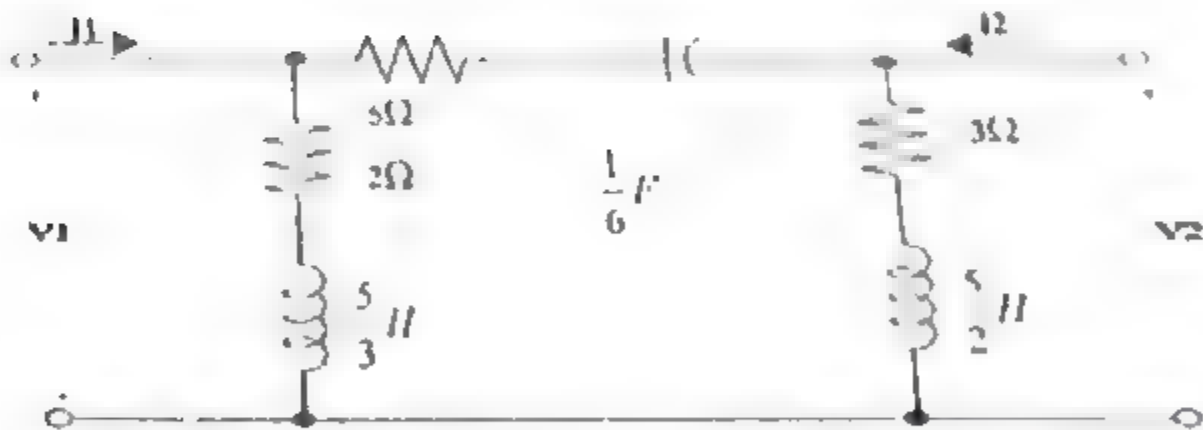
مع ملاحظة أن وحدات توصيفة ونسبتي التحويل في الدوائر
 يجب أن تكون متساوية (أي أن تكون ذات نفس المقدار في جميع
 الدوائر) وأما دوائر توصيفها فهي: (1) و (2) و (3) و (4) و (5) و (6)



(10-10)

مثال 10-4:

جد بارمترات Y من الدائرة في الشكل (10-5).



الشكل (10-5)



الشكل (10-6)

الحل

نطبق KCL إلى دخل وخرج المقء، لـ 11 و 12 معين التوصلية للمخرج الثلاث (Y_a, Y_b, Y_c) ، كما في الشكل 10-6، لـ 11 و 12.

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{1}{V_1} \left(\frac{V_1}{V_1} + \frac{V_1}{V_2} \right) = Y_a + Y_c \\ Y_{12} &= \frac{1}{V_1} \left(\frac{V_1}{V_2} + \frac{V_2}{V_1} \right) = Y_c + Y_b \\ Y_{22} &= \frac{1}{V_2} \left(\frac{V_2}{V_1} + \frac{V_2}{V_2} \right) = Y_c + Y_b \end{aligned} \quad (10-11)$$

وتكون معادلات المقء (node equations)

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + (Y_{12} - Y_{11})V_2 = (Y_a + Y_c)V_1 - Y_cV_2 \\ I_2 &= Y_{12}V_1 + (Y_{22} - Y_{12})V_2 = -Y_cV_1 + (Y_b + Y_c)V_2 \end{aligned} \quad (10-12)$$

وبمقارنة المعادلات (9) مع (12)، نحصل على

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_a + Y_c \\ Y_{12} &= Y_{21} = -Y_c \\ Y_{22} &= Y_b + Y_c \end{aligned} \quad (10-13)$$

وبالتعويض عن Y_a و Y_c و Y_b للمعادلة (11) في المعادلة (13)، نجد

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$I_1 - I_2 = \frac{-V_2}{Z_2 + Z_3}$$

(10-14)

$$I_1 = \frac{V_1 + V_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

بما أن $Y_{12} = Y_{21}$ ، فإن الدائرة ذات المعادين متبادلة

10-5 مكافئ PI للشبكات المتبادلة

PI-Equivalent of Reciprocal Networks

الشبكة المتبادلة قد تشكل بواسطة مكافئ π الموضح في الشكل 10-6
لعناصر ثلاث لشبكة المكافئ π يمكن إيجاد باخل العكسي

نجد أولاً بارمترات Y من الشكل (10-6) ومن (10) لدينا

$$Y_{11} = Y_a + Y_c \quad \text{[شكل (10-7(a))]}$$

$$Y_{21} = -Y_c \quad \text{[شكل (10-7(b))]}$$

$$Y_{21} = -Y_c \quad \text{[شكل (10-7(a))]}$$

$$Y_{22} = Y_b + Y_c \quad \text{[شكل (10-7(b))]}$$

والتي منها نحصل على

$$Y_a = Y_{11} + Y_{12}$$

$$Y_b = Y_{22} + Y_{12} \quad (10-16)$$

$$Y_c = -Y_{12} = -Y_{21}$$

وليس بالضرورة أن تكون شبكة مكافئ PI قابلة للتحقيق.



الشكل (7-10)

10-5 تطبيقات الخصائص الطرفية Application of terminal characteristics

إن المتغيرات الطرفية الأربعة V_1, V_2, V_3, V_4 في الشبكة في المثال 10-4 مرتبطة بالمعادلات (1) أو (2) وربط الدوائر ذات المعادلات (3) كما هو موضح في الشكل 10-5 نجد معادلتان إضافيتان ونحل المعادلات، كدرجة الحصول على V_1, V_2, V_3, V_4 بدون معرفة التركيب الداخلي للدائرة

مثال 10-5

بارامترات M -شبكة ذات متغيرين هي

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

الشبكة مبربطة إلى المصدر والحمل كما موضح في الشكل (8-10)

جد V_1, V_2, V_3, V_4



شكل (8 - 10)

الحل

الخصائص الطرفية معطاة بالمعادلات التالية

$$V1 = (2s + 1s)I1 + 2sI2$$

$$V2 = 2sI1 + (2s + 4s)I2 \quad (10-17)$$

لنستبدل $V2$ في معادلة $V1$ تكون $V1 = 12V$ مع $S = 1$ من KVL حول حلقات إدخال وخرج نحصل على معادلتين إضافيتين (18)

$$V1 = 3I1 + V2$$

$$0 = (1 + s)I2 + V2 \quad (10-18)$$

بتمويض $s = 1$ و $V1 = 12$ من المعادلة (17) نحصل على

$$V1 = 3I1 + 2I2$$

$$V2 = 3I1 + (4 + 2) I2$$

$$12 = 3I1 + V1$$

$$0 = (1 + 1) I2 + V2$$



$$\begin{aligned} & \text{في } Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \\ & \text{في } Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{في } Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \\ & \text{في } Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \end{aligned}$$

10-7 التحويل بين البارامترات Z وبارامترات Y

Conversion Between Z and Y parameters

يمكن التحويل بين البارامترات Z وبارامترات Y من المعادلات (1) و (2) على النحو التالي:

ونطبق قانون كرامر (Cramer's rule) على المعادلة (1)، فنصل إلى:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_1}{D} - \frac{V_2}{D} Y_{12} \\ I_2 &= \frac{V_2}{D} - \frac{V_1}{D} Y_{12} \end{aligned} \quad (10-19)$$

حيث أن $DZZ = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$

يكون المحدد من المعادلات في (1) بمثابة (19) مع (9) نملك:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{I_1}{V_1} \\ Y_{12} &= \frac{I_1}{V_2} \\ Y_{21} &= \frac{I_2}{V_1} \\ Y_{22} &= \frac{I_2}{V_2} \\ Y_{11} &= \frac{Z_{22}}{D} \end{aligned} \quad (10-20)$$

البارامترات Z معطاة ولكن تكون البارامترات Y موجودة، بحسب أن يكون المحدد DZZ لا يساوي صفر،

مثال 10: إذا كانت $D_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ هي مصفوفة 3×3 في $M_3(\mathbb{R})$ ،
فأوجد المصفوفة D_{10}^{-1} باستخدام طريقة المصفوفة D_{10} بحجم 3×3 .

مثال 10

لنفرض أن المصفوفة 10×10 هي المصفوفة D_{10} في الشكل (10-1) من المصفوفات 10×10 الخاصة بها.

الحل

نقسم المصفوفة D_{10} إلى 5 كتل 2×2 و 3×3 و 4×4 و 5×5 و 6×6 .

$$D_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

$$D_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

$$D_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

وبالتالي نحصل في (10-1) حيث $D_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ نحصل

$$D_{11} = S + 2$$

$$D_{12} = D_{11} + S$$

$$D_{22} = S + 3$$

(10-2)



في المثال 10-6، i_{B1} و i_{B2} هما التياران الخارجيان من القاعدة للترانزستورين Q_1 و Q_2 على التوالي. i_{B1} و i_{B2} هما التياران الخارجيان من القاعدة للترانزستورين Q_1 و Q_2 على التوالي. i_{B1} و i_{B2} هما التياران الخارجيان من القاعدة للترانزستورين Q_1 و Q_2 على التوالي. i_{B1} و i_{B2} هما التياران الخارجيان من القاعدة للترانزستورين Q_1 و Q_2 على التوالي.

10-8 بارامترات h parameters

يمكن تعريف بارامترات h parameters كالتالي:

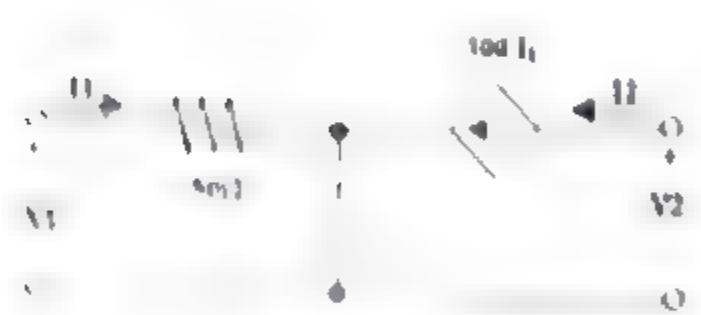
$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (10-21)$$

حيث المعاملات h تسمى البارامترات الصغيرة أو البارامترات الصغيرة.

مثال 10-7

جدد البارامترات h للشكل (10-8)



الشكل (10-8)

الحل:-

هذا هو نموذج بسيط لترانزستور ثنائي الوصلة يعمل في المنطقة الخطية (Linear region of operation). بالاشتراك الخصائص الطرفية للشكل (10-8) تكون



المعلمات g هي:

$$g_{11} = \frac{I_1}{V_1} \text{ عند } V_2 = 0$$

$$g_{12} = \frac{I_1}{V_2} \text{ عند } V_1 = 0$$

10^{-9} مترمزات g parameters

المعلمات g هي المعلمات المزدوجة للدارات المتعددة المدخلات والمخرجات. يمكن استخدامها لوصف الخصائص الخطية للدارات في (10-10)

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}V_2$$

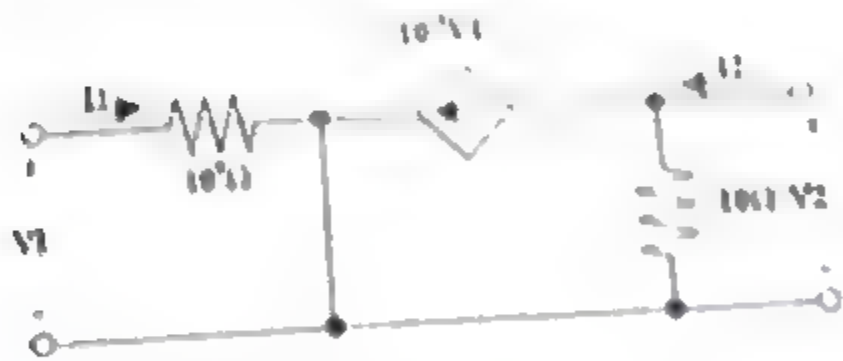
$$I_2 = g_{21}V_1 + g_{22}V_2$$

(10-10)

حدث جوابي في بعض الملاحظات المحيطة أو بارامترات g

مثال 10

أوجد البارامترات g في الدائرة الميئة في الشكل (10-10)



الشكل (10-10)

من هو النموذج البسيط لنظام مستقر تأثير المجال في منطقة العمل الخطية (إعداد بارمترات g ، مشتق أولا معادلة الطرف بتطبيق قانون كيرشوف (KVL) عند أطراف

$$V_1 = 10^3 I_1$$

من طرف الدخل :

$$V_2 = 10(12 \cdot 10^{-3} V_1) \quad \text{من طرف الخرج :}$$

أو

$$V_2 = 10 I_2 \cdot 10^{-3} V_1 = 10^3 I_1 \quad (10-27)$$

بمقارنة المعادلات (26) و (27) نحصل على

$$g_{11} = 10^{-3} \quad g_{12} = 0 \quad g_{21} = -10^{-3} \quad g_{22} = 10 \quad (10-28)$$

10-10 بارمترات الإرسال Transmission parameters

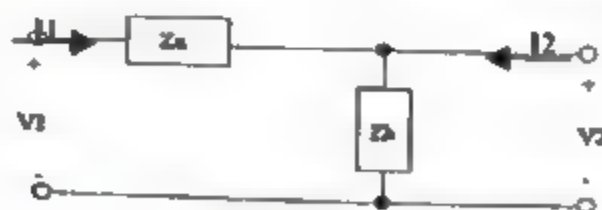
بارمترات الإرسال A, B, C, D تعبر عن تغيرات المصدر V_1 و I_1 المطلوب بدلالة وجود المتغيرات المستلم (Destination variables) V_2 و I_2 وهذه نسمى ABCD أو بارمترات T وتعرف بـ

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (10-29)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

مثال 10-9:

جد البارمترات T للشكل (10-11) حيث Z_a و Z_b لا تساوي صفر.



الشكل (10-11)

الحل:

هذا نموذج بسيط لفئة من فئة من خط (ماتريks) من 10^{-10} لها

$$A = \frac{1}{r_1} \quad Z_{1,2} = 1 + Z_{1,1}$$

$$B = \frac{1}{r_1} \quad Z_{1,2}$$

$$C = \frac{1}{r_1} \quad Z_{1,2}$$

(10-10)

$$D = \frac{1}{r_1} \quad Z_{1,2}$$

10-11 ربط الشبكات ذات المنفذين، Interconnecting Two - Port Networks

يمكن ربط الشبكات ذات المنفذين بعدة ترتيبات ، مثل على التوالي ، على التوازي أو بشكل متسلسل لكل شكل (ترتيب) هناك مجموعة من البارامترات التي تكون أكثر فائدة من الترتيبات الأخرى لوصف الشبكة .

ربط التوالي (Series Connection) الشكل (10-12) يوضح الاتصال التوالي لشبكات ذات منفذين a و b مع بارامترات معاوقة الدائرة الكهربائية المفتوحة Z_a و Z_b على التوالي . في هذا الترتيب، نستخدم البارامترات Z لأنها مبرهنة كاتصال التوالي لمعاقتين كهربائيتين.

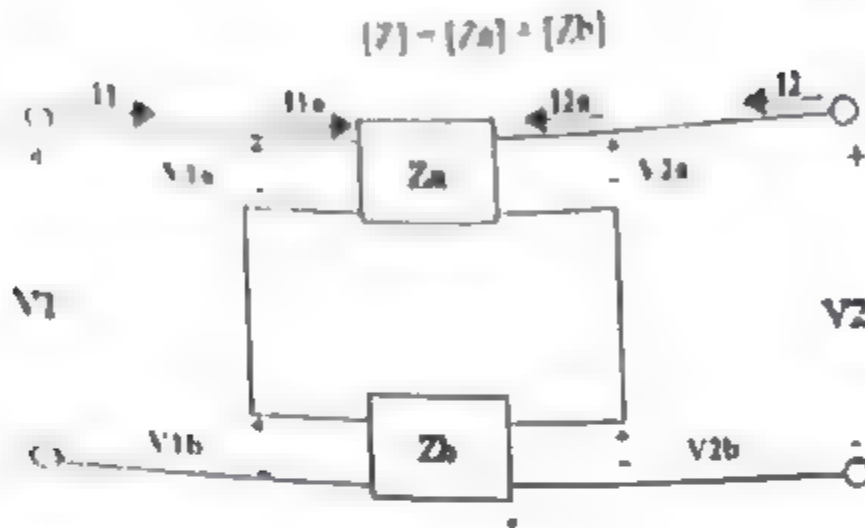
وتكون البارامترات Z لربط التوالي :

$$Z_{11} = Z_{11,a} + Z_{11,b}$$



(10-31a)

أو شكل المصفوفة



الشكل (10-12)

الربط المتوازي: parallel connection

الشكل (10-13) يوضح اتصال متوازي للشبكات ذات منطقتين a و b ببارامترات دخول دائرة القصر Y_a و Y_b . في هذه الحالة، البارامترات Y تكون ملائمة للعمل. البارامترات Y للإبصال المتوازي يكون (انظر المسألة 10.11)

$$Y_{11} = Y_{11,a} + Y_{11,b}$$

$$Y_{12} = Y_{12,a} + Y_{12,b}$$

$$Y_{21} = Y_{21,a} + Y_{21,b}$$

$$Y_{22} = Y_{22,a} + Y_{22,b}$$

(10-32a)

أو في شكل مصفوفة



الشكل (10-13)

الربط المتعاقب (التسلسل): cascaded connection

الاتصال المتعاقب للشبكات ذات المتعدين a و b موضع في الشكل 10-14 في هذه الحالة البارامترات T تكون مناسبة جدا. البارامترات T لمجموعة التعاقب

$$A = AaAb + BaCb$$

$$B = AaBb + BaDb$$

$$C = CaAb + DaCb$$

$$D = CaBb + DaDb$$

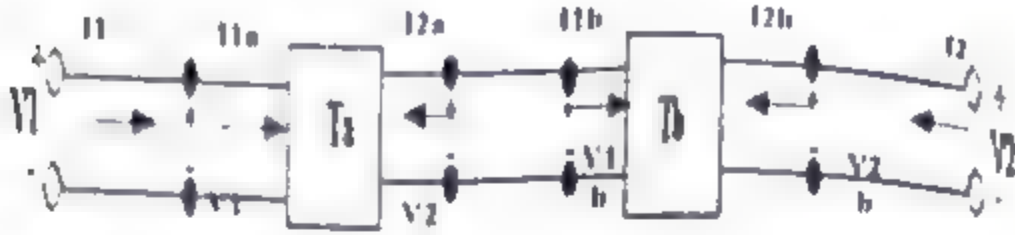
(10-33a)

أو في شكل المصفوفة ،

$$[T] = [Ta] [Tb]$$

(10-33b)





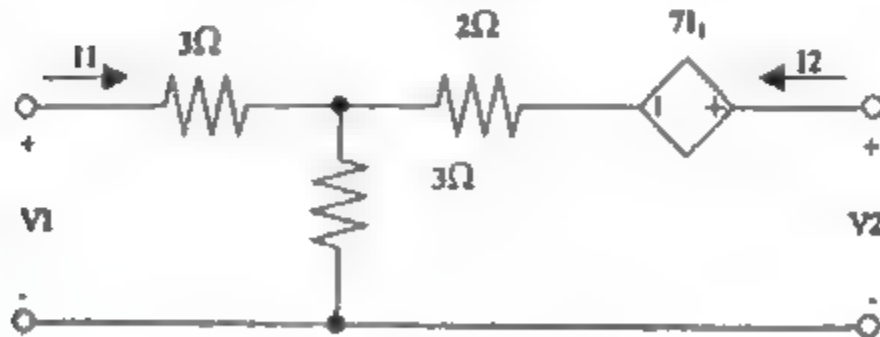
الشكل (10-14)

10.12 اختيار نوع البارامترات، Choice of parameter type

ما أنواع البارامترات التي تكون ملائمة لتعطي أفضل وصف لشبكة ذات منفذين أو جهاز ؟ عدة عوامل تؤثر على اختيار البارامترات . (1) من المحتمل أن بعض أنواع البارامترات غير موحدة و غير معرفة مطلقا . (أنظر المثال 10.10) (2) بعض البارامترات تكون ملائمة للعمل عند ربط الشبكة إلى الشبكات الأخرى . وبهذا الاعتبار، وبتحويل الشبكة ذات منفذين إلى مكافئ - T أو مكافئ - PI وبعد ذلك تطبيق التحليل المألوف ، مثل تخفيض العنصر و تجزئة التيار . يمكن أن نخفض كثيرا و نبسط الدائرة العامة . (3) لبعض الشبكات أو الأجهزة ، نوع معين من البارامترات يعطي دقة حسابية أفضل و حسابية أفضل عند الاستعمال ضمن الدائرة المربوطة.

مثال 10-10:

جد البارامترات - Z و Y من الشكل (10.15) .



الشكل (10-15)



نطبق KVL إلى حلقات الدخل والمخرج لذلك

$$V_1 = 4I_1 + 3(I_1 + I_2)$$

حلقة الدخل

$$V_2 = 7I_1 + 2I_2 + 3(I_1 + I_2)$$

حلقة المخرج

أو

$$V_2 = 10I_1 + 5I_2$$

و

$$V_1 = 6I_1 + 3I_2 \quad (10.34)$$

بمقارنة (34) و (2) نحصل على

$$Z_{11} = 6$$

$$Z_{12} = 3$$

$$Z_{21} = 10$$

$$Z_{22} = 5$$

البارامترات Y تكون ليست معروفة لأن تطبيق الطريقة المباشرة في (10) أو

التحويل من البارامترات Z ينتج

$$D_{ZZ} = 6(5) - 3(10) = 0$$

10-13 خلاصة البارامترات والتحويل الطولية

Summary of Terminal Parameter and Conversion

نعرف البارامترات الطرفية بالمعادلات التالية

بارامترات T -

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$$

بارامترات Y -

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2$$

$$[I] = [Y][V]$$

بارامترات h -

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_1 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

بارامترات Z -

$$V_1 = A V_2 - B I_2$$

$$I_1 = C V_2 - D I_2$$

بارامترات g -

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$

لجدول 10-1 يلخص التحويل بين البارامترات Z, Y, p, h, T لكي
 يكون التحويل ممكن فإن محدد البارامترات المصدر يجب أن لا يساوي الصفر

جدول 10-1

	Z		Y		p		h		T	
Z	Z_{11}	Z_{12}	$\frac{Y_{11}}{D_{11}}$	$-\frac{Y_{12}}{D_{11}}$	$\frac{p_{11}}{h_{11}}$	$\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{1}{E_{11}}$	$-\frac{E_{12}}{E_{11}}$	$\frac{C}{A}$	$\frac{D}{A}$
	Z_{21}	Z_{22}	$-\frac{Y_{21}}{D_{11}}$	$\frac{Y_{22}}{D_{11}}$	$-\frac{p_{21}}{h_{11}}$	$\frac{1}{h_{11}}$	$\frac{E_{12}}{E_{11}}$	$\frac{D_{11}}{E_{11}}$	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$
Y	$\frac{Z_{11}}{D_{11}}$	$-\frac{Z_{12}}{D_{11}}$	Y_{11}	Y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{D_{11}}{E_{11}}$	$\frac{E_{12}}{E_{11}}$	$\frac{B}{A}$	$\frac{D_{11}}{A}$
	$-\frac{Z_{21}}{D_{11}}$	$\frac{Z_{22}}{D_{11}}$	Y_{21}	Y_{22}	$\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{p_{11}}{h_{11}}$	$-\frac{E_{12}}{E_{11}}$	$\frac{1}{E_{11}}$	$-\frac{1}{A}$	$\frac{1}{B}$
p	$\frac{D_{11}}{Z_{11}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$	$-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{E_{11}}{D_{11}}$	$\frac{E_{12}}{D_{11}}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{D}{D}$
	$-\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\frac{1}{Z_{11}}$	$\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	$\frac{D_{11}}{Y_{11}}$	h_{12}	h_{11}	$\frac{E_{12}}{D_{11}}$	$\frac{E_{11}}{D_{11}}$	$-\frac{1}{B}$	$\frac{1}{D}$
h	$\frac{1}{Z_{11}}$	$-\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$	$\frac{D_{11}}{Y_{11}}$	$\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	$\frac{h_{11}}{D_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{D_{11}}$	E_{11}	E_{12}	$\frac{C}{A}$	$\frac{D_{11}}{A}$
	$\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	$\frac{D_{11}}{Z_{11}}$	$-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{D_{11}}$	$\frac{h_{11}}{D_{11}}$	E_{12}	E_{11}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$
T	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}}$	$\frac{D_{11}}{Z_{11}}$	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}}$	$-\frac{1}{Y_{11}}$	$\frac{D_{11}}{h_{11}}$	$-\frac{h_{11}}{h_{11}}$	$\frac{1}{E_{11}}$	$\frac{E_{12}}{E_{11}}$	A	B
	$\frac{1}{Z_{11}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$	$-\frac{D_{11}}{Y_{11}}$	$\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{1}{h_{11}}$	$\frac{E_{12}}{E_{11}}$	$\frac{D_{11}}{E_{11}}$	C	D

(مسائل محلولة)

10.1 جد البارامترات Z للدائرة في الشكل (a) (10-16) ؟

الحل:

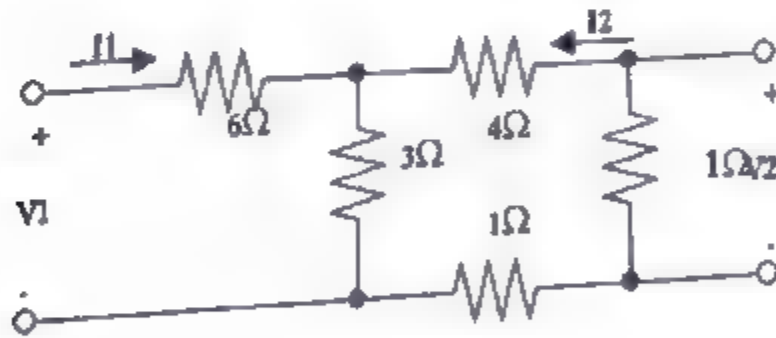
يمكن إيجاد Z_{11} و Z_{21} بربط المصدر إلى المنفذ 1 وترك المنفذ 2 مفتوح [الشكل (b) 10-16].

نتج مجموعة التوازي و التوالي للمقاومات مايلي

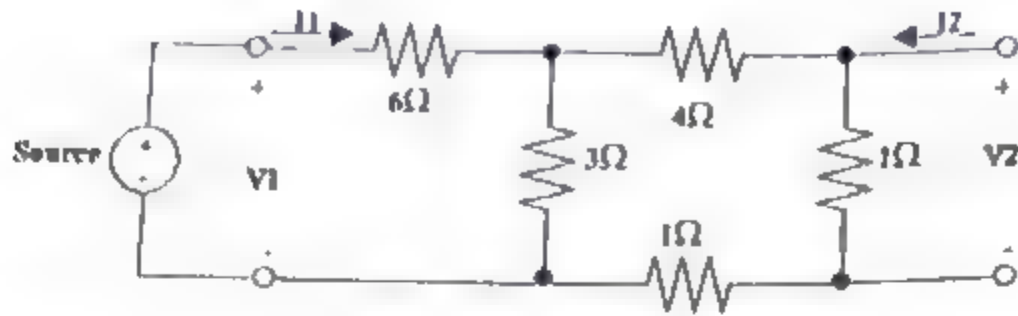
$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = 8 \quad \text{و} \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{3}$$

بنفس الطريقة يمكن إيجاد Z_{12} و Z_{22} بربط المصدر إلى المنفذ 1 وترك المنفذ 2 مفتوح

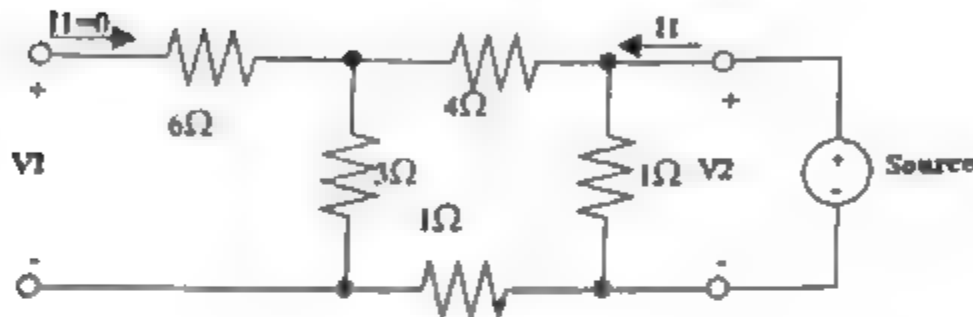
(الشكل (c) 10-16).



(a)



(b)



(c)

الشكل (10-16)

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{8}{9}$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{1}{3}$$

الدائرة المتبادلة لأن $Z_{12} = Z_{21}$.

10.2 البارامترات لشبكة ذات منفذين N معطى بالمعادلات التالية :

$$Z_{11} = 2S + 1/S$$

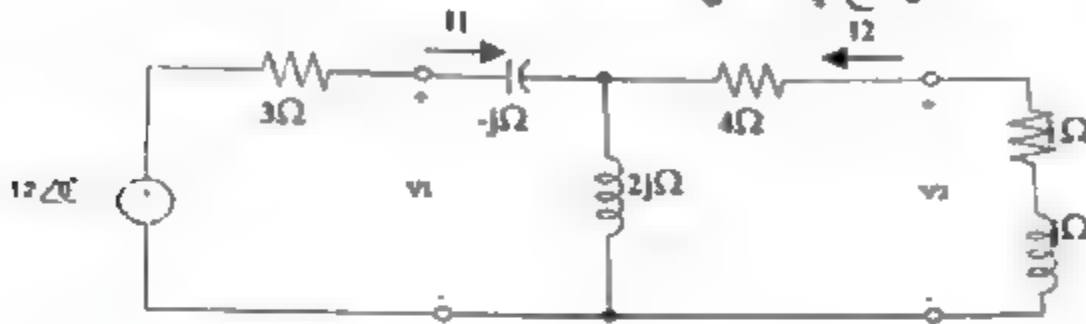
$$Z_{12} = Z_{21} = 2S$$

$$Z_{22} = 2S + 4$$

أوجد مكافئ T - N . (b) ربطت الشبكة N إلى المصدر وحمل كما موضح في الشكل (10-8). استبدل N بمكافئ T لها و ثم أكمل الحل لإيجاد الفروع الثلاث لشبكة المكافئ T - (شكل 4-13) هي

$$\begin{aligned} Z_o &= Z_{11} - Z_{12} = 2S + \frac{1}{S} - 2S = \frac{1}{S} \\ Z_s &= Z_{22} - Z_{12} = 2S + 4 - 2S = 4 \\ Z_r &= Z_{11} = Z_{22} = 2S \end{aligned}$$

(b) المكافئ NLT ، ربط الدخول و المخرج . كما موضح في مجال الطور Phasor (domain) موضع في الشكل (10-17).



الشكل (10-17)

بتطبيق تقنيات التحليل المألوفة، المتضمنة تخفيض العنصر ونجزة التيار، للشكل (10-17) نجد i_1, V_1, V_2 .

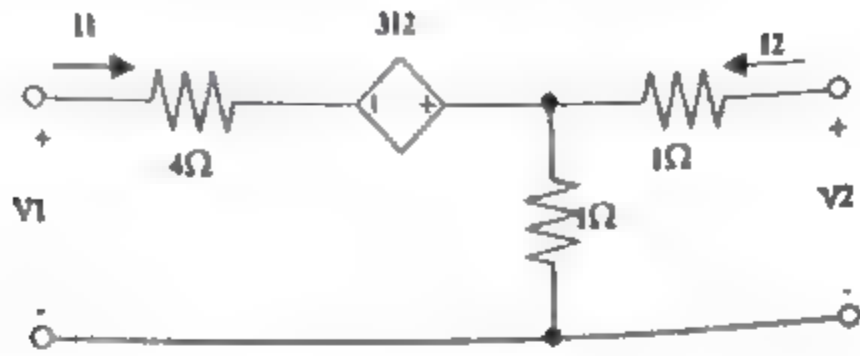
في مجال الزمن

$$\begin{aligned} I_1 &= 3.29 \angle -10.20 \\ I_2 &= 1.13 \angle -131.20 \\ V_1 &= 2.88 \angle 37.50 \\ V_2 &= 1.6 \angle 93.80 \end{aligned}$$

في مجال الطور

$$\begin{aligned} I_1 &= 3.29 \cos (t-10.2) \\ I_2 &= 1.13 \cos (t-131.2) \\ V_1 &= 2.88 \cos (t-37.5) \\ V_2 &= 1.6 \cos (t+93.8) \end{aligned}$$

10.3 جد البارمترات Z للشكل ذات المتغيرين في الشكل (10-18).



الشكل (10-18)

بتطبيق KVL على منافذ الدخل و الخرج لحصل على المعادلات التالية

$$V_1 = 4I_1 - 3I_2 + (I_1 + I_2) = 5I_1 - 2I_2$$

منفذ الدخل

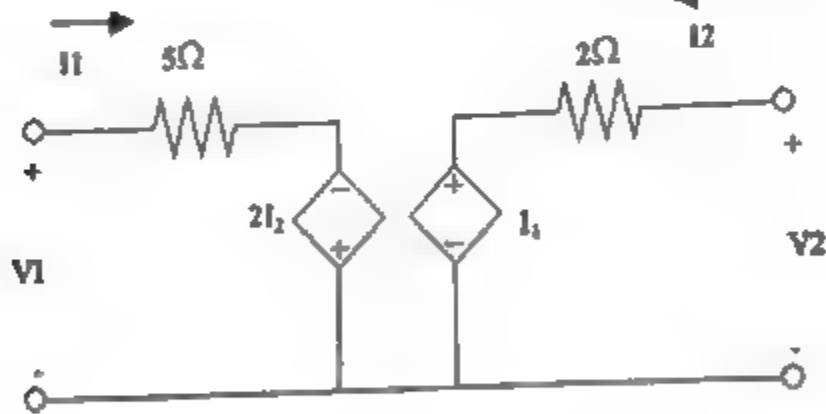
$$V_2 = I_2 + (I_1 + I_2) = I_1 + 2I_2$$

منفذ الخرج :

بتطبيق (2) للمعادلات أعلاه لحصل على

$$Z_{21} = 1 \text{ و } Z_{12} = 2, \quad Z_{11} = 5, \quad Z_{22} = 2$$

10.4 جد البارامترات Z للشبكة ذات منفذين للشكل (10-19) وفارن النتائج بتلك للمسألة 13.3.



الشكل (10-19)

$$V_1 = 5I_1 - 2I_2 \text{ و } V_2 = I_1 + 2I_2 \text{ يعطي KVL}$$

المعادلات أعلاه بمائلة مع الخصائص الطرفية التي حصلنا عليها للشبكتان متكافئتان.

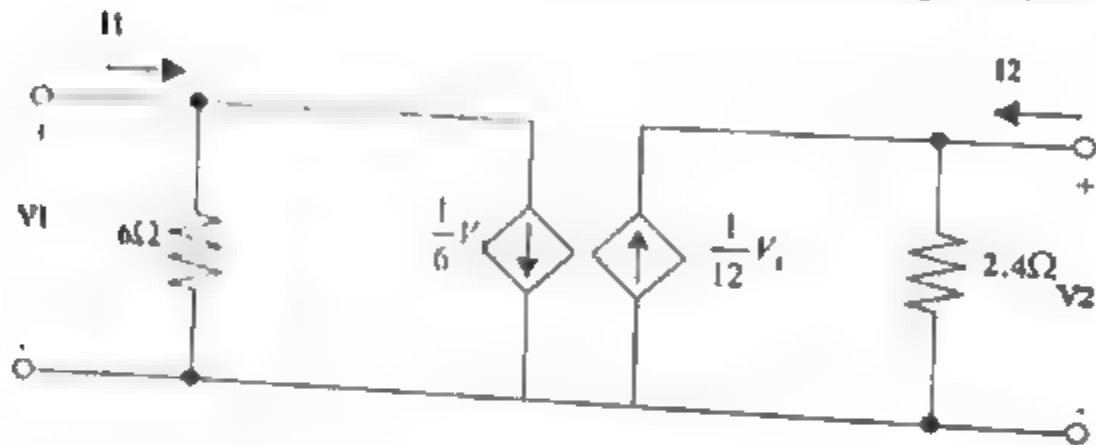
10.5 حدد البارامترات Y للشكل (10-19) مستخدماً بارامترات Z .

من المسألة 10.4 ، $Z_{11} = 5$ ، $Z_{12} = -2$ ، $Z_{21} = 1$ ، $Z_{22} = 2$

بما أن ، $D_{11} = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = (5)(2) - (-2)(1) = 12$

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{D_{11}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad Y_{12} = \frac{-Z_{21}}{D_{11}} = \frac{-1}{12} \quad Y_{21} = \frac{Z_{12}}{D_{11}} = \frac{-2}{12} = \frac{-1}{6} \quad Y_{22} = \frac{Z_{11}}{D_{11}} = \frac{5}{12}$$

10.6. حدد البارامترات Y للشبكة ذات متغذين في الشكل (10-20) ووضح ان الشبكات في الشكلين 10-19 و 10-20 متكافئة.



الشكل (10-20)

بتطبيق KCL عند المنافذ للحصول على الخصائص الطرفية و البارامترات Y .

لذلك

$$I_1 = \frac{V_1}{6} + \frac{V_1}{6} \quad \text{منفذ الدخول.}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{2.4} - \frac{V_1}{12} \quad \text{منفذ الخرج:}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{6}$$

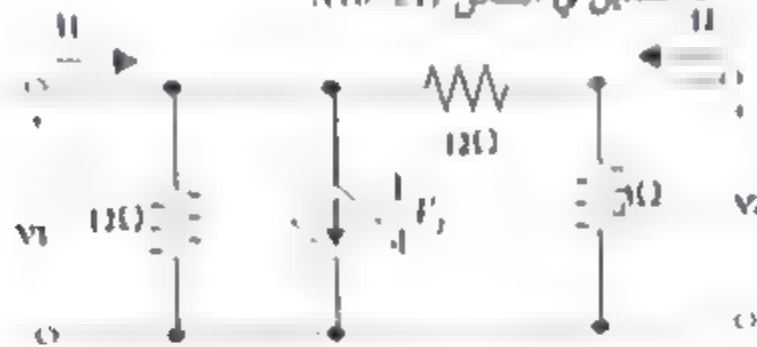
$$Y_{12} = \frac{1}{6}$$

$$Y_{21} = \frac{-1}{12}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{2.4} = \frac{5}{12} \quad \text{و}$$

وهي متماثلة مع بارامترات Y التي حصلنا عليها في المسألة (10-9) للشكل (10-19). لذلك فإن الشبكتان متكافئتان

10-10 طبق معادلات دالتنر القصير (Short circuit) (10) لإيجاد البارامترات Y للشبكة ذات منفذين في الشكل (10-21).



الشكل (10-21)

$$I_1 = Y_{11}V_1|_{V_2=0} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right)V_1 \quad \text{أو} \quad Y_{11} = \frac{1}{6}$$

$$I_1 = Y_{12}V_2|_{V_1=0} = \frac{V_2}{4} - \frac{V_2}{12} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right)V_2 \quad \text{أو} \quad Y_{12} = \frac{1}{6}$$

$$I_2 = Y_{21}V_1|_{V_2=0} = -\frac{V_1}{12} \quad \text{أو} \quad Y_{21} = -\frac{1}{12}$$

$$I_2 = Y_{22}V_2|_{V_1=0} = \frac{V_2}{3} + \frac{V_2}{12} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right)V_2 \quad \text{أو} \quad Y_{22} = \frac{5}{12}$$

10-8. طبق KCL عند عقد الشبكة في الشكل (10-21) للحصول على خصائصها الطرفية والبارامترات Y . وضع أن الشبكات ذات المنفذين.

$$I_1 = \frac{V_1}{12} + \frac{V_1 - V_2}{12} + \frac{V_2}{4} \quad \text{عقدة الدخل: (Input node)}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{3} + \frac{V_2 - V_1}{12} \quad \text{عقدة الخرج: (Output node)}$$

$$I_1 = \frac{1}{6}V_1 + \frac{1}{6}V_2$$

$$I_2 = -\frac{1}{12}V_1 + \frac{5}{12}V_2$$

البارمترات Y الملاحظة من معادلات الخصائص متماثلة مع البارمترات Y' للدوائر في الشكل (10-18) ، (10-19) ، (10-20) لذا فإن الدوائر الربع متكافئة .

10-9 . بارمترات Z لشبكة ذات منفذين N في الشكل (a) (10-22) هي

$$Z_{11}=4s \quad Z_{21}=Z_{12}=3s \quad Z_{22}=9s$$

استبدل N بمكافئ T لها . (b) استخدم حل الفرع (a) لإيجاد تيار الدخول

i_1

$$V_s = \cos 1000 t \text{ v}$$

الحل:

(a) الشبكة المتبادلة (reciprocal) لذا فإن مكافئها T موجود. ويمكن إيجاد عناصرها من (6) كما مبين في الدائرة بالشكل (b) (10-22).

$$Z_a = Z_{11} - Z_{12} = 4s - 3s = s$$

$$Z_b = Z_{22} - Z_{21} = 9s - 3s = 6s$$

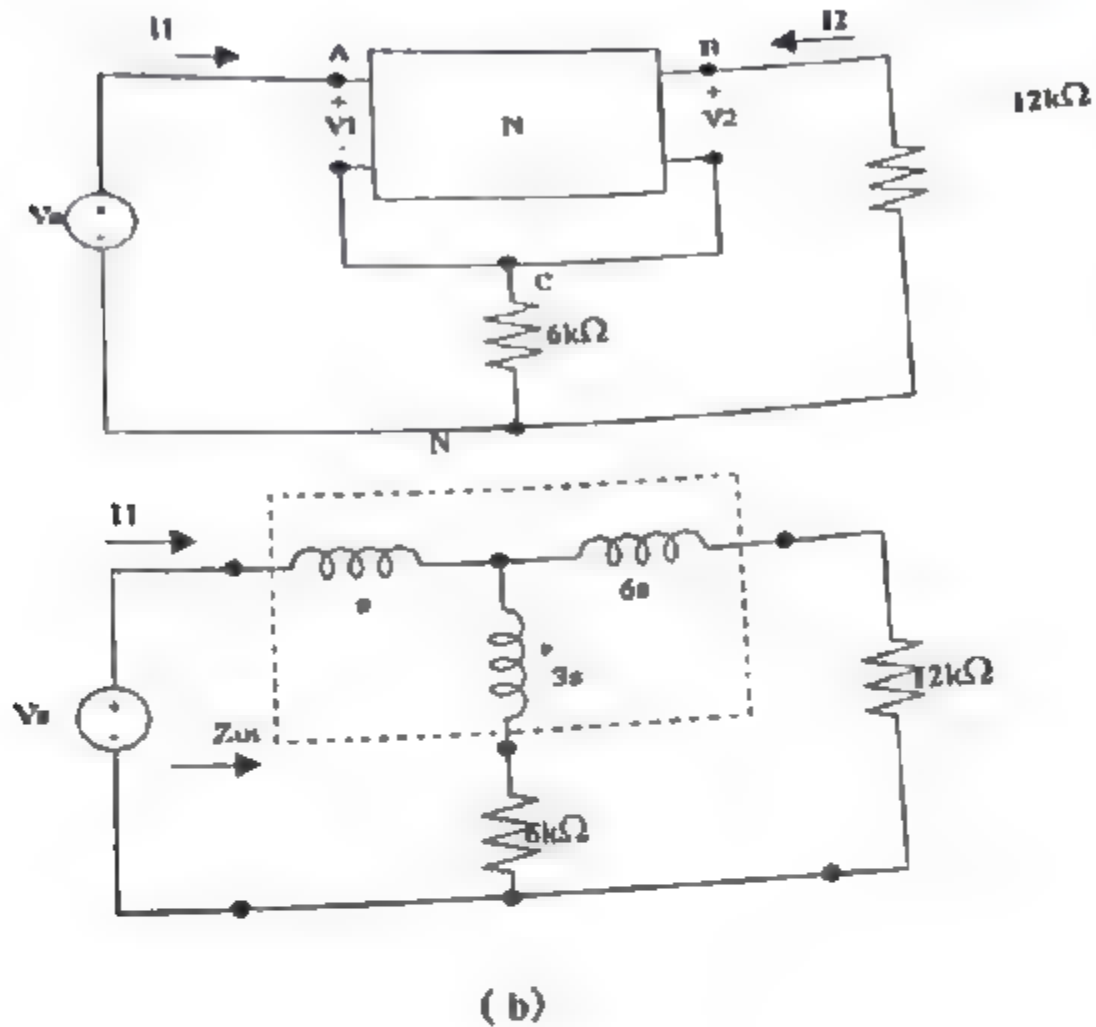
$$Z_c = Z_{12} = Z_{21} = 3s$$

(b) العناصر المتوالية و المتوازية بشكل متكرر في الشكل (b) (10-22). مع المقاومات بالكيلو أوم و ب $Krad/s$ ، لإيجاد Z_{in} بالـ $(k\Omega)$ كما موضح أدناه .

$$Z_{in}(s) = V_s / I_1 = s + \frac{(3s+6)(6s+12)}{9s+18} = 3s + 4$$

$$Z_{in}(j) = 3j + 4 = 5 \angle 36.9^\circ \text{ K}\Omega$$

$$i_1 = 0.2 \cos (1000t - 36.9^\circ) \text{ (mA)} \text{ و}$$



الشكل (10-22)

10-10 شبكتان ذات منفليين a و b ذات ممانعة الدائرة الكهربائية المفتوحة Z_a و Z_b ،
مربوطة على التوالي.

(انظر شكل 10-12). اشتق معادلات البارامترات Z - (10a).

الحل:

$$V_{1a} = Z_{11, a} I_{1a} + Z_{12, a} I_{2a}$$

من الشبكة a ، لدينا

$$V_{2a} = Z_{21, a} I_{1a} + Z_{22, b} I_{2b}$$

$$V_{1b} = Z_{11,b} I_{1,b} + Z_{12,b} I_{2a} \quad \text{ومن الشبكة b، لدينا}$$

$$V_{2b} = Z_{21,b} I_{1,b} + Z_{22,b} I_{2b}$$

ومن الربط بين a، b عندنا

$$I_1 = I_{1a} = I_{1b}$$

$$V_1 = V_{1a} + V_{1b}$$

$$I_2 = I_{2b} = I_{2b}$$

$$V_2 = V_{2a} + V_{2b}$$

$$V_1 = (Z_{11,a} + Z_{11,b}) I_1 + (Z_{12,a} + Z_{12,b}) I_2 \quad \text{لذا،}$$

$$V_2 = (Z_{21,a} + Z_{21,b}) I_1 + (Z_{22,a} + Z_{22,b}) I_2$$

ومنها بارامترات Z (31a) قد تم اشتقاقها .

10-11 شبكات ذات منفذين a، b بدائرة القصر (short-circuit) تقبل Y_b ، Y_a مرتبطة بالتوازي (انظر شكل 10-13).

من شبكة a لدينا

$$I_{1a} = Y_{11,a} V_{1a} + Y_{12,a} V_{2a}$$

$$I_{2a} = Y_{21,a} V_{1a} + Y_{22,a} V_{2a}$$

ومن شبكة b لدينا

$$I_{1b} = Y_{11,b} V_{1b} + Y_{12,b} V_{2b}$$

$$I_{2b} = Y_{21,b} V_{1b} + Y_{22,b} V_{2b}$$

من الربط بين a و b عندنا

$$V_1 = V_{1a} = V_{1b}$$

$$I_1 = I_{1a} + I_{1b}$$

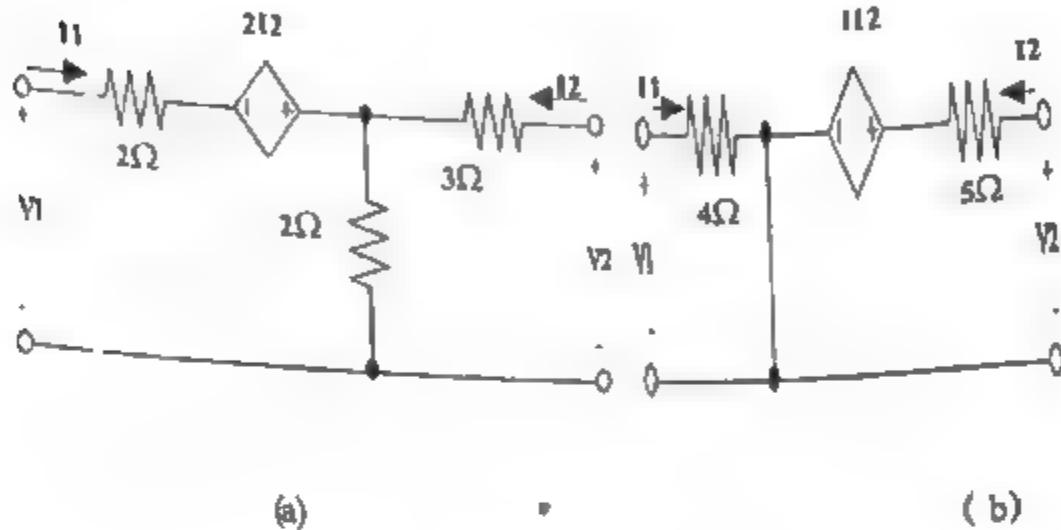
$$V_2 = V_{2b} = V_{2b}$$

$$I_2 = I_{2a} + I_{2b}$$

$$I_1 = (Y_{11,a} + Y_{11,b}) V_1 + (Y_{12,a} + Y_{12,b}) V_2 \quad \text{لذلك،}$$

$$I_2 = (Y_{21,a} + Y_{21,b}) V_1 + (Y_{22,a} + Y_{22,b}) V_2$$

من البارامترات التي نتج من (32a).
 10-12 جد (n) البارامترات للدائرة من الشكل (a) 10-23 و (b) النموذج المتكافئ
 الذي يستخدم قيم المقاومتين الموجبة ومصدر فولتية معتمد.



الشكل (10-23)

الحل:

بتطبيق KVL حول حلقات الدخل و الخرج نجد، على التوالي ،

$$V1 = 2I1 - 2I2 + 2(I1 + I2) = 4I1$$

$$V2 = 3I2 + 2(I1 + I2) = 2I1 + 5I2$$

البارامترات تكون $Z_{11} = 4$ ، $Z_{12} = 0$ ، $Z_{21} = 2$ و $Z_{22} = 5$.

الدائرة في الشكل (10-23(b)) بمقاومتين ومصدر فولتية ، لها نفس
 البارامترات Z - للدائرة في الشكل (10-23(a)) هذا مبين بتطبيق KVL على
 حلقات الدخل و الخرج.

10-13 (a) جد البارامترات للدائرة في الشكل (a) 10-23 من البارامترات Z -



(b) جد نموذج مكافئ يستخدم قيم مقاومتين موجبة ومصدر تيار معتمد.

الحل:

$$Z_{22} = 5, Z_{21} = 2, Z_{12} = 0, Z_{11} = 4$$

من المسألة 10-12

$$D_{ZZ} = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = 20$$

و كذلك

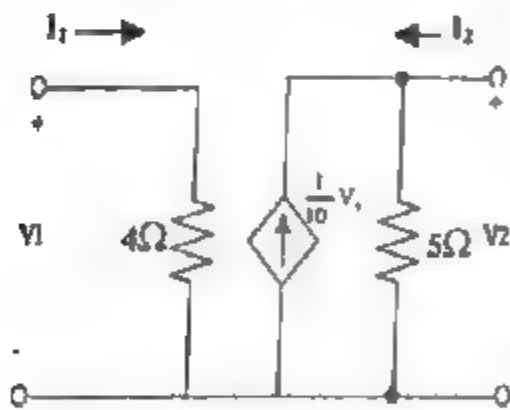
$$Y_{12} = \frac{-Z_{12}}{D_{ZZ}} = 0 \text{ ، إذا}$$

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{D_{ZZ}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

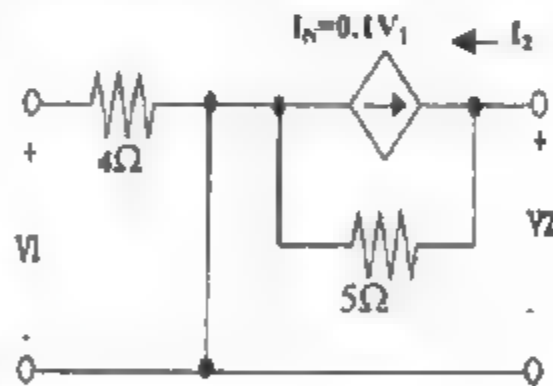
$$Y_{21} = \frac{-Z_{12}}{D_{ZZ}} = \frac{-2}{20} = -\frac{1}{10}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{D_{ZZ}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(b) الشكل (10-24) بمقاومتين ومصدر تيار ، له نفس بارامترات Y كالدارة في الشكل (a) 10-23. هذا موضح بتطبيق KCL على عقد الدخول والخروج .



الشكل (10-24)



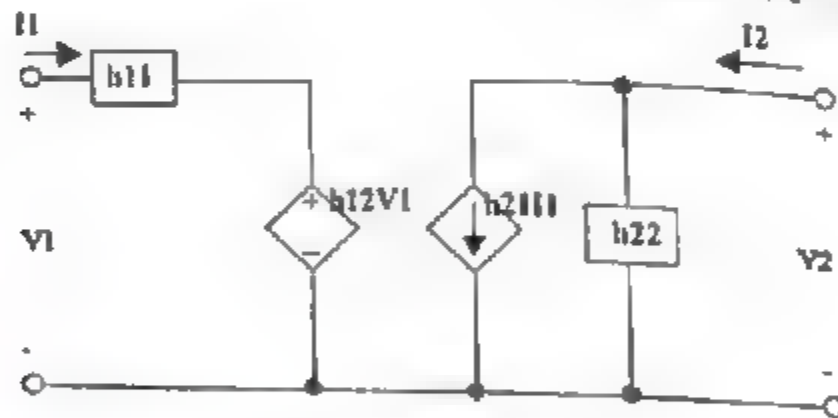
الشكل (10-25)

10-14 ارجع إلى الشبكة في الشكل (b) (10-23)، حول فولتية المصدر و المقاومة
المتسلسلة إلى مكافئ نورتن (Norton equivalent) و يظهر ناتج تلك الشبكة
مطابقة مع الشبكة في الشكل (10-24).

الحل: مصدر التيار لمكافئ نورتن (Norton equivalent) يكون $I_N = 211/5 = 0.411$ لكن $I_1 = V_1/4$.

لذلك، $I_N = 0.411 = 0.1V_1$ المقاومة 5Ω موضوعة بالتوازي مع I_N . الدائرة
في الشكل (10-25) مشابهة للدائرة في الشكل (10-24).

10-15 البارامترات للشبكة ذات متغذين معينه. يظهر ذلك في الشبكة ربما خططت
بالشبكة في الشكل (10-26) حيث h_{11} المعانعة الكهربائية، h_{12} ربح الفولتية،
 h_{21} ربح التيار، h_{22} الدخول.



الشكل (10-26)

الحل:

بتطبيق KVL حول حلقة الدخول نحصل على

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

بتطبيق KCL عند عقدة الخرج نحصل على

$$I_2 = h_{21}I_1 = h_{22}V_2$$

10-16 جد البارامترات h للدائرة في الشكل (10-25).

بمقارنة الدائرة في الشكل (10-25) مع تلك في الشكل (10-26)، نجد.

$$h_{11} = 4 \quad h_{12} = 0 \quad h_{21} = -0.4 \quad \Omega^{-1} h_{22} = 1/5 = 0.2$$

10-17 جد البارامترات للدائرة في الشكل 10-25 من بارامترات Z وقارن بنتائج المثال (10-16).

الحل:

أرجع إلى المثال (10-10) لقيم البارامترات Z و D_{ZZ} أستخدم الجدول (10-1) للتحويل من البارامترات Z إلى البارامترات h للدائرة. لذلك،

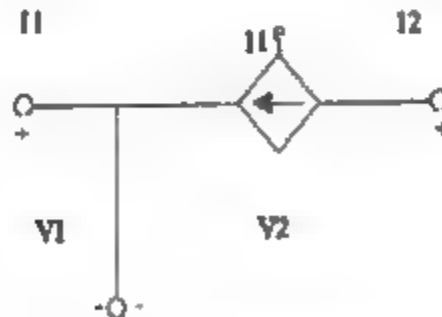
$$h_{11} = \frac{D_{22}}{Z_{22}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$h_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} = 0$$

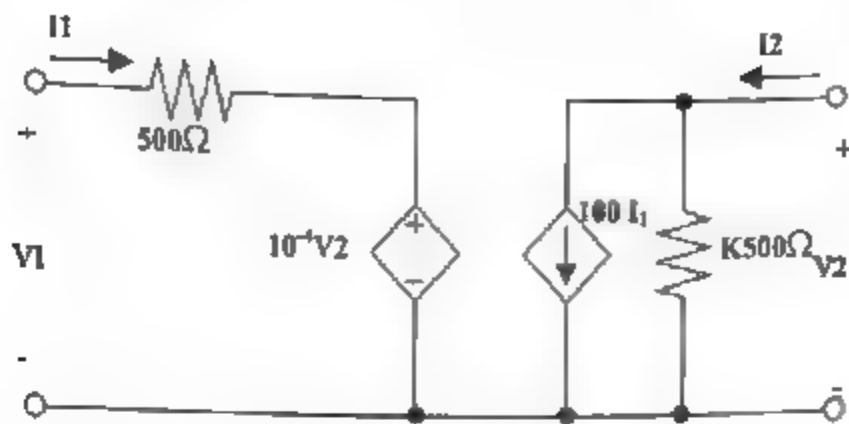
$$h_{21} = \frac{-Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{-2}{5} = -0.4$$

$$h_{22} = \frac{1}{Z_{22}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

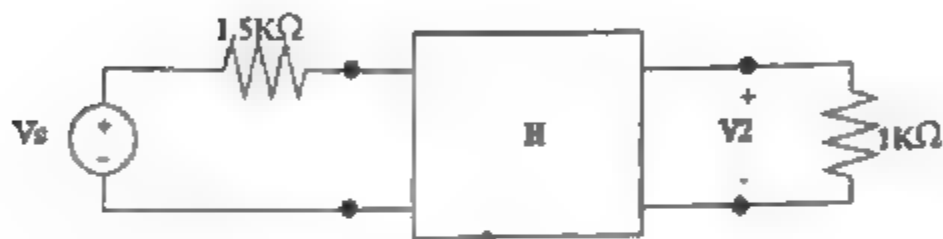
10-18 النموذج المبسط لترانزستور موصل ذو قطبين لإشارات صغيرة موضح في الدائرة من الشكل 10-27. جد بارامترات h .



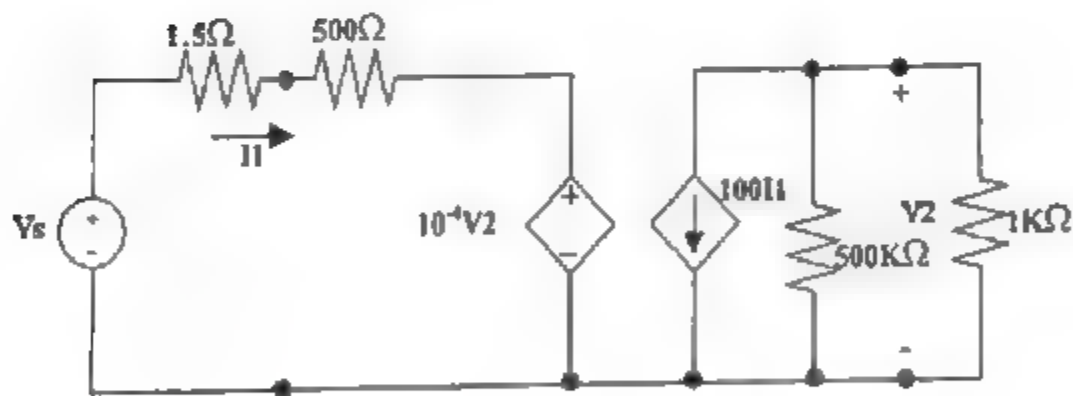
الشكل (10-27)



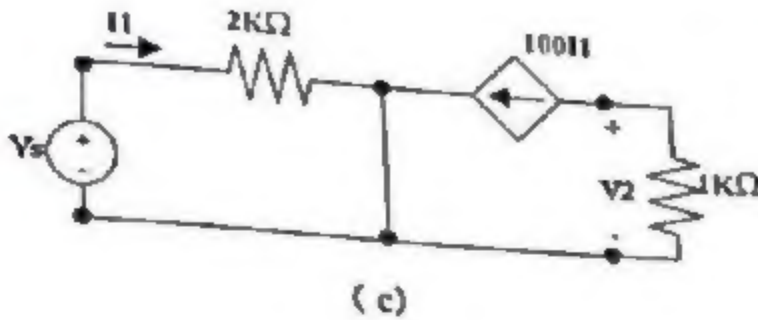
الشكل (10-28)



(a)



(b)



الشكل (10-29)

معادلات الطرف تكون $V_1=0$ و $I_1 = \beta I_2$. بذلك نستنتج

$$h_{11}=h_{12}=h_{22}=0 \quad \text{و} \quad h_{21}=\beta$$

10-19 بارمترات h - لجهاز ذو منفذين H معطاة بـ

$$h_{11} = 500 \Omega, \quad h_{12} = 10^{-4}, \quad h_{21} = 100, \quad h_{22} = 2 (10^{-6}) \Omega^{-1}$$

أرسم نموذج الدائرة لصنع جهاز من مقاومتين ومصدرين معتمدة مع قيم كل

عنصر.

من المقارنة بالشكل (10-26). نرسم النموذج الموضح في الشكل (10-28).

10-20 الجهاز H للمثال (10-19) موضوعة في الدائرة للشكل (10-29(a)). استبدل

H بنموذج الشكل (10-28) و V_2/V_S .

الدائرة للشكل (10-29(b)) تحتوي النموذج. و بالتقريب نستطيع تقليصها إلى

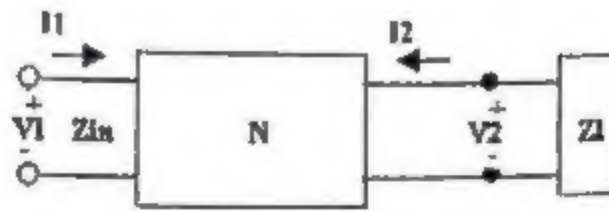
الشكل (10-29(c)) الذي منه

$$I_1 = V_S / 2000 \quad V_2 = -1000(100I_1) = -1000(100V_S / 2000) = -50V_S$$

$$V_2 / V_S = -50 \quad \text{لذلك،}$$

10-21 الحمل Z_L مرتبط إلى خرج الجهاز ذو منفذين N (الشكل 10-30)

الخصائص الطرفية معطاة بـ $I_1 = -NI_2$ و $V_1 = (1/N)V_2$.



الشكل (10-30)

(a) البارامترات معرفة بواسطة

$$V_1 = AV_2 - \beta I_2$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

الخصائص الطرفية للجهاز تكون

$$V_1 = (1/N)V_2$$

$$I_1 = -NI_2$$

بمقارنة الجزئين من المعادلات نحصل على $D = N$ و $C = 0$ ، $A = 1/N$ ، $B = 0$

(b) ثلاث معادلات تتعلق بـ V_1, I_1, V_2 و I_2 متغيرة : معادلتين معطاة بالخصائص الطرفية للجهاز و المعادلة الثالثة تأتي من الربط إلى الحمل.

$$V_2 = -Z_L I_2$$

يحذف I_2 و V_2 في هذه المعادلات الثلاث، نحصل على

$$Z_{IN} = V_1/I_1 = Z_L/N^2 \quad \text{الذي منه} \quad V_1 = Z_L I_1 / N^2$$

المصادر

References

- 1- M.E Valkenburg, "Network Analysis."
Third edition, Prentice Hall 1974.
- 2- Hayt, "Engineering Circuit Analysis."
Mc Graw Hill 1993.
- 3- Joseph Edminster, "Electric Circuits."
Mc Graw Hill 1997.
- 4- J.David, "Basic Engineering Circuit Analysis."
John Wiley & Sons 1999.
- 5- Samarajit Ghost, "Fundamentals of Electrical and Electronic Engineering."
- 6- Prentice Hall Comp. 2003 . Allan R.Hambley, "Electrical Engineering Principles and Applications."
Prentice Hall Comp. 2005.

الدوائر الكهربائية

ELECTRIC CIRCUITS



دار

المسيرة

للنشر والتوزيع والطباعة

ISBN-13 978-9957-06-105-8



er